

---

# Feuille 1 : savoir-faire associés et QCM de compréhension

---

Le QCM (à faire en dehors du cours!) est disponible ici :

<https://www.mathmatize.com/c/1516?task=b2110146-8549-4a8a-ae91-7>

Ce lien est également sur eCampus.

## Exercice 1 ()

### Savoir-Faire

- Passer de l'écriture symbolique à l'écriture éplattée

Exprimer sans le signe  $\sum$  (avec des « ... + ... + ... ») les expressions suivantes en écrivant les deux premiers termes et les deux derniers termes.

$$1. \sum_{j=1}^{10} 1 + j$$

$$2. \sum_{n=0}^{50} 1$$

$$3. \sum_{n=1}^p \frac{1}{n}$$

$$4. \sum_{i=1}^n i^i$$

$$5. \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k}$$

$$6. \sum_{k=3}^{50} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k$$

$$7. \sum_{l=0}^{n-1} a_l X^{l+1}$$

$$8. \sum_{k=0}^n a_{n-k} X^{n-k}$$

## Correction

1.  $2 + 3 + 4 + \dots + 10 + 11$

2.  $1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1$

3.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{p-1} + \frac{1}{p}$

4.  $1 + 2^2 + 3^3 + \dots + n^n$

5.  $\frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$

6.  $(1 + \frac{1}{3})^3 + (1 + \frac{1}{4})^4 + \dots + (1 + \frac{1}{50})^{50}$

7.  $a_0X + a_1X^2 + \dots + a_{n-2}X^{n-1} + a_{n-1}X^n$

8.  $a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0.$

## Exercice 2 ()

### Savoir-Faire

- Passer de l'écriture épluchée à l'écriture symbolique

Exprimer avec le signe  $\sum$  les sommes suivantes (lorsque le dernier terme n'est pas indiqué, on considèrera qu'il y a  $n$  termes)

1.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{561} + \frac{1}{562}$

2.  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$

3.  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$

4.  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{98}{99} + \frac{99}{100}$

5.  $3 + \frac{4}{2} + \frac{5}{3} + \frac{6}{4} + \dots + \frac{n}{n-2} + \frac{n+1}{n-1}$

6.  $a_0 + a_2X^2 + a_4X^4 + \dots + a_{2q-2}X^{2q-2} + a_{2q}X^{2q}$

7.  $a_0X + a_1X^2 + a_2X^3 + \cdots + a_{n-1}X^n + a_nX^{n+1}$

## Correction

À chaque fois il faut réussir à trouver le lien entre les nombres, cela vient avec l'habitude...

1. Ici on remarque que les nombres semblent aller de 1 en 1 au dénominateur :  $\sum_{i=1}^{562} \frac{1}{i}$

2. Ici on remarque qu'on a seulement les nombre pairs. La manière la plus pratique de décrire les nombres pairs est de les écrire de la forme  $2k$  avec  $k \in \mathbb{N}$ . On peut donc écrire :  $\sum_{k=1}^n 2k$

3. Ici deux choses : on remarque qu'il y a une alternance des signes "+" et "-". Une manière de traduire cela est d'écrire un  $(-1)^k$  ( $(-1)^0 = 1, (-1)^1 = -1, (-1)^2 = 1, \dots$ ). On remarque ensuite que les nombres au dénominateur semblent être les nombres impairs, que l'on peut décrire par  $2k + 1$  (si  $k = 0$  cela donne 1, si  $k = 1$  cela donne 3, puis 5 pour  $k = 2$ , etc...). Finalement :  $\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{1}{2k + 1}$

4. Cela correspond à la somme :

$$\sum_{k=2}^{99} \frac{k}{k+1}$$

5. Cela correspond à la somme :

$$\sum_{i=2}^n \frac{i+1}{i-1}$$

6.  $\sum_{i=0}^q a_{2i} X^{2i}$

7.  $\sum_{i=0}^n a_i X^{i+1}$

### Exercice 3 ()

#### Savoir-Faire

- Calculer le nombre de termes d'une somme

Pour chacune des sommes suivantes, calculer le nombre de termes dans la somme (on ne demande pas de calculer ces sommes !)

$$1. \sum_{j=1}^{10} j^2$$

$$4. \sum_{k=4}^{50} \frac{1}{k}$$

$$2. \sum_{n=0}^{50} \frac{n^2 + 1}{3}$$

$$5. \sum_{i=m}^{n+1} i \text{ (avec } m \geq 0 \text{ et } n+1 > m)$$

$$3. \sum_{n=1}^p \frac{1}{n}$$

$$6. \sum_{k=2}^{n+3} (1 + q)^{k-1}$$

#### Solution sans rédaction

1. 10 termes

4. 47 termes

6.  $n + 2$  termes

2. 51 termes

5.  $n - m + 2$

3.  $p$  termes

termes

### Exercice 4 ()

#### Savoir-Faire

- Utiliser la linéarité de la somme

Décomposer en plusieurs sommes les sommes suivantes (on ne demande pas de les calculer) :

$$1. \sum_{n=0}^{50} (n^2 + 1)$$

$$4. \sum_{j=1}^{10} (j - 1)^2$$

$$2. \sum_{n=1}^p (1 + 2n)$$

$$5. \sum_{i=m}^{n+1} \frac{1+i}{3}$$

$$3. \sum_{k=4}^{50} (-2k + 6)$$

$$6. \sum_{k=2}^{n+3} \frac{1}{4} (3 - k)$$

### Solution sans rédaction

$$1. \sum_{n=0}^{50} n^2 + \sum_{n=0}^{50} 1$$

$$4. \sum_{j=1}^{10} j^2$$

$$5. \frac{1}{3} \sum_{i=m}^{n+1} 1 + \frac{1}{3} \sum_{i=m}^{n+1} i$$

$$2. \sum_{n=1}^p 1 + 2 \sum_{n=1}^p n$$

$$2 \sum_{j=1}^{10} j + \sum_{j=1}^{10} 1$$

$$6. \frac{1}{4} \sum_{k=2}^{n+3} 3 - \frac{1}{4} \sum_{k=2}^{n+3} k$$

$$3. -2 \sum_{k=4}^{50} k + \sum_{k=4}^{50} 6$$