Chapitre II : Equation d'état d'un corps pur

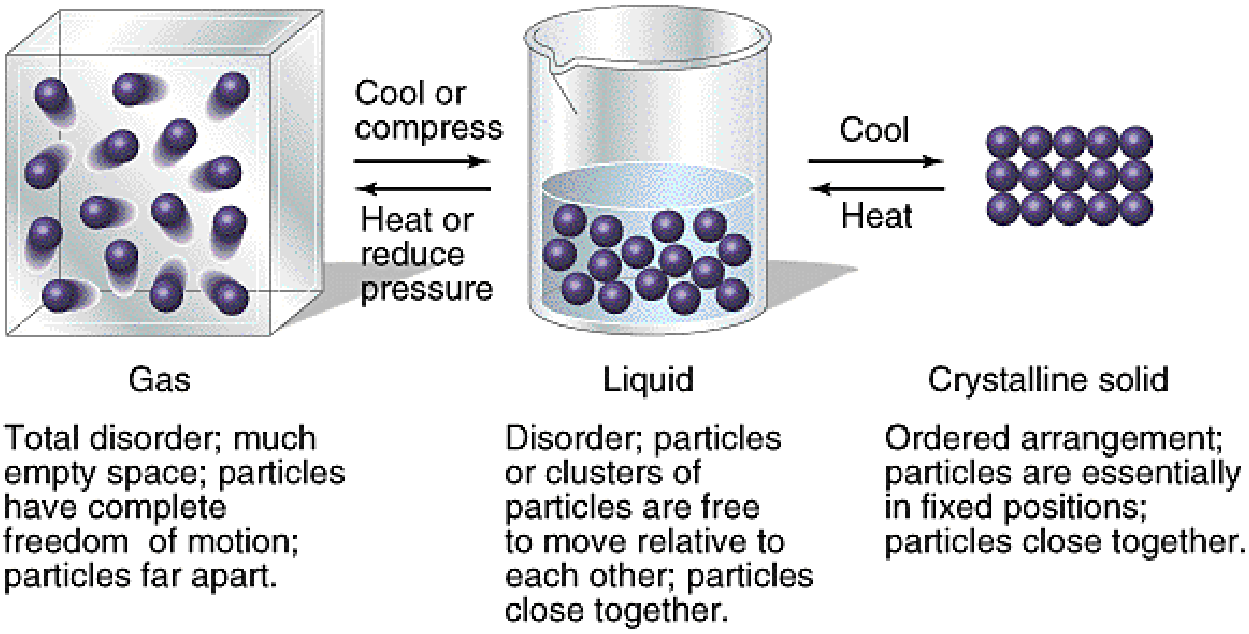
Définition d'un corps pur :

un seul type de constituant

- Corps pur élémentaire : atomes seuls, ex : Cu
- Corps pur simple : atomes identiques associés en molécules, ex : H_2
- Corps pur composés : molécules composées d'atomes différents, ex : H_2O

1) Les états de la matière ou phases

Phase	gazeuse	liquide	solide
Caractéristiques macroscopiques	déformable compressible	déformable peu compressible	indéformable incompressible
Caractéristiques microscopiques	désordonnée peu dense trajectoires rectilignes	désordonnée dense trajectoires courbes	ordonnée dense sans mouvement



2) Paramètres d'état d'un corps pur

Masse, m, en kg **Volume**, V, en m^3

Nombre de moles, n, en mol

Température, T, en K **Pression**, p ou P, en Pa

Rappels: 1 litre = 1 L = 10^{-3} m^3

Il y a $N_A = 6{,}022.10^{23}$ molécules dans une mole.

N_A : nombre d'Avogadro (en mol^{-1})

Masse molaire M (en $g.mol^{-1}$) = masse d'une mole

$\Rightarrow$ masse d'une molécule = $\frac{M}{N_A}$

Pression : $\mathbf{P = \frac{F}{S}}$

où F est la force qui s’exerce sur la paroi de surface S.

Unité : Pascal, symbole Pa (1 Pa = 1 $N.m^{-2}$)

Autres unités utilisées :

- l’atmosphère : 1 atm = $1{,}013.10^5$ Pa = 1,013 bar = la pression atmosphérique = P_{atm}
- le bar : 1 bar = 10^5 Pa
- le mm de mercure (ou torr) : 760 mmHg = 760 Torr = 1 atm

Pression dans un fluide (liquide ou gaz).

Démonstration de la loi de la statique des fluides.

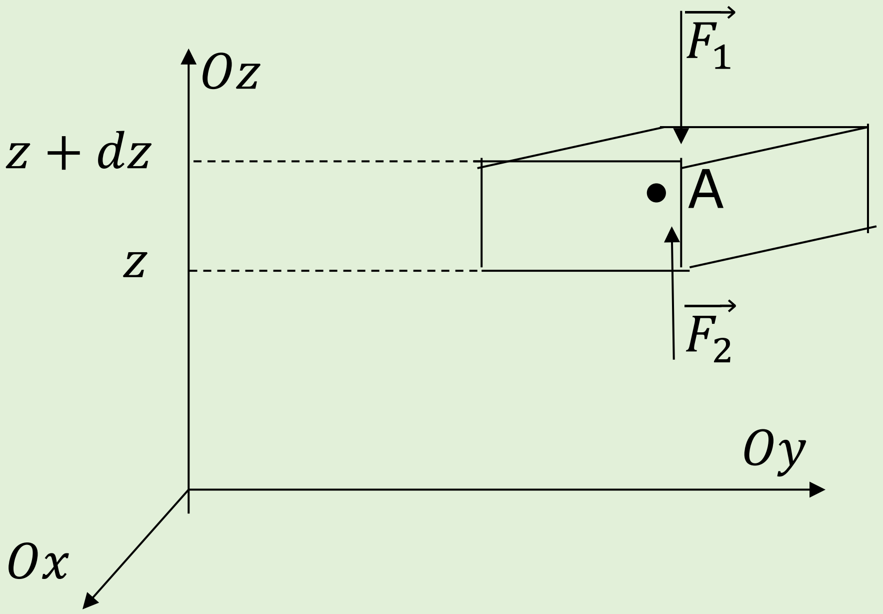
Dans un fluide, la pression varie avec l’altitude ou la profondeur. « On sait par expérience que lors d'une plongée en haute mer par exemple, plus le plongeur descend profond dans l'eau, plus la pression qu'il subit augmente.

Pour le comprendre, on peut imaginer que le plongeur subit une force correspondant au poids d'eau au-dessus de lui : plus il descend profond, plus le poids d'eau au-dessus de lui est important. Il semble donc que **la pression augmente avec la profondeur**.

Réciproquement, on sait également par expérience que **la pression diminue avec l'altitude**. Ainsi l'opercule relativement souple d'un pot de yaourt acheté dans la vallée, "gonfle" quand le yaourt est emporté en haute montagne. On peut également citer la nécessité de pressuriser les cabines d'avion ou encore le mal d'altitude. »[1]

[1] https://sites.cnam.fr/industries-de-procedes/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/co/3grain_principeHydrostatique.html

Soit un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) orientant l'espace, avec $\boldsymbol{Oz}$ **verticale ascendante.**



• On considère un point A quelconque d'un fluide **au repos**, de coordonnées (x, y, z).

Soit dV un élément de volume autour de A (ou encore volume élémentaire). On peut choisir par exemple un parallélépipède dont les arêtes ont pour longueur dx, dy et dz, donc $dV = dx \times dy \times dz$.

• Cet élément de volume est à l'équilibre, on peut donc lui appliquer le principe fondamental de la dynamique $\sum \vec{F} = \vec{0}$. Il est soumis à son poids, ainsi qu'aux forces de pression s'exerçant sur chacune de ses six faces. Sur la figure ci-dessus on a simplement représenté les forces de pression sur les faces supérieure et inférieure du parallélépipède, soit $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$.

La relation $\sum \vec{F} = \vec{0}$ peut être projetée sur les trois axes Ox, Oy et Oz. Sur Ox et Oy elle exprime simplement que les forces de pression se compensent deux à deux. La projection sur Oz s'écrit : $-dm.g + F_{1z} + F_{2z} = 0$ où dm est la masse du volume élémentaire, et F_{1z} (< 0) et F_{2z} (> 0) les composantes sur Oz des vecteurs $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$.

Soit : $-dm.g - P(z+dz)dxdy + P(z)dxdy = 0$ (1)

$P(z)$ désigne la pression à l'altitude z et $P(z+dz)$ la pression à l'altitude $z+dz$. $dxdy$ est la surface des faces supérieure et inférieure.

g est l'accélération de la pesanteur.

On peut écrire : $dP = P(z+dz) - P(z)$

Avec $dm = \rho(z)dV$ où $\rho(z)$ est la masse volumique du fluide dans le volume élémentaire

et $P(z+dz) = P(z) + dP$

(1) devient :

$$-\rho(z)dV.g - (P(z) + dP)dxdy + P(z)dxdy = 0$$

Il vient : $-\rho(z)dz.g - dP = 0$

soit encore $$\boxed{\boldsymbol{dP = -\rho(z)dz.g}}$$

c'est **la loi fondamentale de la statique des fluides.**

Si la masse volumique est constante (cas du liquide, fluide incompressible) on note simplement

$\rho(z) = \rho \qquad \Longrightarrow \qquad dP = -\rho . dz . g$

Remarque :le signe – dans l'expression de la loi signifie que pour $dz \geq 0$ on a $dP \leq 0$.

La pression diminue toujours quand l'altitude augmente.

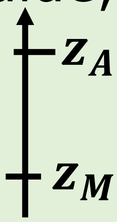
De même pour $dz \leq 0$ on a $dP \geq 0$.

La pression augmente toujours quand l'altitude diminue (ou quand la profondeur augmente en valeur absolue).

Pour un gaz contenu dans une enceinte, la pression est la même partout.

Conséquence dans le cas des liquides incompressibles :

Soit maintenant un point M quelconque du fluide, de cote z_M, et un point A de cote z_A tel que $z_M < z_A$.



On a $P_A = P_M + \int_M^A -\rho g dz$, soit $P_A = P_M - \rho g \int_{z_M}^{z_A} dz$,

d'où $P_A = P_M - \rho g(z_A - z_M)$

Il vient donc $\boxed{\boldsymbol{P_M = P_A + \rho g h}}$ à apprendre avec « ***M*** est sous ***A*** », et où h est la différence de hauteur entre A et M (attention au sens d'écriture de cette relation).

On peut également retrouver cette relation avec un formalisme plus proche de celui de la classe de terminale :

$\frac{dP}{dz} = P'(z) = -\rho g \ \Rightarrow P(z) = -\rho g z + cste \Rightarrow \Delta P(z) =$

$P(z_A) - P(z_M) = -\rho g(z_A - z_M) \ \Rightarrow$

$\boxed{\boldsymbol{P_M + \rho g z_M = P_A + \rho g z_A}}$ ou $\boxed{\boldsymbol{P(z) + \rho g z = cste}}$

Application: Que vaut la pression de l'eau à 1 m de profondeur ? à 10 m ? à 100 m ?

Données : $P_{atm} = 1{,}013.10^5$ Pa

ρ(eau) = 10^3 kg.m^{-3} ; g = 9,81 m.s^{-2}