
Renforcement physique

Résultante cinétique - solution

Exercice 1 : Centre de masse

1. G est au milieu du segment OA .

Exercice 2 : Machine de Atwood

1. $a_A = g - \frac{T}{m_A}$.
2. $a_B = g - \frac{T}{m_B}$.
3. $T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} 2g$
4. $a_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g$.
5. $a_B = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} g$.
6. $v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} gt$ et $v_B = -\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} gt$.
7. $v_G = \frac{(m_A - m_B)^2}{(m_A + m_B)^2} gt$
8. Il faut prendre en compte la tension dans la corde pour obtenir $v_G = \frac{(m_A - m_B)^2}{(m_A + m_B)^2} gt$

Exercice 3 : Équilibre d'un pont suspendu

1. On obtient $T_x(x+dx) = T_x(x)$ et $T_y(x+dx) - T_y(x) - \mu g dx = 0$. Nous avons donc $T_x = cst = T_0$ et $\frac{dT_y}{dx} = \mu g$.
2. Nous avons $T_x = T \cos \alpha = T_0$. Nous avons également $T_y = T \sin \alpha = T_0 \tan \alpha$.
3. $\frac{dy}{dx} = \frac{T_y}{T_x}$ d'où $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\mu g}{T_0}$.
4. On intègre deux fois en tenant compte du fait que $y(x=0) = 0$ pour obtenir $y = \frac{x^2}{2\delta}$ avec $\delta = \frac{T_0}{\mu g}$.

Exercice 4 : Chaînette

1. On obtient $\frac{dT_y}{dx} dx = \mu g ds$ et $T_x = T_0$. Nous avons donc $T \cos \alpha = T_0$ et que $T_y = T_0 \tan \alpha$.
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{T_y}{T_x}$ d'où $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\mu g}{T_0} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$.
3. On intègre pour obtenir $y = \delta \cosh\left(\frac{x}{\delta}\right) - \delta$ avec l'origine au point le plus bas du câble.

Exercice 5 : Machine de Atwood 2

1. Le théorème de la résultante cinétique appliquée à chaque masse a pour expression :

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= m_1 g - T \\ m_3 a_3 &= m_3 g - T \\ m_2 a_2 &= m_2 g - 2T \end{aligned}$$

La corde impose la relation suivante entre les composantes de l'accélération $a_1 + a_3 + 2a_2 = 0$ d'où : $a_1 = g \frac{m_1(4m_3+m_2) - 3m_2m_3}{m_2m_3 + m_1(4m_3+m_2)}$