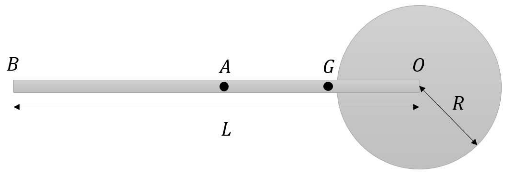
Renforcement physique
Résultante cinétique

- Le niveau de difficulté en calcul est représenté par l'échelle
- Le niveau d'astuce à mettre en œuvre est représenté par l'échelle
- Le nombre de connaissances transversales en physique à mettre en œuvre est représenté par l'échelle

Exercice 1 : Centre de masse

On considère une tige homogène cylindrique de longueur L au bout de laquelle est attaché un disque homogène cylindrique de rayon R.

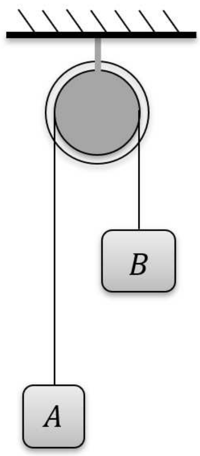


On note O le centre du disque et A le centre de masse de la tige (situé au milieu de la tige). On suppose que la tige et le disque ont la même masse M.

1. Montrer que le centre de masse G de l'ensemble disque + tige est au milieu du segment OA.

Exercice 2 : Machine de Atwood

Une machine de Atwood est constitué de deux blocs A et B de masses m_A et m_B reliés par une corde qui passe par une poulie attachée au plafond. Nous notons T la tension dans la corde. La corde est considérée inextensible et de masse négligeable de telle sorte que la tension dans la corde est identique en tout point. On repère les points à l'aide d'un système de coordonnées cartésien d'axe Oz orienté positivement vers le bas. Aucun des deux blocs ne touchent le sol à l'instant initial.

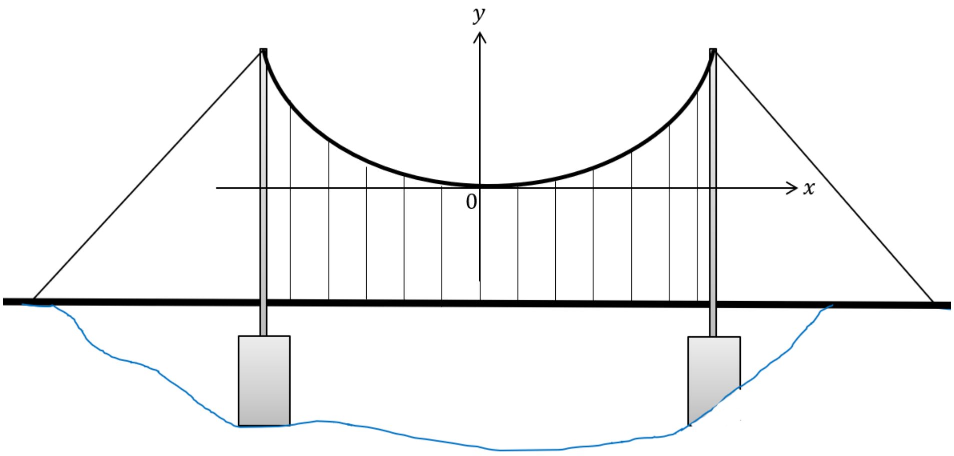


1. Appliquer le théorème de la résultante cinétique au bloc A pour montrer que la composante de l'accélération du bloc A suivant l'axe Oz a pour expression $a_A = g - \frac{T}{m_A}$.

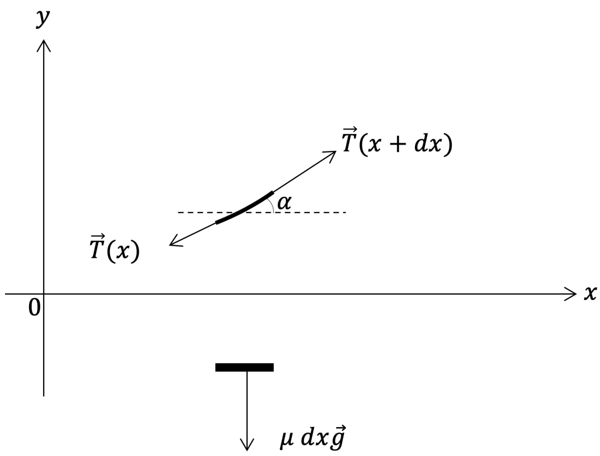
2. De même, appliquer le théorème de la résultante cinétique au bloc B pour déterminer l'expression de la composante de l'accélération a_B du bloc B suivant l'axe Oz.
3. Déterminer l'expression de la tension T dans la corde en fonction de g, m_A et m_B.
4. En déduire que $a_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g$. Commenter physiquement le signe de a_A dans les trois cas de figures suivants $m_A < m_B$, $m_A = m_B$ et $m_A > m_B$.
5. Déterminer l'expression de a_B.
6. On considère que les blocs ont une vitesse initiale nulle. Déterminer la vitesse de chaque bloc.
7. En déduire la vitesse du centre de masse du système {bloc A + bloc B}. Commenter le signe de la vitesse du centre de masse. Dans quel cas la vitesse du centre de masse est-elle nulle ? commentaire ?
8. Appliquer le théorème de la résultante cinétique au système {bloc A + bloc B} pour obtenir directement l'expression de la vitesse du centre de masse.

Exercice 3 : Equilibre d'un pont suspendu

On souhaite déterminer la forme prise par le câble soutenant un pont à haubans, dans un modèle où l'on considère que chaque élément du câble supporte la portion de tablier qui est située en dessous de lui. On néglige la masse linéique du câble devant celle du tablier noté μ.



On définit un système élémentaire composé d'une portion de tablier, entre les abscisses x et $x+dx$ et l'élément de câble qui le soutient. La figure suivante montre les forces qui s'appliquent à cet ensemble : le poids du tablier et les tension de part et d'autre de l'élément de câble. On note $\vec{T}(x)$ la tension exercée à l'abscisse x dans le câble.

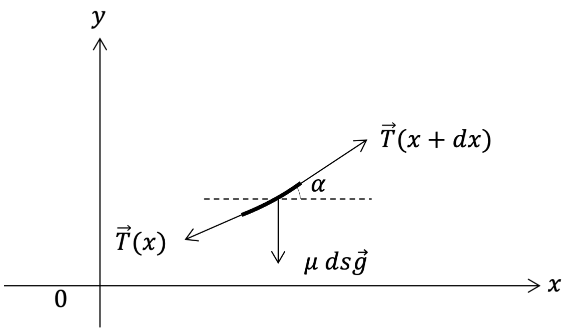


1. Appliquer le théorème de la résultante cinétique au système précédent et projeter l'équation obtenue sur les axes Ox et Oy. En déduire que la composante T_x de la tension dans le câble est constante et que $\frac{dT_y}{dx} = \mu g$. On note $T_x = T_0$ dans la suite.

2. Montrer que $T\cos\alpha = T_0$ et que $T_y = T_0 \tan\alpha$.
3. Utiliser le fait que $\tan\alpha = \frac{dy}{dx}$ pour en déduire $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\mu g}{T_0}$.
4. Intégrer l'équation précédente en faisant apparaître une grandeur caractéristique δ, homogène à une longueur formée à l'aide de T_0, μ et g. Déduire la forme du câble de l'équation $y(x)$ ainsi obtenue.

Exercice 4 : Forme d'une ligne électrique entre deux pylones

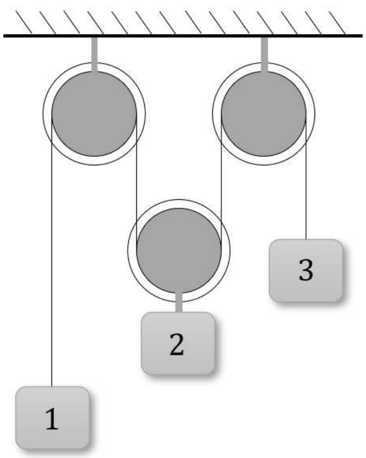
On souhaite déterminer la forme prise par une ligne électrique entre deux pylônes. Nous notons μ la masse linéique du câble. On définit un système élémentaire : un morceau de câble de longueur ds entre les abscisses x et $x + dx$. La figure suivante montre les forces qui s'appliquent à cet ensemble



1. Appliquer le théorème de la résultante cinétique au système précédent et projeter l'équation obtenue sur les axes Ox et Oy. En déduire que la composante T_x de la tension dans le câble est constante et que $\frac{dT_y}{dx}dx = \mu g ds$. On note $T_x = T_0$ dans la suite.
2. En déduire que $T\cos\alpha = T_0$ et que $T_y = T_0\tan\alpha$.
3. En déduire que $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\mu g}{T_0}\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$.
4. Montrer que $y = \delta\cosh\left(\frac{x}{\delta}\right) - \delta$ est solution de l'équation précédente.

Exercice 5 : Machine de Atwood 2

Une machine de Atwood constituée de trois blocs de masses m_1, m_2 et m_3 sont reliés par une corde qui passe par trois poulies. Nous notons T la tension dans la corde. La corde est considérée inextensible et de masse négligeable de telle sorte que la tension dans la corde est identique en tout point. On repère les points à l'aide d'un système de coordonnées cartésien d'axe Oz orienté positivement vers le bas.



1. Montrer que la composante de l'accélération du bloc 1 suivant l'axe Oz a pour expression : $a_1 = g\frac{m_1(4m_3+m_2)-3m_2m_3}{m_2m_3+m_1(4m_3+m_2)}$.