Renforcement physique
Induction - solution

Exercice 1 : L'induction d'une f.e.m dans une bobine

$B = \frac{0{,}6t}{0{,}9}$ et $e = N\frac{0{,}6}{0{,}9}\pi R^2 \simeq 1\,\mathrm{V}$

Exercice 2 : L'induction d'une f.e.m dans une bobine 2

$e = N\frac{B_{max}e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau}\pi R^2.$

Exercice 3 : L'induction d'une f.e.m dans une bobine 3

$e = NB_{max}\frac{2bt}{(1+bt^2)^2}\pi R^2.$

Exercice 4 : L'induction d'une f.e.m dans une spire

1. $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = \iint \vec{B}.d\vec{S} = \int_0^a \int_0^a B_0 \left(\frac{t}{t_0}\right) \frac{y}{y_0} dxdy = B_0 \frac{t}{t_0} a \frac{a^2}{2y_0}$ d'où $e = -\frac{B_0}{t_0}\frac{a^3}{2y_0}$
2. La force électromotrice est négative donc $\vec{E}$ est dans le sens inverse de $d\vec{l}$ donné par la règle de la main droite. Le courant électrique circule dans le sens de $\vec{E}$.

Exercice 5 : Courant induit par un solénoïde

1. $B = \mu_0 ni$. $B = 0$ en dehors du solénoïde infini.
2. $\Phi = \iint \vec{B}.d\vec{S} = \mu_0 ni\pi R^2$. $e = -\frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 ni_0\omega \sin(\omega t)\pi R^2$.

Exercice 6 : f.e.m induite par un solénoïde

1. Pour $r > R$, $e = \mu_0 n\frac{i_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\pi R^2$. Pour $r < R$, $e = \mu_0 n\frac{i_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\pi r^2$.
2. e est positif donc $\vec{E}$ est dans le sens de $d\vec{l}$ donné par la règle de la main droite. Le courant électrique circule dans le sens de $\vec{E}$.

Exercice 7 : f.e.m induite par un fil

1. $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\widehat{u}_\theta$.
2. $\Phi = a\int_d^{d+a} \frac{\mu_0 i}{2\pi r}dr = \frac{\mu_0 ia}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{a}\right)$ donc $e = \frac{e^{-t/\tau}}{\tau}\frac{\mu_0 i_0 a}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{a}\right)$
3. $e = \frac{\mu_0 i_0\omega\sin(\omega t)a}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{a}\right)$.

Exercice 8 : Détermination de l'expression du champ électrique

1. $\overrightarrow{rot}\ \vec{E} = -B_0\omega\sin(kz-\omega t)\widehat{u}_y$
2. $E_x = B_0\frac{\omega}{k}\cos(kz-\omega t)$.

Exercice 9 : Tige en rotation

$e = \int \vec{v} \wedge \vec{B}.\vec{dl}$ avec $\vec{v} = r\omega\widehat{u}_\theta$ d'où $e = \int_0^l \omega B r dr = \omega B \frac{l^2}{2}$.

Exercice 10 : Carré conducteur

Nous orientons le vecteur $\vec{dl}$ dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Lorsque le carré conducteur pénètre en partie dans la région où règne le champ magnétique, la f.e.m a pour expression $e = \oint(\vec{v} \wedge \vec{B}).\vec{dl} = \int_c^b (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).dy\widehat{u}_y + \int_b^a (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).(-dx)\widehat{u}_x + \int_a^d (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).(-dy)\widehat{u}_y + \int_d^c (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).dx\widehat{u}_x = \int_c^b vB\widehat{u}_y.dy\widehat{u}_y + \int_b^a vB\widehat{u}_y.(-dx)\widehat{u}_x + 0 + \int_d^c vB\widehat{u}_y.dx\widehat{u}_x = vBa$.

Lorsque le carré conducteur en totalement dans la région où règne le champ magnétique, la f.e.m a pour expression $e = \oint(\vec{v} \wedge \vec{B}).\vec{dl} = \int_c^b (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).dy\widehat{u}_y + \int_b^a (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).(-dx)\widehat{u}_x + \int_a^d (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).(-dy)\widehat{u}_y + \int_d^c (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).dx\widehat{u}_x = \int_c^b vB\widehat{u}_y.dy\widehat{u}_y + \int_b^a vB\widehat{u}_y.(-dx)\widehat{u}_x + \int_a^d vB\widehat{u}_y.(-dy)\widehat{u}_y + \int_d^c vB\widehat{u}_y.dx\widehat{u}_x = vBa - vBa = 0$

Lorsque le carré conducteur sort de la partie où règne le champ magnétique, la f.e.m a pour expression $e = \oint(\vec{v} \wedge \vec{B}).\vec{dl} = \int_c^b (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).dy\widehat{u}_y + \int_b^a (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).(-dx)\widehat{u}_x + \int_a^d (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).(-dy)\widehat{u}_y + \int_d^c (v\widehat{u}_x \wedge (-B)\widehat{u}_z).dx\widehat{u}_x = \int_c^b vB\widehat{u}_y.dy\widehat{u}_y + \int_b^a vB\widehat{u}_y.(-dx)\widehat{u}_x + 0 + \int_d^c vB\widehat{u}_y.dx\widehat{u}_x = -vBa$

Exercice 11 : Roue de Barlow génératrice

1. Le sens du courant est dans le sens de $\vec{v}_e \wedge \vec{B}$.
2. La vitesse $\vec{v}_e$ d'un point quelconque de la roue situé à une distance radiale r de l'axe a pour expression $\vec{v}_e = r\omega\widehat{u}_\theta = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$.
3. La force électromotrice qui apparait entre le point de contact de la roue avec le bain et l'axe de la roue où est connecté le fil électrique est donc donnée par $e = \int((\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}) \wedge \vec{B}).\vec{dl}$ avec $\vec{dl} = dr\widehat{u}_r + rd\theta\widehat{u}_\theta$. La relation du double produit vectoriel $(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c} = \vec{b}(\vec{a}.\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}.\vec{b})$ permet d'écrire que $e = \int B\omega\overrightarrow{OM}.(dr\widehat{u}_r + rd\theta\widehat{u}_\theta) = \int_0^R B\omega r dr = B\omega\frac{R^2}{2}$.
4. Si le circuit électrique a une résistance électrique R_{el} alors le courant électrique qui circule dans le circuit a pour expression $i = B\omega\frac{R^2}{2R_{el}}$.

Exercice 12 : Spire en rotation

1. $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ et $\Phi = \iint \vec{B}.\vec{dS} = BS\cos\theta = B\pi R^2\cos(\omega t)$ d'où $e = B\pi R^2\omega\sin(\omega t)$
2. A.N.

Exercice 13 : Alternateur

1. $e = -BS\omega\sin(\omega t)$ avec $d\vec{S}$ orienté selon la règle de la main droite.
2. Le sens du courant est dans le sens inverse de $\vec{dl}$ puisque e est négatif.
3. Graphe de $e(t)$.

Exercice 14 : f.e.m induite dans un spire carrée

Le raisonnement est identique à celui de l'exercice 10.

Exercice 15 : Loi de Lenz

La loi de Lenz stipule que le sens du courant induit est telle que le champ magnétique produit par le courant induit minimise la variation du flux magnétique.

1. Le courant va de A vers B pour créer un champ magnétique qui s'oppose à l'augmentation du flux magnétique.
2. Le courant va de B vers A.
3. Le courant va de B vers A.