Chapitre 1

Conservation de la quantité de mouvement

A la fin de ce chapitre, vous serez capable de :

- définir la quantité de mouvement
- énoncé et utiliser la conservation de la quantité de mouvement
- définir un choc élastique et inélastique

1.1 Illustration du principe à partir d'un exemple

Considérons l'expérience schématisée sur la figure 1.1, un bloc de masse m_b est posé sur un support se masse m_s qui peut lui même glisser sans frottements sur une table à coussin d'air. Le bloc est lancé sur le support à l'instant initial avec la vitesse $\vec{v}_i$. Les frottements entre le bloc et le support entraîne ce dernier et nous notons $\vec{v}_f$ la vitesse commune du bloc et du support lorsque le bloc est immobile dans le référentiel du support.

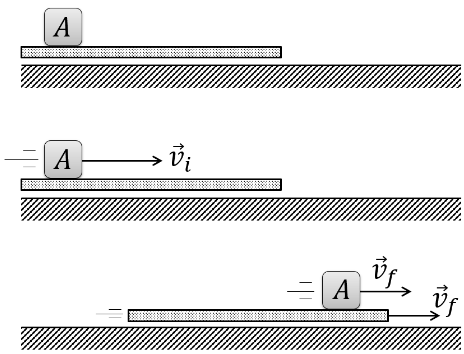

Figure 1.1 – Bloc lancé sur une table à coussin d'air.

Le théorème de la résultante cinétique appliqué au système {support} a pour expression :

$$m_s \frac{d\vec{v}_s}{dt} = \vec{R}_T$$

où $\vec{R}_T$ est la force de frottement de glissement exercée par le bloc sur le support qui a pour norme $R_t = \mu m_b g$. La vitesse initiale du support est nulle, l'équation horaire de la vitesse du support a donc pour expression :

$$\vec{v}_s = \frac{m_b}{m_s} \mu g t \hat{u}_x$$

où $\hat{u}_x$ est un vecteur unitaire suivant l'axe horizontal Ox orienté positivement vers la droite. Nous devons maintenant appliquer le théorème de la résultante cinétique sur le système {bloc} pour déterminer le temps mis par le bloc pour s'arrêter. Nous obtenons :

$$m_b\frac{d\vec{v}_b}{dt} = -\mu m_b g\hat{u}_x$$

d'où :

$$\vec{v}_b = \vec{v}_i - \mu g t\hat{u}_x$$

le temps t_f mis par le bloc pour atteindre la vitesse $\vec{v}_f$ a donc pour expression :

$$t_f = \frac{v_i - v_f}{\mu g}$$

L'expression de $\vec{v}_f$ en fonction de $\vec{v}_i$ a donc pour expression :

$$\vec{v}_f = \frac{m_b}{m_s}(v_i - v_f)\hat{u}_x$$

d'où :

$$\boxed{(m_s + m_b)\vec{v}_f = m_b\vec{v}_i} \tag{1.1}$$

Le terme de gauche de l'équation précédente représente **la quantité de mouvement** du système {support+bloc} à la fin du mouvement tandis que le terme de droite de l'équation précédente représente la quantité de mouvement du système {support+bloc} au début du mouvement. L'équation précédente traduit donc la conservation de la quantité de mouvement du système.

✍ **Vous pouvez maintenant faire l'exercice 1.**

Nous définissons ainsi la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'une particule de masse m et de vitesse $\vec{v}$ par :

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}} \tag{1.2}$$

1.2 Conservation de la quantité de mouvement

le théorème de la résultante cinétique appliqué à un corps de masse m et de centre de masse G a pour expression :

$$\frac{d}{dt}m\vec{v}_G = \sum_i \vec{F}_{i,ext}$$

Pour un exemple de corps de masse m_i et de vitesse $\vec{v}_{G,i}$ le théorème de la résultante cinétique a pour expression :

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{G,i} = \sum_i \vec{F}_{i,ext}$$

- Ainsi, nous avons

$$\boxed{\sum_i \vec{p}_i = \overrightarrow{cst}} \tag{1.3}$$

  et donc conservation de la quantité de mouvement si **la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le système est nulle**.
- Nous pouvons avoir plusieurs cas de figures :
  1. La quantité de mouvement d'un système qui n'est soumis à aucune forces se conserve. Par exemple, la quantité de mouvement de l'univers est constante.
  2. La quantité de mouvement d'un système soumis à des forces dont la résultante est nulle se conserve. C'est par exemple le cas de l'exemple de la section 1.
  3. La conservation de la quantité de mouvement permet de comprendre le fonctionnement des moyens de propulsion à réaction. Un système qui éjecte vers "l'arrière" de la quantité de mouvement se met en mouvement vers "l'avant" avec la même quantité de mouvement. C'est le principe de fonctionnement des avions à réaction, des fusées .... Même lorsque la quantité de mouvement ne se conserve pas, nous pouvons utiliser ce concept pour raisonner. Ainsi, un nageur ou un rameur se propulse en éjectant de la quantité de mouvement contenu dans les tourbillons qu'il créé.

1.3 Collisions

La conservation de la quantité de mouvement est un principe très utile pour étudier les collisions. En effet, **un ensemble de corps qui rentrent en collisions n'est soumis à aucune forces extérieures** et la quantité de mouvement totale immédiatement avant la collision est égale à la quantité de mouvement totale juste après la collision.

Autrement dit, la quantité de mouvement total est conservée lors d'une collision :

$$\boxed{\sum \vec{p}_f = \sum \vec{p}_i} \tag{1.4}$$

où i et f représente l'état initial et l'état final.

Exemple

La figure suivante montre la collision entre deux blocs A et B de masse $m_A = 20\,\mathrm{g}$ et $m_B = 30\,\mathrm{g}$ et de vitesse $v_A = 3\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ et $v_B = 2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. La quantité de mouvement initiale du système {bloc A + bloc B} est donc nulle puisque $\sum \vec{p}_i = (20 \times 3 - 30 \times 2)\hat{u}_x$ où $\hat{u}_x$ est un vecteur unitaire orienté vers la droite. Juste après la collision, nous avons donc $20v_A + 30v_B = 0$ où v_A et v_B sont les composantes du vecteur vitesse. Nous avons donc :

$$v_B = -\frac{2}{3}v_A$$

Ainsi si, v_A est positif alors v_B est négatif, ce qui signifie que le bloc B part vers la droite si le bloc A part à gauche après le choc. Dans tous les cas, la vitesse du bloc B est plus faible que la vitesse du bloc A après le choc.

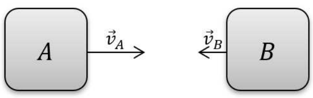

FIGURE 1.2 – Collision entre deux blocs.

✍ **Vous pouvez maintenant faire les exercices 2 et 3.**

1.4 Collision élastique et inélastique

L'exemple précédent montre que la conservation de la quantité de mouvement n'est pas reliée à la conservation de l'énergie. En effet, la conservation de la quantité de mouvement nous permet de relier la vitesse des blocs entre elles après le choc mais elle n'impose aucune limite à la valeur des vitesses. Il est pourtant clair que les vitesses des blocs après le choc ne peuvent pas être aussi grande que l'on veut pour ne pas violer le principe de conservation de l'énergie. Nous pouvons ainsi distinguer deux types de collisions :

- les collisions **élastiques** qui sont des collisions au cours desquelles l'énergie cinétique totale est conservée.
- les collisions **inélastiques** qui sont des collisions au cours desquelles l'énergie cinétique totale n'est pas conservée. L'énergie cinétique perdue est dissipée sous forme de chaleur au cours du choc.

Exemple

Nous pouvons reprendre l'exemple précédent et chercher la valeur de la vitesse de chaque bloc après le choc en considérant ce dernier élastique. L'énergie cinétique initiale vaut $0{,}15\,\mathrm{J}$, nous avons donc $\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = 0,15$ or nous avons montré que $v_B = -\frac{2}{3}v_A$, de plus $m_A = \frac{2}{3}m_B$, nous en déduisons donc $\frac{1}{2}m_B v_B^2\left(\frac{3}{2}+1\right) = 0,15$ d'où $v_B = \pm 2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. La solution négative n'est pas physique car les blocs repartent en sens contraire après un choc élastique. Nous avons donc $v_B = 2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ et $v_A = -3\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

✍ **Vous pouvez maintenant faire les exercices 4, 5 et 6.**

1.5 Choc élastique à 1D

✍ **Vous pouvez maintenant faire l'exercice 7.**

On considère un choc élastique à une dimension entre deux masses m et M de vitesse $\vec{v}$ et $\vec{V}$. On note $\vec{v}'$ et $\vec{V}'$ les vitesses après collision. L'équation de conservation de l'énergie cinétique entraine $M(V'-V)(V'+V) = m(v-v')(v+v')$ où V, V', v et v' sont les composantes des vecteurs vitesses. La conservation de la quantité de mouvement implique alors que $V'-v' = -(V-v)$. La vitesse $V-v$ représente la vitesse d'un bloc vu depuis le référentiel de l'autre bloc. Cette dernière équation montre donc que vu d'un bloc, l'autre arrive avec la vitesse $V-v$ avant la collision et repars ensuite dans l'autre sens avec la vitesse $V'-v'$.

1.6 Choc mou à 1D

Un choc est dit mou lorsque les corps restent "collés" après la collision. Le système physique considéré dans la section 1 est un exemple de choc mou à une dimension.

✍ **Vous pouvez maintenant faire l'exercice 8.**

1.7 Collisions à 2D

Dans ce cas, il faut faire attention à travailler avec les composantes des vecteurs vitesses après la collision pour ne pas imposer un sens au vecteurs vitesses des particules après la collision.

✍ **Vous pouvez maintenant faire les exercices 9 et 10.**