Fluide
TD 5 : Viscosité - réponses

1 Les savoir-faire

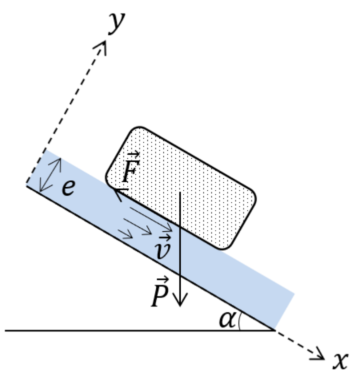
Savoir déterminer une force de frottement fluide

Exercice 1 : Action longitudinale d'un fluide sur une conduite

La force qui s'exerce sur la conduite est donnée par $\vec{F}(r = \frac{D}{2}) = -\eta S \frac{\partial v}{\partial r}(r = D/2)\widehat{u}_z = \eta 2\pi \frac{D}{2} L \frac{32 D_V}{\pi D^4} 2 \frac{D}{2} \widehat{u}_z = \frac{32 \eta D_V L}{D^2} \widehat{u}_z$.

Exercice 2 : Glissement sur un plan incliné

La figure suivante montre le glissement du bloc sur un plan incliné. Nous supposons que la vitesse du fluide évolue linéairement entre la surface du plan et le bloc. Nous posons donc $v = Ay + B$ or $v(y = 0) = 0$ et $v(y = e) = v_{lim}$ d'où $v = v_{lim} \frac{y}{e}$.



La force de frottement qu'exerce le fluide sur le bloc a pour expression $\vec{F} = -\eta S \frac{v_{lim}}{e} \widehat{u}_x$. Le principe d'inertie a pour expression $F = P \sin\alpha$ d'où $v_{lim} = \frac{M g e \sin\alpha}{S\eta}$.

Savoir étudier la chute d'une bille dans un fluide visqueux

Exercice 3 : Vitesse de chute d'une bille dans l'eau

1. $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{\Delta\rho}{\rho} g$ avec $\tau = \frac{2r^2\rho}{9\eta}$.
2. $v = \frac{\Delta\rho}{\rho} g\tau \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.
3. A.N.
4. $v = \frac{\Delta\rho}{\rho} gt$. La viscosité n'intervient pas au début de la chute.
5. $v = \frac{\Delta\rho}{\rho} g\tau$.
6. A.N.

Exercice 4 : Diffusion de la quantité de mouvement

1. Le principe fondamental appliqué à la portion de fluide a pour expression $\rho S dz \frac{\partial v}{\partial t} = F(z+dz) - F(z)$ d'où $\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$.
2. $D = \frac{\eta}{\rho} = \nu$. C'est la viscosité cinématique.

2 La mise en œuvre

Exercice 5 : Glissement d'un cylindre dans un tube

Nous supposons que la vitesse du fluide évolue linéairement entre la surface du plan et le bloc. Nous posons donc $v = Ar + B$ or $v(r = R_2) = 0$ et $v(r = R_1) = v_{lim}$ d'où $v = v_{lim}\frac{r-R_2}{R_1-R_2}$. La force exercée par le fluide sur le cylindre a pour expression $F = \eta 2\pi R_1 L \frac{v_{lim}}{R_1-R_2}$. Le principe d'inertie a pour expression $F = P$ d'où $\eta 2\pi R_1 L \frac{v_{lim}}{R_1-R_2} = \rho \pi R_1^2 L g$ d'où $v_{lim} = \frac{\rho R_1(R_2-R_1)g}{2\eta}$.

Exercice 6 : Écoulement entre deux cylindres

1. $A = \frac{\Omega_1 R_1^2 - \Omega_2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}$ et $B = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}(\Omega_1 - \Omega_2)$.
2. $\vec{F} = -\eta \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}(\Omega_1 - \Omega_2) 2\pi H \widehat{u}_\theta$.

Exercice 7 : Oscillations forcées

1. L'équation de diffusion a pour expression $\frac{\partial v}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$.
2. On pose $\underline{v} = v_m(z) e^{i(\omega t + \phi(z))}$ pour obtenir $i\omega \underline{v} = \nu \frac{\partial^2 \underline{v}}{\partial z^2}$ d'où $\underline{v} = \left(A e^{\frac{1+i}{\sqrt{2}}kz} + B e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}}kz}\right) e^{i\omega t}$ avec $k = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$. Les conditions aux limites imposent $B = v_0$ et $A = 0$ d'où $\underline{v} = \left(v_0 e^{-\frac{1+i}{\sqrt{2}}kz}\right) e^{i\omega t}$.
3. La profondeur de pénétration des vibrations a pour expression $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$.