

Fluide

TD 4 : Cinématique des fluides - partie 2 - réponses

1 Les savoir-faire

Connaître la signification physique de la divergence et du rotationnel du champ de vitesse

Exercice 1 : Champ de vitesse 1

1. $\text{div } \vec{v} = a_1 + b_1$.
2. $\vec{\text{rot}} \vec{v} = \vec{0}$.
3. La particule fluide se dilate.

Exercice 2 : Champ de vitesse 2

1. Déterminer l'expression de $\text{div } \vec{v} = 0$.
2. Déterminer l'expression de $\vec{\text{rot}} \vec{v} = \vec{0}$.
3. La particule se déforme sans changer de volume.

Exercice 3 : Champ de vitesse 3

1. $\text{div } \vec{v} = 0$.
2. $\vec{\text{rot}} \vec{v} = 2a_3 \hat{u}_z$.
3. la particule tourne autour de l'axe Oz sans changer de volume.

Savoir utiliser le potentiel des vitesses

Exercice 4 : Étude cinématique des ondes de gravité

1. $\text{div } \vec{v} = 0$
2. $\vec{\text{rot}} \vec{v} = \vec{0}$
3. $\vec{v} = \vec{\nabla} \phi$.
4. $\frac{d^2 f}{dz^2} f - k^2 f = 0$.
5. La composante verticale de la vitesse est nulle en $z = 0$ d'où $\frac{\partial \phi}{\partial z}(z = 0) = 0$ en $z = 0$.
6. $f = A(e^{kz} - e^{-kz}) = 2A \cosh(kz)$. On utilise la relation $\vec{v} = \vec{\nabla} \phi$ pour obtenir v_x et v_z .

2 La mise en œuvre

Exercice 5 : Exemple de potentiel des vitesses

1. $\vec{v} = \frac{K}{r} \hat{u}_\theta$.
2. Les équipotentielle et les lignes de courant sont orthogonales. Les équipotentiels sont des lignes droites radiales. Les lignes de courants sont des cercles.
3. $\phi = v_0 x$.
4. graphe.

Exercice 6 : Écoulement dans un driède droit

1. Écoulement incompressible car $\text{div } \vec{v} = 0$ et irrotationnel car $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v} = \vec{0}$.
2. $\phi = -k \frac{x^2}{2} + k \frac{y^2}{2}$

Exercice 7 : Écoulement entre deux cylindres

L'écoulement d'un fluide entre deux cylindres concentriques, de rayons R_1 et R_2 , tournant autour de leur axe commun aux vitesses angulaires Ω_1 et Ω_2 peut être décrit par le champ de vitesse $\vec{v} = \left(Ar + \frac{B}{r} \right) \hat{u}_\theta$.

1. $\text{div } \vec{v} = 0$. Il faut calculer le rotationnel en cylindrique..