

## Fluide

### TD 1 : Les fluides au repos - la pression

**Consignes :** Justifier toutes les réponses. Une réponse correcte non justifiée est considérée comme fautive en devoir. Soigner la rédaction des réponses et respecter les notations de l'énoncé. Une réponse qui utilise une autre notation est considérée comme fautive en devoir.

Le niveau de difficulté en calcul est représenté par l'échelle 

## 1 Les savoir-faire

### Savoir établir la loi de l'équilibre hydrostatique

#### Exercice 1 : Fluide en équilibre hydrostatique

On suppose un fluide de masse volumique  $\rho$  au repos dans un champ de pesanteur. Nous nommons  $Oz$  un axe vertical orienté positivement vers le haut. Nous cherchons l'équation différentielle qui gouverne l'évolution de la pression dans le fluide.

1. On isole par la pensée une tranche de fluide de base  $S$  compris entre  $z$  et  $z + dz$ . Soit  $P(z)$  la pression du fluide à l'altitude  $z$ . Montrer que le principe d'inertie projeté sur l'axe  $Oz$  a pour expression  $(-P(z) + P(z + dz))S + dm g = 0$  où  $dm$  est la masse de la tranche de fluide.
2. En déduire la relation entre  $\frac{dP}{dz}$ ,  $\rho$  et  $g$ .
3. Que devient la relation précédente avec un axe  $Oz$  orienté positivement vers le bas ?
4. Déduire de la relation précédente que  $P(z) = P_0 + \rho g z$  dans un fluide incompressible (i.e.  $\rho = cst$ ).

## Savoir calculer la pression dans un liquide

### Exercice 2 : Plongée

Calculer la surpression qui s'exerce sur les tympans lorsqu'on plonge en apnée sous l'eau à une profondeur  $h$ . Calculer la valeur de cette pression pour  $h_1 = 180 \text{ cm}$  et  $h_2 = 5 \text{ m}$ .

### Exercice 3 : Profil de pression

On considère deux liquides non miscibles (voir figure 1). On note  $h_1$  la hauteur d'huile et  $h_2$  la hauteur d'eau. Tracer  $P(z)$  où  $P$  est la pression hydrostatique du liquide au point  $z$ . Donner l'expression littérale de la pression à l'interface air/huile, à l'interface huile/eau et au fond du verre.

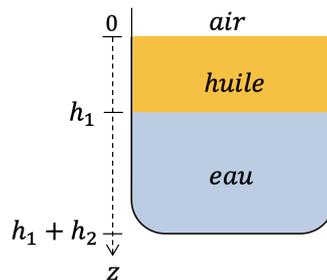


FIGURE 1 – Superposition des deux liquides non miscibles.

## Savoir calculer une force pressante

### Exercice 4 : Barrage

1. De l'eau s'élève sur une hauteur  $H$  sur un côté d'un barrage plan de largeur  $L$  et il n'y a que de l'air sur le côté opposé. Calculer la force totale qui s'exerce sur le barrage en assimilant le barrage à un rectangle.
2. Montrer que la force pressante est égale à la pression qui s'exerce au centre du barrage multipliée par la surface du barrage dans ce cas.

## Savoir utiliser la loi des gaz parfaits

### Exercice 5 : Plongée sous-marine sans bouteille

L'eau où le plongeur évolue est considérée comme un liquide homogène et incompressible. La surface libre de l'eau (en  $z = 0$ ) est en contact avec l'atmosphère de pression  $P_{atm} = 1,013 \times 10^5$  Pa. On oriente l'axe  $Oz$  positivement vers le bas.

1. Déterminer l'expression de  $P(z)$  de l'eau en point  $z$ .
2. A quelle profondeur la pression hydrostatique est le double de  $P_{atm}$  ?

On assimile l'air dans les poumons du plongeur à un gaz parfait. Cet air est caractérisé par sa pression  $P(z)$  identique à la pression du liquide, un volume  $V(z)$  variable qui correspond au volume des poumons et une température  $T_0$  constante.

3. Déterminer le volume  $V(z)$  des poumons à une profondeur  $z$  sachant que celui-ci, avant de plonger, gonfle ses poumons à un volume  $V_M$  puis bloque sa respiration.
4. Calculer  $V(z)$  pour  $z = 15$  m et  $V_M = 7,0 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>.

## Savoir étudier la pression dans un atmosphère isotherme

### Exercice 6 : Atmosphère

On étudie l'air de l'atmosphère (considéré comme un gaz parfait) soumis à l'action de la pesanteur. On suppose pour simplifier que la température du gaz reste constante avec l'altitude (pour l'atmosphère terrestre ceci est une approximation peu réaliste!). On appelle  $T$  cette température et  $g$  l'accélération de la pesanteur (supposée également constante, ce qui est aussi une approximation pour l'atmosphère terrestre),  $R$  la constante des gaz parfaits et  $M$  la masse molaire du gaz.

1. On isole par la pensée un cube de gaz de base  $dS$  compris entre  $z$  et  $z + dz$ . Soit  $P(z)$  la pression du gaz à l'altitude  $z$  et soit  $dP(z) = P(z + dz) - P(z)$ . Soit  $dm$  la masse de ce petit cube de gaz. Faire le bilan des forces verticales s'exerçant sur le cube. En déduire la relation entre  $\frac{dP}{dz}$ ,  $\rho$  et  $g$  où  $\rho$  est la masse volumique du gaz.
2. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la fonction  $P(z)$  en utilisant l'équation d'état des gaz parfaits.
3. Démontrer que la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude est  $P(z) = P_0 e^{-\frac{Mg}{RT}z}$  et tracer le graphe de  $P(z)$ .
4. Déterminer l'altitude à laquelle la pression est deux fois plus faible qu'au niveau de la mer.
5. Déterminer l'équation d'évolution de la densité  $n(z)$  avec l'altitude.
6. Quelle est la différence de pression dans ce modèle entre le sommet du Mont Blanc à 4800 m et le niveau de la mer ?

On donne  $T_0 = 300$  K,  $M_{air} = 29$  g mol<sup>-1</sup>,  $R = 8,31$  J K<sup>-1</sup> mol<sup>-1</sup>.

## 2 La mise en œuvre

### Exercice 7 : Voiture immergée

Une voiture plonge dans un lac suite à un accident et se retrouve au fond du lac sur ses

roues. La porte de la voiture fait 1,2 m de hauteur et 1 m de large et le toit de la voiture est à 8 m de profondeur par rapport à la surface de l'eau.

1. Déterminer la surpression qui s'exerce sur la porte (c'est-à-dire la pression qui s'exerce au centre de la porte).
2. Déterminer la force pressante qui s'exerce sur la porte.
3. Est-ce que le conducteur peut ouvrir la porte?

### Exercice 8 : Hublot

Une chambre au niveau bas d'un bateau de croisière à un hublot de 30 cm de diamètre. Si le point central de la fenêtre est à 4 m sous la surface de l'eau.

1. Déterminer la force pressante qui s'exerce sur le hublot. Prendre la densité de l'eau de mer égale à 1,025.

### Exercice 9 : Tube en U

Le tube en U de la figure suivante est à l'air libre.

1. Déterminer l'expression de  $h_2$  en fonction de  $h_1$ , de  $\rho_1$  et de  $\rho_2$ .

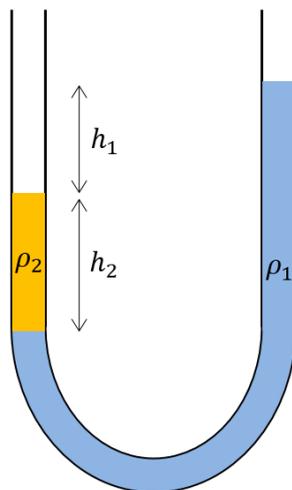


FIGURE 2 – Liquide dans un tube en U ouvert.

### Exercice 10 : Manomètre

Un manomètre à mercure à air libre est relié à une enceinte dont on veut mesurer la pression.

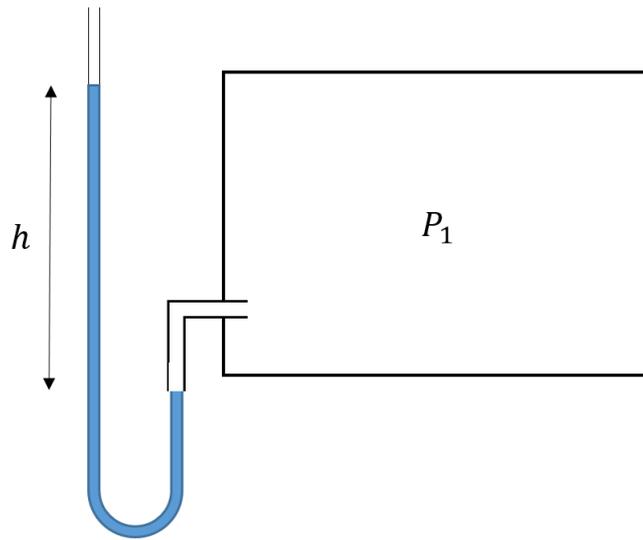


FIGURE 3 – Schéma du manomètre.

1. Exprimer la pression  $P_1$  à mesurer en fonction de la pression atmosphérique  $P_0$  et de la hauteur  $h$ .
2. Calculer la hauteur  $h$  dans le cas où le liquide utilisé est de l'eau pour  $P_1 = 1,2P_0$ . On donne  $P_0 = 1013 \text{ hPa}$ . Justifier l'emploi du mercure comme liquide utilisé dans un manomètre.

### Exercice 11 : Cric hydraulique

On considère un cric hydraulique utilisé dans un garage. Les pistons ont une surface  $A_1$  et  $A_2$ . On suppose que les pistons sont à la même hauteur. On applique une force de norme  $F_1$  sur le piston 1 qui permet de maintenir en équilibre le deuxième piston sur lequel une force  $F_2$  s'exerce.

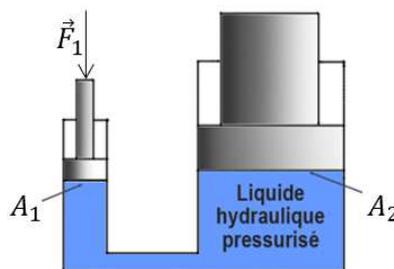


FIGURE 4 – Schéma d'un cric hydraulique.

1. Déterminer l'expression de la force  $F_2$  exercée par le piston 2 en fonction de  $F_1$ ,  $A_1$  et  $A_2$ .

### Exercice 12 : Osmomètre

Un osmomètre permet de mesurer la pression osmotique, c'est-à-dire la différence de pression entre un solvant pur et un solvant incluant un soluté de part et d'autre d'une membrane semi-perméable qui laisse passer uniquement les molécules du solvant. Le solvant est de l'eau et le soluté de l'eau sucré.

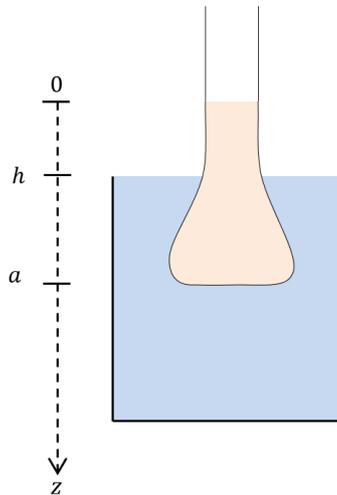


FIGURE 5 – Schéma de l'osmomètre.

1. Quel est le sens physique de cette différence de pression  $\Pi$ .
2. Déterminer l'expression de  $\Pi$  en fonction de  $\rho_{\text{solvant}} \simeq \rho_{\text{solution}} \simeq \rho$  et de la dénivellation  $h$  observée.
3. Comment varie la pression avec la profondeur à partir de la surface à l'air libre. Tracer le graphe de  $P = f(z)$ .

### Exercice 13 : Crique hydraulique 2

Quelle hauteur  $h$  d'eau permet de soulever la charge de 500 kg ? On considère que tous les tubes sont cylindriques.

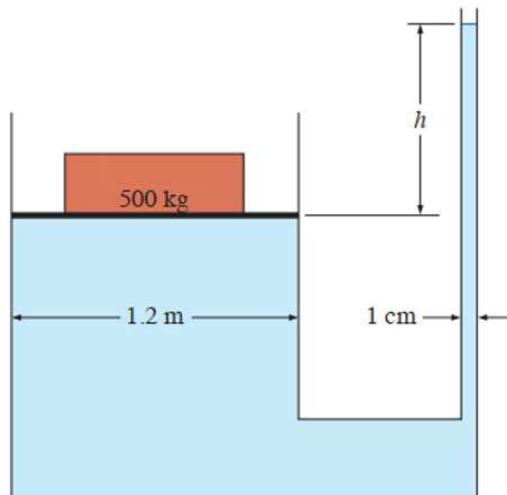


FIGURE 6 – Schéma d'un crique hydraulique.

### Exercice 14 : Pression dans les chambres

Les deux chambres de la figure suivante sont remplies d'eau. Le poids du piston est de 25 N. Quelle est la pression en  $A$  et  $B$  ? On considère que tous les tubes sont cylindriques.

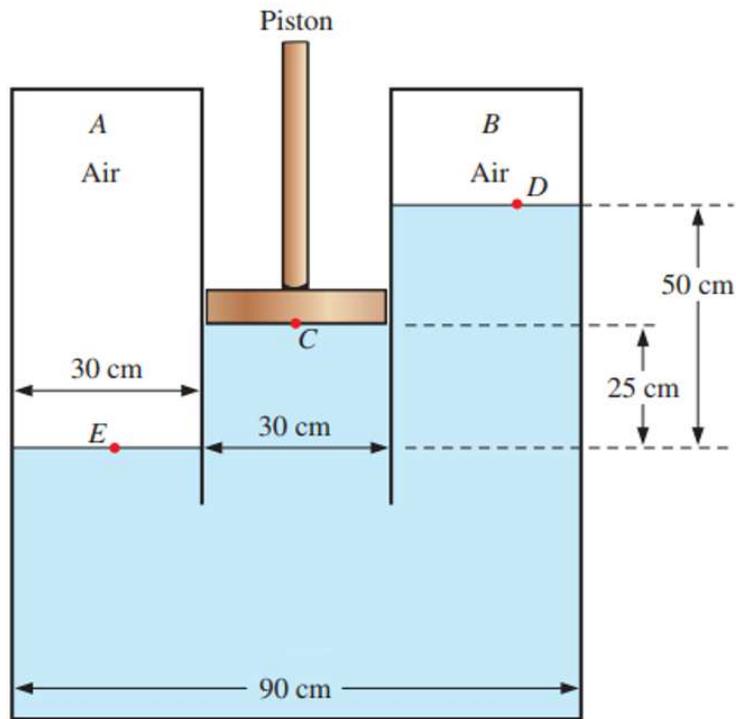


FIGURE 7 – Deux chambres de pressions à déterminer.

### Exercice 15 : Piston

De l'eau est aspiré dans un tube cylindrique vertical de diamètre  $D = 40$  cm grâce à un piston qui est tiré avec une force  $\vec{F}$ .

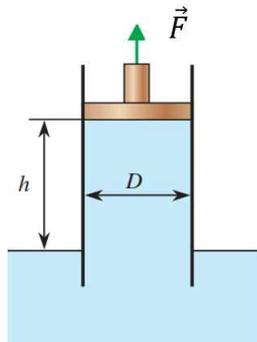


FIGURE 8 – Force exercée sur un piston pour aspirer un liquide.

1. Quelle est l'intensité de la force  $\vec{F}$  à exercer pour monter le liquide à une hauteur  $h = 2$  m.

### Exercice 16 : Pression artérielle

Une personne mesure sa pression artérielle maximale et trouve une pression de 120 mmHg. Quelle hauteur atteindrait le sang dans une tube vertical connecté à la veine? La masse volumique du sang est de  $1040 \text{ kg m}^{-3}$ . La masse volumique du mercure est de  $13\,600 \text{ kg m}^{-3}$ .

### Exercice 17 : Force pressante dans un reservoir

Le réservoir de dimension 2,5 m x 8,1 m x 6 m est rempli d'essence de densité 0,7.

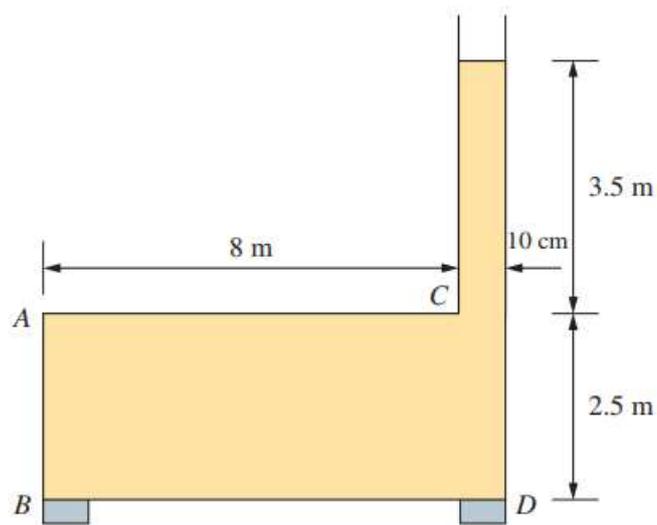


FIGURE 9 – Réservoir rempli d'essence.

1. Quelle est l'intensité de la force pressante qui s'exerce sur les faces  $AB$ ,  $BD$  et  $AC$  ?
2. Est-ce que le poids du liquide est égale à la force qui s'exerce sur la surface  $BD$  ? A quoi est égale le poids du liquide ?

**Exercice 18 : Force pressante sur une paroi**

Les liquides de gauche et de droite ont respectivement, des densités de 0,8 et 1,25. Déterminer le rapport  $\frac{H}{h}$  dans le cas où  $F_1 = F_2$ .

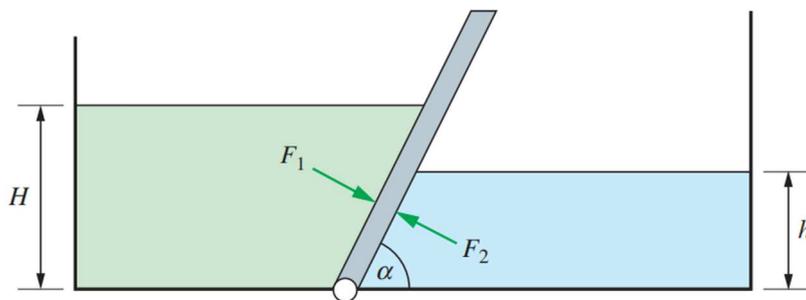


FIGURE 10 – Paroi qui sépare deux liquides de masses volumiques différentes.