

### Les fluides au repos : la poussée d'Archimède

#### Objectifs :

- calculer la poussée d'Archimède
- expliquer le mécanisme de convection thermique
- expliquer les mécanismes de bases de la création des nuages convectifs
- expliquer les conditions de stabilité d'un navire

#### 2.1 La poussée d'Archimède

Plaçons un objet incompressible dans l'eau. Cet objet est soumis à son propre poids et aux forces de pression que le liquide exerce sur la surface de l'objet (voir la figure 2.1).

**La poussée d'Archimède est précisément la résultante des forces de pression qu'exerce le fluide sur l'objet.**

Une parcelle de fluide ou un corps quelconque est donc soumis à la poussée d'Archimède uniquement si la résultante des forces pressantes est non nulle. Sous quelle condition la résultante des forces de pression est-elle non nulle ? Pour le comprendre, prenons l'exemple simple d'un objet flottant entre deux eaux. Le poids de l'objet tend faire couler l'objet. Pour que l'objet flotte entre deux eaux, il faut donc que la résultante des forces de pression soit opposée au poids de l'objet. Ainsi, la pression exercée par le liquide, ou plus généralement par le fluide qui entoure l'objet, doit être plus forte en  $z_1$  qu'en  $z_2$ . Cette condition est respectée uniquement si le fluide se trouve dans un champ de pesanteur car la pression varie alors avec la profondeur. **La poussée d'Archimède, ou la résultante des forces pressantes, est donc non nulle lorsque la pesanteur stratifie le fluide entourant l'objet.**

Donnons maintenant une démonstration de l'expression de la poussée d'Archimède. La poussée d'Archimède s'exerce dans tout milieu fluide, aussi pour ne pas perdre en généralité, nous remplaçons le liquide par un fluide

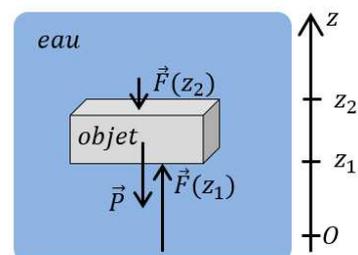


FIGURE 2.1: Forces s'exerçant sur un objet plongé dans un fluide.

dans la démonstration. Imaginons un petit objet parallélépipédique de volume  $dV$  et d'épaisseur  $dz$  plongée dans un fluide quelconque et calculons la résultante des forces de pression. Comment procéder? Nous allons utiliser le raisonnement suivant. La force de pression exercée par le fluide sur l'objet ne dépend pas de la nature de l'objet. Autrement dit, la résultante des forces de pressions exercée par le fluide sur la surface délimitée par l'objet ne change pas si le fluide occupe la place de l'objet. La figure 2.2 illustre ce résultat.

Nous pouvons maintenant calculer la résultante des forces de pression. En effet, si le volume  $dV$  de l'objet est rempli de fluide, alors celui-ci est à l'équilibre et nous savons que dans ce cas la somme des forces qui s'exercent sur l'objet est nulle. Cela signifie que la résultante des forces de pressions qui s'exercent sur le volume  $dV$  est égale au poids du volume  $dV$  rempli de fluide. Nous trouvons ainsi le principe d'Archimède à savoir que la valeur de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur un corps est égale au poids du volume de fluide déplacé par le corps.

- Mathématiquement, la poussée d'Archimède a donc pour expression :

$$\vec{F}_A = - \int_V \rho_{fluide} \vec{g} dV$$

où  $V$  est le volume de fluide déplacé.

- Si le champ de gravitation est constant sur le volume de l'objet, nous avons :

$$\vec{F}_A = -\rho_{fluide} V \vec{g} \tag{2.1}$$

- Le point d'application de la poussée d'Archimède est le centre de gravité du fluide déplacé.

## 2.2 Flottabilité

Considérons maintenant un corps initialement immobile plongé dans un fluide. Puisque la poussée d'Archimède représente la résultante des forces pressantes qui s'exerce sur un corps, nous en déduisons que :

- le corps reste immobile si la poussée d'Archimède compense le poids de l'objet.
- le corps s'élève si la poussée d'Archimède est supérieure au poids de l'objet.
- le corps coule si la poussée d'Archimède est plus faible que le poids de l'objet.

- Nous nommons flottabilité  $F$  la quantité  $F = F_A - P$ . Le nom de cette quantité vient du fait qu'un corps plongé dans un liquide flotte à la surface du liquide si sa flottabilité est positive.
- Si nous remplaçons le poids et la poussée d'Archimède par leurs expressions, la flottabilité a pour expression :

$$F = gV(\rho_{fluide} - \rho_{corps}) \tag{2.2}$$

- **Un corps plongé dans un fluide coule si sa flottabilité est négative et s'élève dans le cas contraire.**

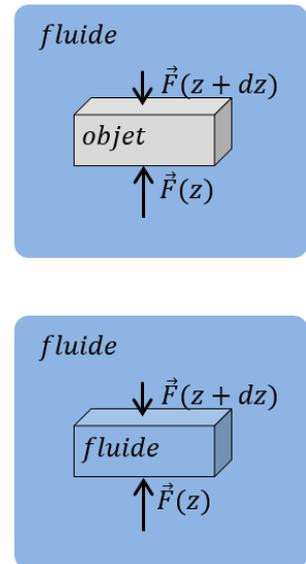


FIGURE 2.2: Les forces pressantes sont indépendantes de la nature de l'objet plongé dans le fluide.

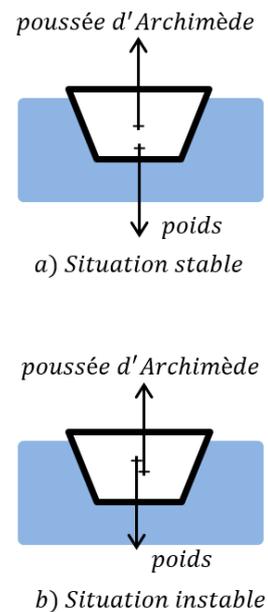


FIGURE 2.3: Stabilité d'un navire.

### 2.3 Les bateaux et leurs stabilités

Il existe deux grandes catégories de bateaux. Ceux qui flottent en permanence grâce à la poussée d'Archimède et ceux qui flottent également grâce à la portance produite par des foils. Nous nous intéressons ici uniquement au bateau qui navigue en utilisant la poussée d'Archimède.

Un objet peut flotter dans ce cas uniquement si l'intensité de son poids est inférieure à l'intensité de la poussée d'Archimède exercée par le fluide sur l'objet. Autrement dit, un objet est flottant si  $F_A - P > 0$ . Il faut donc que la masse volumique de l'objet soit plus petite que la masse volumique du fluide entourant l'objet. Cependant, cette condition de flottabilité ne suffit pas à assurer la stabilité d'un corps flottant.

La figure 2.3 montre que le point d'application du poids du corps flottant doit être situé en-dessous du point d'application de la poussée d'Archimède pour que l'objet flottant soit stable.

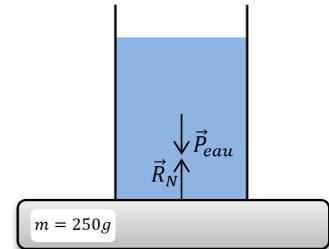


FIGURE 2.4: Forces s'exerçant sur le système {eau}.

### 2.4 Une expérience intéressante

La figure 2.4 montre les forces s'exerçant sur un bêcher rempli d'eau posé sur une balance. La valeur indiquée sur la balance correspond à  $m = \frac{R_N}{g}$ .

Nous immergeons partiellement un objet dans le bêcher. La masse indiquée par la balance augmente. Nous allons montrer que cette augmentation de la masse donnée par la balance correspond au poids du fluide déplacé par l'objet.

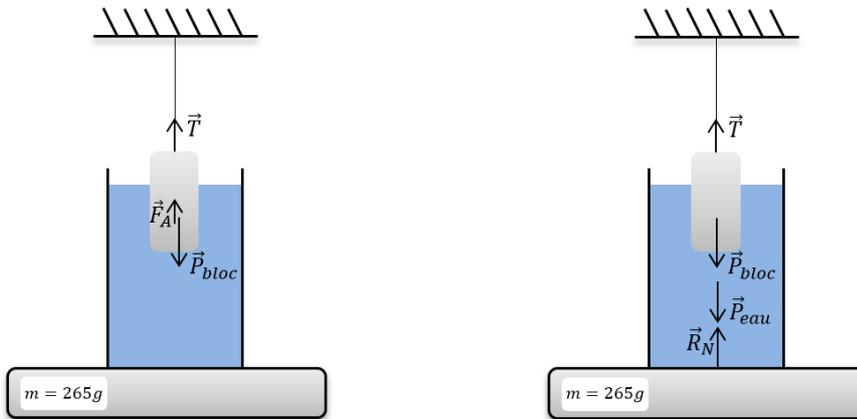


FIGURE 2.5 – Forces s'exerçant sur le système {bloc} (à gauche). Forces s'exerçant sur le système {bloc+bêcher} (à droite).

Le principe d'inertie appliqué au système {bloc} (figure 2.5 à gauche) montre que la tension dans le fil est égale à  $T = P_{bloc} - F_A$  où  $F_A$  est la poussée d'Archimède qu'exerce le fluide sur le bloc. Le principe d'inertie appliqué au système {bloc+bêcher} (figure 2.5 à gauche) s'écrit  $R_N + T - P_{eau} - P_{bloc} = 0$ . Nous obtenons donc, en remplaçant  $T$  par son expression,  $R_N = P_{eau} + F_A$ . La masse supplémentaire indiquée par la balance correspond donc à la masse de fluide déplacé par l'objet immergé.

Physiquement, cette force supplémentaire qui s'exerce sur la balance est due à l'augmentation de la pression que le liquide exerce sur la base du bêcher. Cette augmentation de pression est due à l'augmentation du niveau de l'eau.

La figure 2.6 montre que le niveau de l'eau  $h_1$  est le même que si la partie

immergée de l'objet était de l'eau. Nous avons donc  $\rho_{\text{eau}}Sh_0 + \rho_{\text{eau}}V_{\text{déplacé}} = \rho_{\text{eau}}Sh_1$  soit  $h_1 = h_0 + \frac{V_{\text{déplacé}}}{S}$  où  $S$  est la base du bécber. La force pressante qu'exerce l'eau sur la base du bécber lorsque l'objet est immergé a pour expression  $F = (P_0 + \rho gh_1 - P_0)S$ . La force pressante qu'exerce l'eau sur la base du bécber avant d'immerger l'objet a pour expression  $F = (P_0 + \rho gh_0 - P_0)S$ . L'augmentation de force exercée par l'eau sur la base du bécber a donc pour expression  $\Delta F = \rho g(h_1 - h_0)S = \rho gV_{\text{déplacé}}$ . La masse supplémentaire indiquée par la balance correspond donc à la masse de fluide déplacée par l'objet immergé.

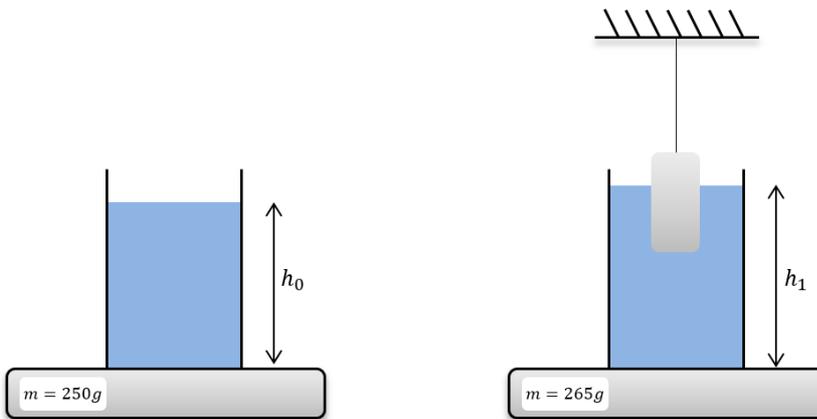


FIGURE 2.6 – L'immersion de l'objet augmente la hauteur d'eau qui passe de  $h_0$  à  $h_1$ .

## 2.5 La convection

### 2.5.1 Mécanisme de convection

Nous pouvons maintenant expliquer le mécanisme de convection. Considérons une parcelle de fluide au-dessus d'une surface chaude. Sous l'effet de la chaleur, cette parcelle de fluide se dilate ce qui augmente le volume de fluide déplacé et donc l'intensité de la poussée d'Archimède. La poussée d'Archimède est alors supérieure au poids de la parcelle de fluide ce qui provoque son élévation. Nous pouvons ainsi retenir qu'un fluide chaud est moins dense qu'un fluide froid et, de manière générale, tend à s'élever. Notons que le mécanisme de convection est possible uniquement si la parcelle de fluide n'a pas le temps de se refroidir par conduction.

La figure 2.7 montre la convection de l'air autour d'une bougie. La parcelle d'air au-dessus de la bougie se dilate sous l'effet de la chaleur fournie par la bougie ce qui provoque la diminution de sa masse volumique selon  $\rho(T) = \rho(T_0)(1 - \beta(T - T_0))$  où  $T$  est la température de la parcelle d'air chaude,  $T_0$  la température d'une parcelle d'air bougie éteinte et  $\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$  le coefficient de dilatation thermique volumique. Ainsi, la flottabilité de cette parcelle d'air devient  $F = gV\rho(T_0)\beta(T - T_0)$ . C'est le terme moteur de la convection. L'élévation de la parcelle d'air chaude provoque son remplacement par une parcelle d'air froide. Nous pouvons interpréter ce déplacement d'air en terme de pression. La dilatation de la parcelle d'air chaud provoque une diminution de sa pression. Ainsi, la pression au-dessus de la bougie est plus faible que la pression de l'air sur les cotés. L'air, qui se déplace des zones de haute pression vers les zones de basse pression, est donc amené vers la bougie par les cotés. Notons que c'est ce mécanisme de convection naturelle qui amène de l'air riche en oxygène au niveau de la bougie pour entretenir la combustion. Il est possible de forcer la convection en soufflant sur un feu éteint et ainsi amener de l'oxygène pour le rallumer.

➤ Vous pouvez maintenant faire l'exercice 5.

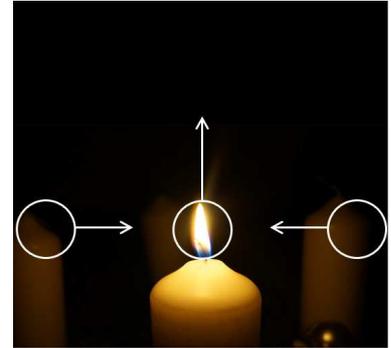


FIGURE 2.7: Convection de l'air autour d'une bougie.

☞ L'augmentation du volume de la parcelle de fluide lors de sa dilatation provoque une diminution de la masse volumique. La variation de la masse volumique en fonction de la température de l'air est donnée par le coefficient de dilatation thermique volumique  $\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ . Pour un gaz parfait  $\beta = \frac{1}{T}$ .

☞ La parcelle de fluide s'élève lorsque sa flottabilité est positive donc lorsque  $\rho_{\text{fluide froid}} - \rho_{\text{fluide chaud}} > 0$ .

☞ Notons que la conduction thermique qui tend à homogénéiser la température du fluide est donc un frein à la convection.

➤ Vous pouvez maintenant faire les exercices 4 et 8.

### 2.5.2 Fluide stratifié

Un fluide est stratifié et stable si les couches les plus froides sont au-dessous des couches chaudes. Dans ce cas, si nous déplaçons par la pensée une parcelle de fluide rapidement vers le haut de telle sorte qu'elle n'ait pas le temps de se réchauffer par conduction, elle se retrouve dans un fluide plus léger qui provoque une poussée d'Archimède moins intense que son poids. La parcelle de fluide tend donc à rejoindre sa place. Un fluide stratifié est donc stable vis-à-vis de la convection.

## 2.6 Les cellules de circulation

### 2.6.1 Cellules de circulation de Bénard

Ce mécanisme de remplacement du fluide chaud par du fluide froid donne naissance à une cellule de convection (figure 2.8) nommée cellule de Bénard. La video <https://www.youtube.com/watch?v=eX9NpXH7UrM> montre la formation de cellules de convection de Bénard.

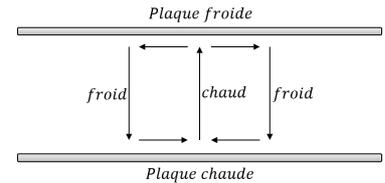


FIGURE 2.8: Cellule de convection de Bénard.

### 2.6.2 Brise de mer

Le mécanisme de convection que nous avons explicité précédemment permet d'expliquer l'apparition des brises de mer en été. L'eau, qui a une capacité thermique plus élevée que la terre se réchauffe plus lentement que la terre en été. L'air chaud au-dessus de la côte s'élève par convection et il est remplacé par de l'air qui provient de la mer ce qui donne naissance à une brise de mer. Il s'établit ainsi une petite cellule de circulation locale qui s'étend sur plusieurs dizaines de kilomètres vers le large. Notons que l'air chaud qui monte au-dessus de la côte se détend de manière adiabatique et se refroidit. La température diminue parfois suffisamment pour que la vapeur d'eau se condense et donne naissance à des petits cumulus au-dessus de la côte (figure 2.9).

☞ La liaison hydrogène entre les molécules d'eau explique la valeur élevée de la capacité thermique de l'eau.

🔗 Vous pouvez maintenant faire l'exercice 2.

### 2.6.3 Les cellules de circulations globales

La figure 2.10 montre la circulation générale de l'atmosphère. C'est la différence d'ensoleillement que reçoit la Terre en fonction de la latitude qui est responsable de cette circulation atmosphérique.

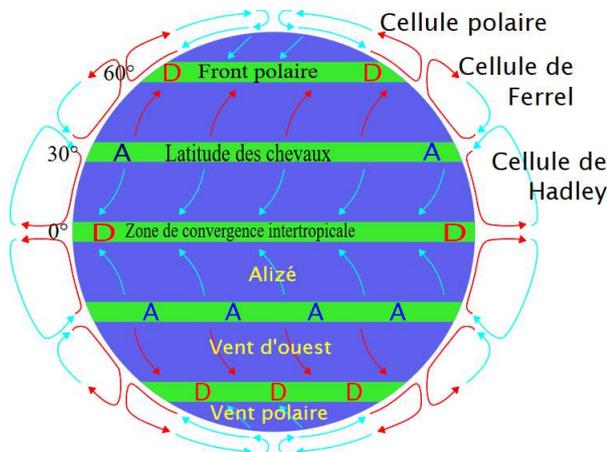


FIGURE 2.10 – Circulation générale de l'atmosphère.



FIGURE 2.9: Formation de cumulus en été au-dessus de la côte.

La Terre reçoit plus de lumière par unité de surface au niveau de l'équateur qu'au niveau des pôles. L'air chaud au niveau de l'équateur s'élève par convection et est remplacé par de l'air frais. Si la Terre ne tournait pas sur elle-même, ce mécanisme créerait une seule cellule de circulation entre l'équateur et le pôle. La rotation de la Terre sur elle-même provoque, par l'intermédiaire de la force de Coriolis, la fracture de cette cellule de circulation en trois cellules de circulation :

- la cellule de Hadley
- la cellule de Ferrel
- la cellule polaire

La force de Coriolis agit sur le déplacement des masses d'air aux grandes échelles en provoquant la déviation des vents qui vont vers le pôle vers l'est. La figure 2.11 montre plus précisément le déplacement des masses d'air et la circulation générale de l'atmosphère.

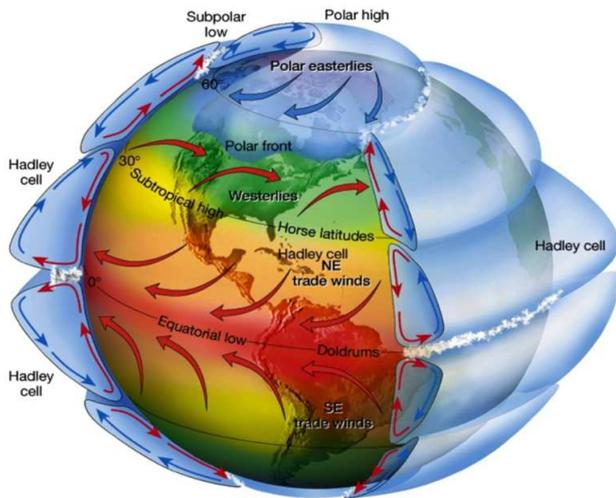


FIGURE 2.11 – Circulation générale de l'atmosphère.

La figure 2.10 montre également que les zones de convection ascendante sont des régions de basses pressions tandis que les zones de descente d'air sont des régions de hautes pressions.

La figure 2.12 montre le mécanisme qui conduit à la diminution de la pression dans une zone de convection. L'air chaud monte par convection dans une telle région, l'air rentre donc à la base de la colonne d'air et sort par le haut de la colonne d'air. A cause des frottements avec le sol, l'air rentre moins vite qu'il ne sort, la masse d'air contenue dans la colonne est donc plus faible dans une zone de convection et la pression est plus faible.

La figure 2.13 montre le mécanisme qui conduit à l'augmentation de la masse d'air dans une colonne d'air et donc à une zone de haute pression. L'air descend dans une zone de haute pression, l'air rentre donc par le haut de la colonne d'air et sort par le bas de la colonne d'air. A cause des frottements avec le sol, l'air sort moins vite qu'il ne rentre dans la colonne, la masse d'air contenue dans la colonne est donc plus élevée dans une zone de descente d'air et la pression est plus élevée.

Notons qu'une zone de dépression est forcément reliée à une zone de haute pression pour boucler la cellule de circulation (figure 2.14).

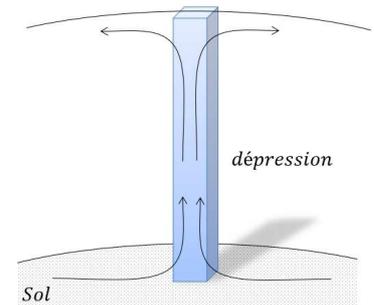


FIGURE 2.12: Colonne d'air en dépression.

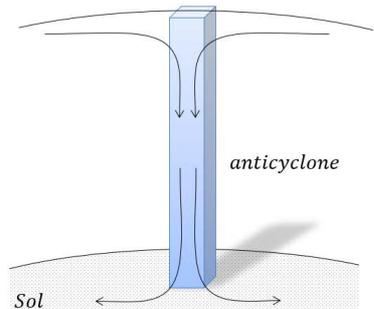


FIGURE 2.13: Colonne d'air en surpression.

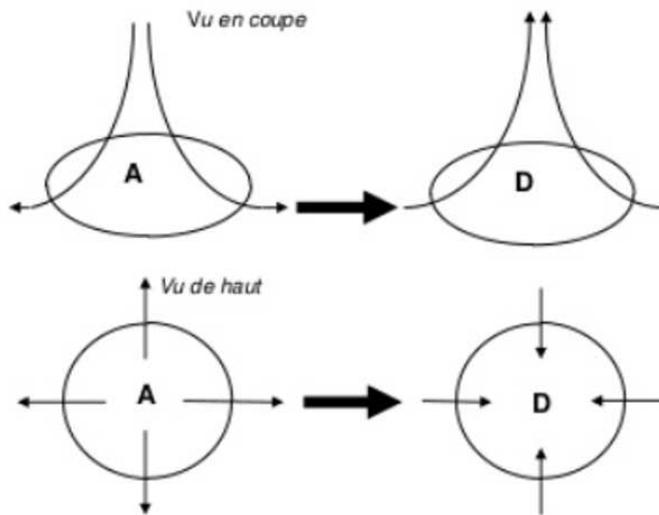


FIGURE 2.14 – L’air s’échappe des anticyclones tandis qu’il est aspiré par une dépression.

## 2.7 Les dépressions et les fronts

En plus de cette circulation générale de l’atmosphère, des dépressions peuvent se former localement sur Terre et changer localement le temps qu’il fait.

Sans rentrer dans le mécanisme de formation d’une dépression, nous pouvons dire pour simplifier qu’une dépression est de l’air chaud et humide emprisonné dans un tourbillon. L’air est aspiré en surface dans une dépression et monte en tournant dans le sens inverse des aiguilles d’une montre dans l’hémisphère Nord. La dépression se déplace en même temps avec le mouvement de circulation générale d’ouest en est.

Cette poche d’air chaud en mouvement donne naissance à des affrontements de masse d’air. A l’avant de la perturbation, l’air chaud rencontre de l’air froid : c’est le **front chaud**. L’air chaud et humide s’élève sous l’effet de la poussée d’Archimède sur l’air froid et se refroidit progressivement en s’élevant jusqu’à former des nuages. Ainsi, l’arrivée de nuages est le signe annonciateur d’une perturbation. A l’arrière, l’air froid est aspiré par la perturbation. L’air froid est plus dense que l’air chaud, il passe donc sous l’air chaud pour rentrer dans la perturbation. C’est le **front froid**. L’air froid est bloqué par le sol ce qui augmente sa vitesse par rapport à l’air chaud qui a une vitesse dirigé vers le haut. Ainsi, progressivement, le front froid rattrape le front chaud au cours de la vie d’une perturbation. Lorsque le front froid a rattrapé le front chaud, la poche d’air chaud ne touche plus le sol et un front dit occlus est associé à cet état. Les fronts occlus apparaissent en rose sur les carte de météo. Une carte de météo qui montre les fronts et les lignes isobare est une carte synoptique.

Précisons que le déplacement des masses d’air s’effectue en l’absence de force de Coriolis des hautes pressions vers les basses pressions. En présence de la force de Coriolis, le déplacement des masses d’air s’effectue à **l’équilibre géostrophique** - il y a équilibre entre le gradient de pression et la force de Coriolis - et le vent suit donc les lignes isobares. Plus les lignes isobares sont resserrées, plus la vitesse du vent est élevée.

☞ Une ligne isobare est une ligne le long de laquelle la valeur de la pression est constante.

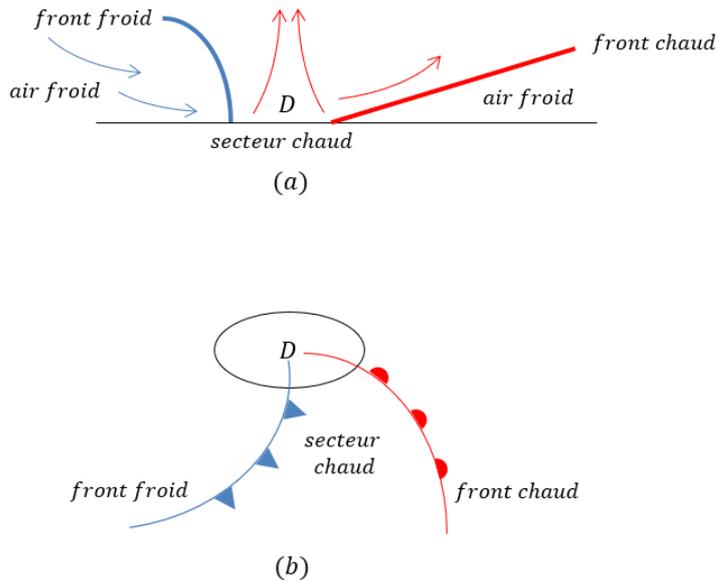


FIGURE 2.15 – Fronts chaud et froid associé à une dépression. La poche d’air chaud emprisonné entre les deux fronts est le secteur chaud. (a) : vue de coupe. (b) : vue de dessus

La figure 2.16 montre un exemple de carte synoptique. Le vent tourne dans le sens inverse des aiguilles d’une montre autour d’une dépression (c’est la règle de la main droite) dans l’hémisphère Nord.

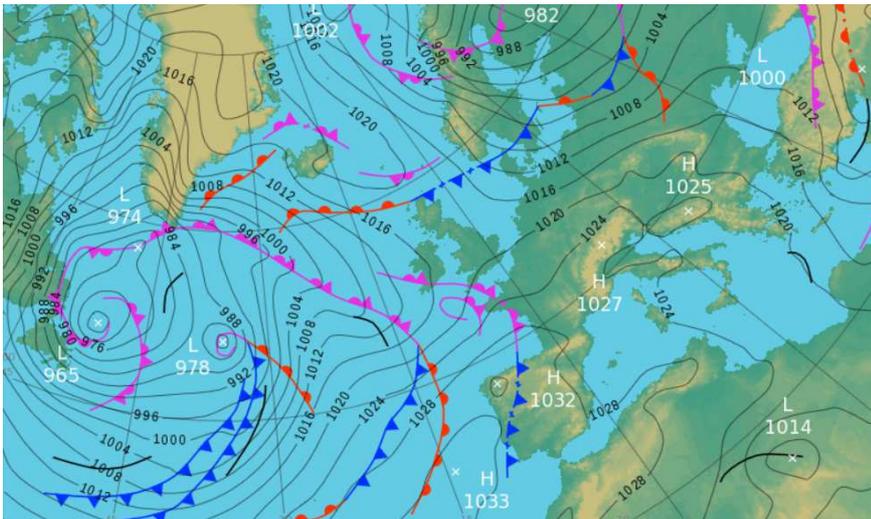


FIGURE 2.16 – Carte synoptique du 27 février 2019. La France est dans une zone de haute pression : un anticyclone.

## 2.8 La formation des cumulus

La température de l’atmosphère décroît dans la troposphère d’environ  $6.5\text{ °C km}^{-1}$ . L’air le plus chaud se trouvant près du sol, il devrait monter au sein de l’air froid au-dessus sous l’effet de la poussée d’Archimède. Ce n’est pourtant pas le cas en général. Essayons de comprendre pourquoi. La stabilité provient d’un équilibre dynamique, une parcelle d’air chaud qui monte dans l’atmosphère se détend de manière adiabatique, ce qui diminue sa température. La parcelle d’air arrête de monter si cette diminution de température est plus rapide que la diminution de température de l’air

☞ une parcelle d’air qui se déplace dans l’atmosphère se déplace de manière adiabatique car l’air est peu conducteur de chaleur. Ainsi, le temps typique de retour à l’équilibre thermique par conduction est bien plus faible que le temps de déplacement par convection dans l’atmosphère.

ambient.

C'est donc la comparaison entre le profil adiabatique de décroissance de la température et le profil de température de l'air qui permet de dire si la basse troposphère est stable ou pas.

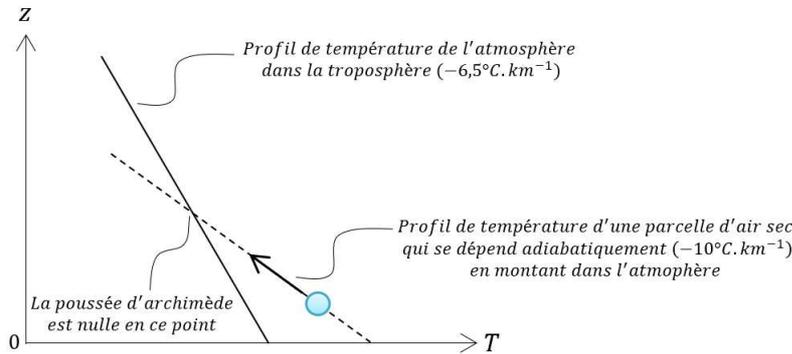


FIGURE 2.17 – Profil de température moyen dans la troposphère comparé au gradient thermique adiabatique.

Nous allons donc calculer la décroissance de la température avec l'altitude lors du mouvement ascendant adiabatique d'une parcelle d'air. L'équilibre hydrostatique a pour expression  $\frac{dP}{dz} = -\frac{M_a g}{RT} P$  où  $M_a$  est la masse molaire de l'air, nous devons donc relier la variation de pression à la variation de la température lors d'un mouvement adiabatique. Voici comment nous allons procéder.

Étant donné la valeur de la pression atmosphérique, l'air se comporte comme un gaz parfait. La variation infinitésimale d'énergie interne d'une parcelle d'air entre deux positions est donc donnée par la première loi de Joule  $dU = nc_v dT$  où  $c_v$  est la capacité thermique molaire.

Le premier principe appliqué à une parcelle d'air en mouvement adiabatique réversible a pour expression  $dU = -pdV$ . L'équation d'état d'un gaz parfait permet de relier la variation de la température aux variations de pression et de volume  $nRdT = (pdV + Vdp)$  d'où :

$$\begin{aligned} nc_v dT &= -pdV \\ &= Vdp - nRdT \\ &= nRT \frac{dp}{p} - nRdT \end{aligned}$$

La relation de Mayer nous permet de réécrire la relation précédente sous la forme :

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dP}{P} = \frac{dT}{T}$$

où  $\gamma$  est l'indice adiabatique.

**Pour aller plus loin**

La relation précédente montre que  $TP^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = cst$ . Nous pouvons donc introduire une température  $T_0$  et une pression  $P_0$  telle que  $TP^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_0 P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ . La température  $T_0$  est appelée la température potentielle et est donnée par  $T_0 = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ . Cette température est constante tant que le mouvement de la parcelle d'air est un mouvement adiabatique réversible.

En combinant cette relation avec l'équilibre hydrostatique, nous obtenons :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{M_a g}{R}$$

☞ Un gaz est dit parfait si l'énergie potentielle d'interaction des particules est négligeable devant leur énergie cinétique. L'énergie interne d'un gaz parfait dépend donc uniquement de la température. C'est la première loi de Joule  $dU = nc_v dT$  où  $n$  est le nombre de moles et  $c_v$  est la capacité thermique molaire.

☞ Rappelons la relation de Mayer pour un gaz parfait  $c_p - c_v = R$  où  $c_p$  et  $c_v$  sont les capacités thermiques molaires à pression constante et à volume constant. Rappelons également la définition de l'indice adiabatique  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ .

d'où :

$$T = T_0 - \alpha z$$

avec  $\alpha = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{M_a g}{R}$  est taux de décroissance de la température par kilomètre.

Ce taux est de  $\frac{\frac{7}{5}-1}{\frac{7}{5}} \frac{28 \times 10^{-3} \times 9,8}{8,31} = 9,7 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C m}^{-1}$ .

La température d'une parcelle d'air sec qui se détend de manière adiabatique décroît donc d'environ  $10^\circ\text{C}$  par kilomètre. Cette décroissance de la température est plus forte que la décroissance de la température de l'air ambiant. L'air sec est donc stable.

Ce n'est pas le cas pour l'air humide. La condensation de la vapeur d'eau contenue dans la parcelle d'air provoque l'augmentation de la température de la parcelle d'air. Ainsi, la température d'une parcelle d'air humide qui se détend de manière adiabatique décroît d'environ  $6^\circ\text{C km}^{-1}$ . Une parcelle d'air humide peut donc continuer à monter. C'est ce processus qui est à l'origine de l'apparition des nuages convectifs comme les cumulus que l'on peut observer en été.

L'altitude d'un cumulus est limité supérieurement par la tropopause qui est la frontière entre la troposphère et la stratosphère. Dans la stratosphère, la température ne décroît plus avec l'altitude, les mouvements verticaux convectifs sont donc inhibés.

➡ Vous pouvez maintenant faire l'exercice 9.