



QCM

TEST

Test
Examen du 0/0/2018

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est interdit.
Les questions sont par défaut posées au pluriel mais il peut y avoir 0, 1 ou plusieurs réponses.

Question 1 ♣ Parmi ces séries, lesquelles sont des séries entières?

- ☐ A $\sum \frac{\ln(n)}{n^{12}} z^{2n}$
- ☐ B $\sum \exp(nz) z^n$
- ☐ C $\sum \exp(n) z^n$
- ☐ D $\sum \frac{\sin(n)(-2z)^n}{n!}$
- ☐ E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 ♣ Parmi ces séries entières, lesquelles sont de rayon 1?

- ☐ A $\sum \exp(n)(3z)^n$
- ☐ B $\sum \cos(n) z^n$
- ☐ C $\sum n! z^n$
- ☐ D $\sum \frac{\sqrt{n} z^n}{n^2 + 1}$
- ☐ E $\sum \ln(n) z^n$
- ☐ F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 3 ♣ Supposons que $\sum a_n 3^n$ converge et $\sum a_n 4^n$ diverge, que puis-je dire du rayon R de $\sum a_n z^n$?

- ☐ A $R \leq 4$
- ☐ B $R \leq 3$
- ☐ C $R \geq 4$
- ☐ D $R = 3$
- ☐ E $R = 4$
- ☐ F $R \geq 3$
- ☐ G *Aucune de ces réponses n'est correcte.*



Question 4 ♣ Parmi ces séries lesquelles valent 1?

☐ A $\sum_{n=0}^{+\infty} 3^{-1} \left(\frac{2}{3}\right)^n$

☐ B $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$

☐ C $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n$

☐ D $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$

☐ E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 5 ♣ Parmi ces séries entières de rayon 1, lesquelles sont convergentes en $z = -1$?

☐ A $\sum \sin(n)z^n$

☐ B $\sum \frac{z^n}{n}$

☐ C $\sum z^n$

☐ D $\sum \frac{z^n}{n^2}$

☐ E $\sum \ln(n)z^n$

☐ F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 6 ♣ On se donne une série entière de rayon R_a , une autre de rayon R_b et leur somme de rayon R . On suppose que $R = 1$. Quelles propositions sont impossibles?

☐ A $R_a = 2, R_b = 1$

☐ B $R_a = 1/2, R_b = 1$

☐ C $R_a = 1, R_b = 1$

☐ D $R_a = 2, R_b = 2$

☐ E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 7 ♣ Parmi ces séries entières, lesquelles sont de rayon de convergence 1?

☐ A $\sum n^{10000} z^n$

☐ B $\sum z^n + \sum (2z)^n$

☐ C $\sum n! z^n$

☐ D $\sum e^n z^n$

☐ E $\sum z^n$

☐ F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*



Question 8 ♣ Parmi ces séries entières de rayon 1, quelles sont celles qui convergent normalement sur $\overline{D(0,1)}$?

☐ A $\sum z^n$

☐ B $\sum \ln(n)z^n$

☐ C $\sum \frac{z^n}{n^2}$

☐ D $\sum \frac{\sin(n)z^n}{n^3 + 1}$

☐ E $\sum \frac{z^n}{n}$

☐ F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 9 ♣ Parmi ces séries entières suivantes, lesquelles sont au moins continues sur $\overline{D(0,2)}$?

☐ A $\sum \frac{nz^n}{3^n}$

☐ B $\sum \frac{z^n}{2^n}$

☐ C $\sum \frac{2^n z^n}{n^2}$

☐ D $\sum \frac{z^n}{n!}$

☐ E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 10 ♣ On se donne une série entière de rayon 1, parmi ces séries entières lesquelles peuvent être sa dérivée?

☐ A $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n}$

☐ B $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(n)x^n}{n}$

☐ C $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{nx^n}{3^n}$

☐ D $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n^2}$

☐ E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*



Question 11 ♣ Quel est le développement en série entière de $e^{-\frac{x^2}{2}}$?

☐ A $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^n n!}$

☐ B $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^n (2n)!}$

☐ C $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n n!}$

☐ D $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{2^n n!}$

☐ E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 12 ♣ On suppose que $a_0 + \sum_{n=2}^{+\infty} n a_n z^{n-1} - \sum_{n=0}^{+\infty} a_{n+1} z^{n+1} = 0$

☐ A $a_1 = 1$

☐ B $\forall n \geq 1, a_{n+1} = n a_n$

☐ C $\forall n \geq 1, (n+1) a_{n+1} = a_n$

☐ D $a_0 = 0$

☐ E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 13 ♣ Quelles phrases sont vraies?

☐ A Soit une série de rayon 3. La série entière peut converger absolument en $z = 3$ et diverger sur le reste du cercle d'incertitude.

☐ B Il existe des séries entières qui ne convergent qu'en $z = 0$.

☐ C Une série peut converger pour $1 < |z| < 2$ et diverger sur le reste du plan complexe.

☐ D Si on a la convergence d'une série entière en un complexe z_0 , on peut en déduire une minoration du rayon

☐ E Le comportement sur le cercle d'incertitude dépend de la série entière considérée.

☐ F On peut dériver une série entière autant de fois qu'on veut mais le rayon peut varier

☐ G Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 14 ♣ Quelles phrases sont vraies?

☐ A Toute fonction DSE au voisinage de 0 est dérivable une infinité de fois sur le domaine de convergence de la série entière.

☐ B Toute fonction dérivable une infinité de fois sur son intervalle de définition (comprenant 0) est DSE au voisinage de 0.

☐ C Si une série entière est égale à 0 alors tous ses coefficients sont nuls.

☐ D Un polynôme de degré n est développable en série entière au voisinage de 0.

☐ E Une fonction DSE au voisinage de 0 est égale à sa série entière sur son ensemble de définition.

☐ F Aucune de ces réponses n'est correcte.



0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

← codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

.....

.....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

- QUESTION 1 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E
- QUESTION 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F
- QUESTION 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G
- QUESTION 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E
- QUESTION 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F
- QUESTION 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E
- QUESTION 7 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F
- QUESTION 8 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F
- QUESTION 9 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E
- QUESTION 10 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E
- QUESTION 11 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E
- QUESTION 12 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E
- QUESTION 13 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G
- QUESTION 14 : ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F