

QCM

TEST

Test
Examen du 0/0/2018

*Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est interdit.
Les questions sont par défaut posées au pluriel mais il peut y avoir 0, 1 ou plusieurs réponses.*

Question 1 [bilinearite] ♣ Parmi ces séries, lesquelles sont des séries entières?

☐ A $\sum \exp(nz)z^n$

☐ $\sum \exp(n)z^n$

☐ $\sum \frac{\ln(n)}{n^{12}} z^{2n}$

☐ $\sum \frac{\sin(n)(-2z)^n}{n!}$

☐ E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 2 [bilinearite] ♣ Parmi ces séries entières, lesquelles sont de rayon 1?

☐ $\sum \ln(n)z^n$

☐ B $\sum \exp(n)(3z)^n$

☐ C $\sum n!z^n$

☐ $\sum \cos(n)z^n$

☐ $\sum \frac{\sqrt{n}z^n}{n^2 + 1}$

☐ F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 3 [bilinearite] ♣ Supposons que $\sum a_n 3^n$ converge et $\sum a_n 4^n$ diverge, que puis-je dire du rayon R de $\sum a_n z^n$?

☐ $R \geq 3$

☐ B $R \leq 3$

☐ C $R = 3$

☐ $R \leq 4$

☐ E $R \geq 4$

☐ F $R = 4$

☐ G *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 4 [valeur de la serie geometrique] ♣ Parmi ces séries lesquelles valent 1?

☐ A $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$

☒ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n}$

☒ $\sum_{n=0}^{+\infty} 3^{-1} \left(\frac{2}{3}\right)^n$

☐ D $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n$

☐ E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 5 [bilinearite] ♣ Parmi ces séries entières de rayon 1, lesquelles sont convergentes en $z = -1$?

☐ A $\sum \ln(n)z^n$

☒ $\sum \frac{z^n}{n}$

☒ $\sum \frac{z^n}{n^2}$

☐ D $\sum z^n$

☐ E $\sum \sin(n)z^n$

☐ F Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 6 [bilinearite] ♣ On se donne une série entière de rayon R_a , une autre de rayon R_b et leur somme de rayon R . On suppose que $R = 1$. Quelles propositions sont impossibles?

☐ A $R_a = 1, R_b = 1$

☒ $R_a = 1/2, R_b = 1$

☐ C $R_a = 2, R_b = 1$

☒ $R_a = 2, R_b = 2$

☐ E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 7 [bilinearite] ♣ Parmi ces séries entières, lesquelles sont de rayon de convergence 1?

☒ $\sum z^n$

☒ $\sum n^{10000} z^n$

☐ C $\sum n! z^n$

☐ D $\sum z^n + \sum (2z)^n$

☐ E $\sum e^n z^n$

☐ F Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 8 [bilinearite] ♣ Parmi ces séries entières de rayon 1, quelles sont celles qui convergent normalement sur $\overline{D(0,1)}$?

☐ A $\sum \ln(n)z^n$

☐ B $\sum \frac{z^n}{n}$

☒ $\sum \frac{z^n}{n^2}$

☐ D $\sum z^n$

☒ $\sum \frac{\sin(n)z^n}{n^3 + 1}$

☐ F Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 9 [bilinearite] ♣ Parmi ces séries entières suivantes, lesquelles sont au moins continues sur $\overline{D(0,2)}$?

☐ A $\sum \frac{z^n}{2^n}$

☒ $\sum \frac{nz^n}{3^n}$

☐ C $\sum \frac{2^n z^n}{n^2}$

☒ $\sum \frac{z^n}{n!}$

☐ E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 10 [bilinearite] ♣ On se donne une série entière de rayon 1, parmi ces séries entières lesquelles peuvent être sa dérivée?

☐ A $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n}$

☐ B $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{nx^n}{3^n}$

☐ C $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n^2}$

☒ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(n)x^n}{n}$

☐ E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 11 [bilinearite] ♣ Quel est le développement en série entière de $e^{-\frac{x^2}{2}}$?

☒ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^n n!}$

☐ B $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{2^n n!}$

☐ C $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^n (2n)!}$

☐ D $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n n!}$

☐ E Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 12 [bilinearite] ♣ On suppose que $a_0 + \sum_{n=2}^{+\infty} na_n z^{n-1} - \sum_{n=0}^{+\infty} a_{n+1} z^{n+1} = 0$

- ☐ $a_0 = 0$
- ☐ $\forall n \geq 1, a_{n+1} = na_n$
- ☐ $\forall n \geq 1, (n+1)a_{n+1} = a_n$
- ☐ $a_1 = 1$
- ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 13 [bilinearite] ♣ Quelles phrases sont vraies?

- ☐ Il existe des séries entières qui ne convergent qu'en $z = 0$.
- ☐ Si on a la convergence d'une série entière en un complexe z_0 , on peut en déduire une minoration du rayon
- ☐ On peut dériver une série entière autant de fois qu'on veut mais le rayon peut varier
- ☐ Une série peut converger pour $1 < |z| < 2$ et diverger sur le reste du plan complexe.
- ☐ Soit une série de rayon 3. La série entière peut converger absolument en $z = 3$ et diverger sur le reste du cercle d'incertitude.
- ☐ Le comportement sur le cercle d'incertitude dépend de la série entière considérée.
- ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 14 [bilinearite] ♣ Quelles phrases sont vraies?

- ☐ Toute fonction DSE au voisinage de 0 est dérivable une infinité de fois sur le domaine de convergence de la série entière.
- ☐ Toute fonction dérivable une infinité de fois sur son intervalle de définition (comprenant 0) est DSE au voisinage de 0.
- ☐ Une fonction DSE au voisinage de 0 est égale à sa série entière sur son ensemble de définition.
- ☐ Un polynôme de degré n est développable en série entière au voisinage de 0.
- ☐ Si une série entière est égale à 0 alors tous ses coefficients sont nuls.
- ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

CATALOGUE

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

← codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

.....

.....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

QUESTION 1 :

A				E
---	--	--	--	---

QUESTION 2 :

	B	C			F
--	---	---	--	--	---

QUESTION 3 :

	B	C		E	F	G
--	---	---	--	---	---	---

QUESTION 4 :

A			D	E
---	--	--	---	---

QUESTION 5 :

A			D	E	F
---	--	--	---	---	---

QUESTION 6 :

A		C		E
---	--	---	--	---

QUESTION 7 :

		C	D	E	F
--	--	---	---	---	---

QUESTION 8 :

A	B		D		F
---	---	--	---	--	---

QUESTION 9 :

A		C		E
---	--	---	--	---

QUESTION 10 :

A	B	C		E
---	---	---	--	---

QUESTION 11 :

	B	C	D	E
--	---	---	---	---

QUESTION 12 :

	B		D	E
--	---	--	---	---

QUESTION 13 :

	B	C	D	E		G
--	---	---	---	---	--	---

QUESTION 14 :

	B	C			F
--	---	---	--	--	---