

# Artificial Intelligence

## Cours4 - MCTS

### L3 - Informatique

**Nadjib Lazaar**

Ing - Phd - HDR - Professor - Paris-Saclay University - LISN - LaHDAK

[lazaar@lisn.fr](mailto:lazaar@lisn.fr)

<https://perso.lisn.upsaclay.fr/lazaar/>

24/01/2025

# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Introduction

### Qu'est-ce que MCTS ?

- Une méthode de recherche explorant efficacement des arbres de décision grâce à des simulations **aléatoires**

### Applications :

- Jeux (Go, échecs, jeux vidéo)
- Robotique (planification)
- Optimisation dans des environnements complexes

# MCTS

## Méthode Monte Carlo

**Principe** : La méthode de Monte Carlo repose sur l'utilisation de simulations aléatoires pour estimer des résultats numériques. Elle est particulièrement utile pour résoudre des problèmes complexes ou des modèles à grande échelle où une approche analytique serait trop difficile

### Étapes principales

- Génération d'un grand nombre d'échantillons aléatoires
- Calcul des résultats (par exemple, la moyenne) sur ces échantillons
- Estimation de la solution en fonction des résultats moyens obtenus

# Méthode Monte Carlo

## Méthode Monte Carlo

### Applications

- Calcul d'intégrales multidimensionnelles
- Modélisation de systèmes complexes (comme les simulations de flux de particules)
- Prise de décision dans des jeux et des problèmes d'optimisation (par exemple, MCTS)
- Évaluation des risques financiers et simulation économique

### Avantages

- Applicabilité à des problèmes sans solution analytique
- Flexibilité pour des modèles complexes

### Limites

- Coût computationnel élevé pour des simulations précises
- Nécessité d'un grand nombre d'échantillons pour des résultats fiables

# Méthode Monte Carlo

Estimation de  $\pi$  en utilisant la méthode de Monte Carlo

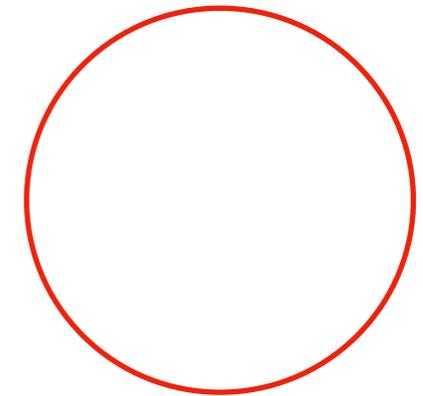


Iván Mauricio Cely Toro

PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

Estimation de  $\pi$  en utilisant la méthode de Monte Carlo

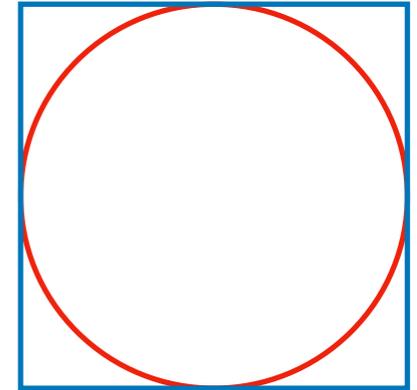


Iván Mauricio Cely Toro

PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

Estimation de  $\pi$  en utilisant la méthode de Monte Carlo



Iván Mauricio Cely Toro

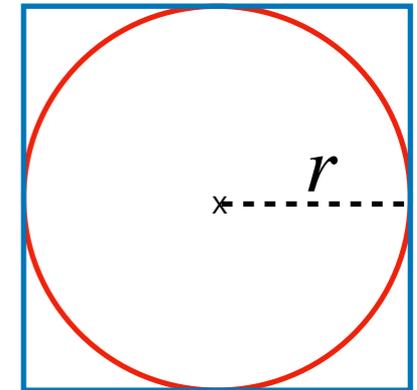
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria



# Méthode Monte Carlo

Estimation de  $\pi$  en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$C = \pi r^2$$



Iván Mauricio Cely Toro

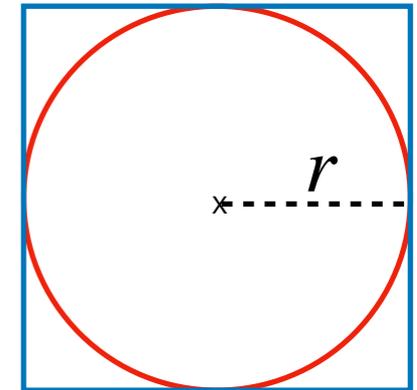
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

Estimation de  $\pi$  en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$C = \pi r^2$$

$$S = 4r^2$$



Iván Mauricio Cely Toro

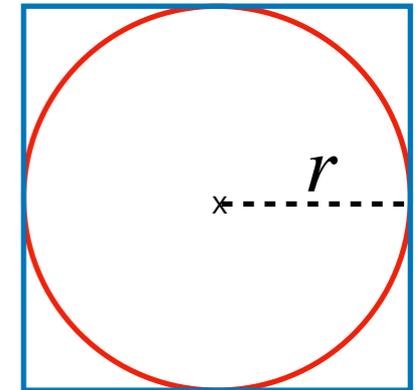
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$C = \pi r^2$$

$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$



Iván Mauricio Cely Toro

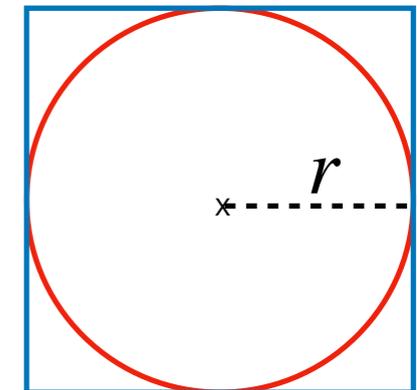
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$C = \pi r^2$$

$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$

$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$



Iván Mauricio Cely Toro

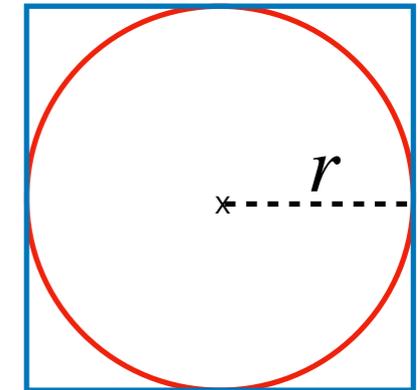
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$\pi \approx 4 \frac{\text{Nombre de points dans le cercle}}{\text{Nombre total de points}}$$

$$C = \pi r^2$$
$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$

$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$



Iván Mauricio Cely Toro

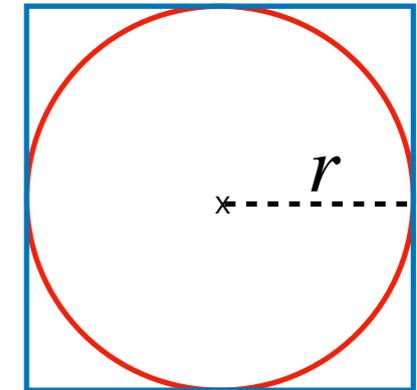
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

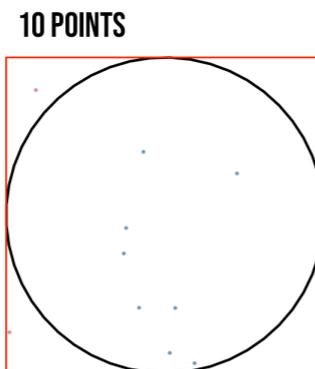
$$\pi \approx 4 \frac{\text{Nombre de points dans le cercle}}{\text{Nombre total de points}}$$

$$C = \pi r^2$$
$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$

$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$



$$\pi = 3.2$$



Iván Mauricio Cely Toro

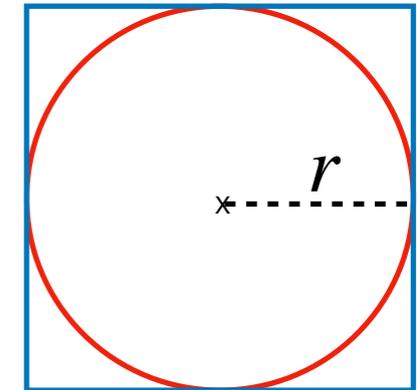
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

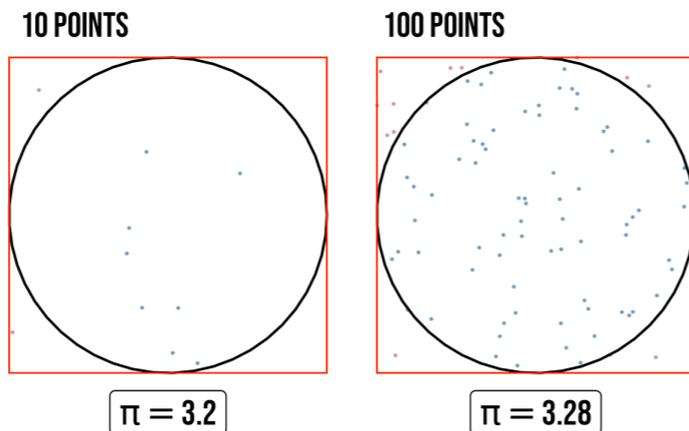
$$\pi \approx 4 \frac{\text{Nombre de points dans le cercle}}{\text{Nombre total de points}}$$

$$C = \pi r^2$$
$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$

$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$



Iván Mauricio Cely Toro

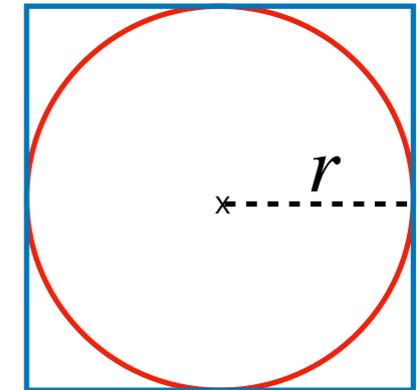
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

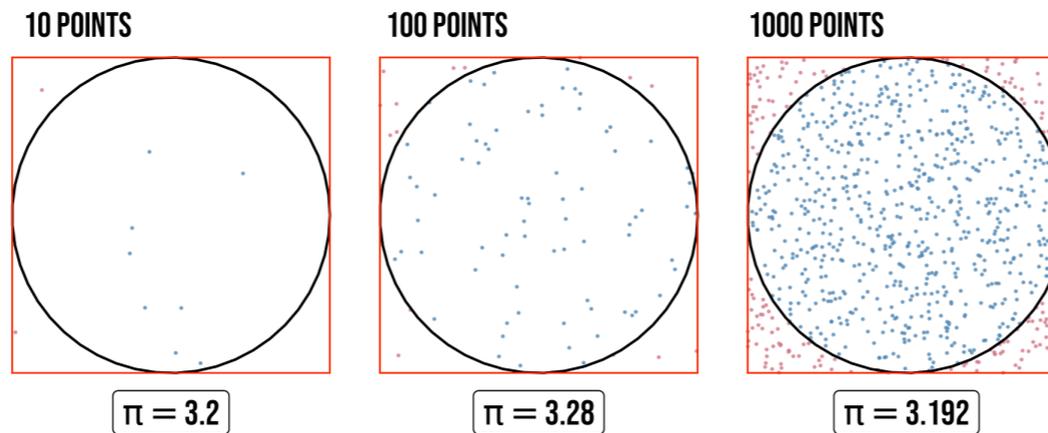
## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$\pi \approx 4 \frac{\text{Nombre de points dans le cercle}}{\text{Nombre total de points}}$$

$$C = \pi r^2$$
$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$
$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$

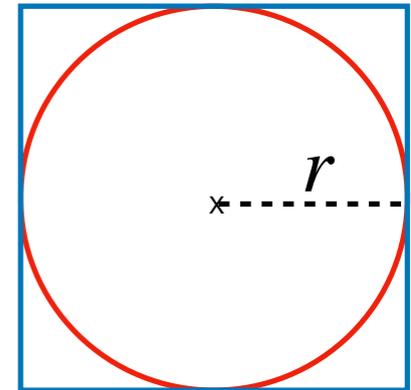


# Méthode Monte Carlo

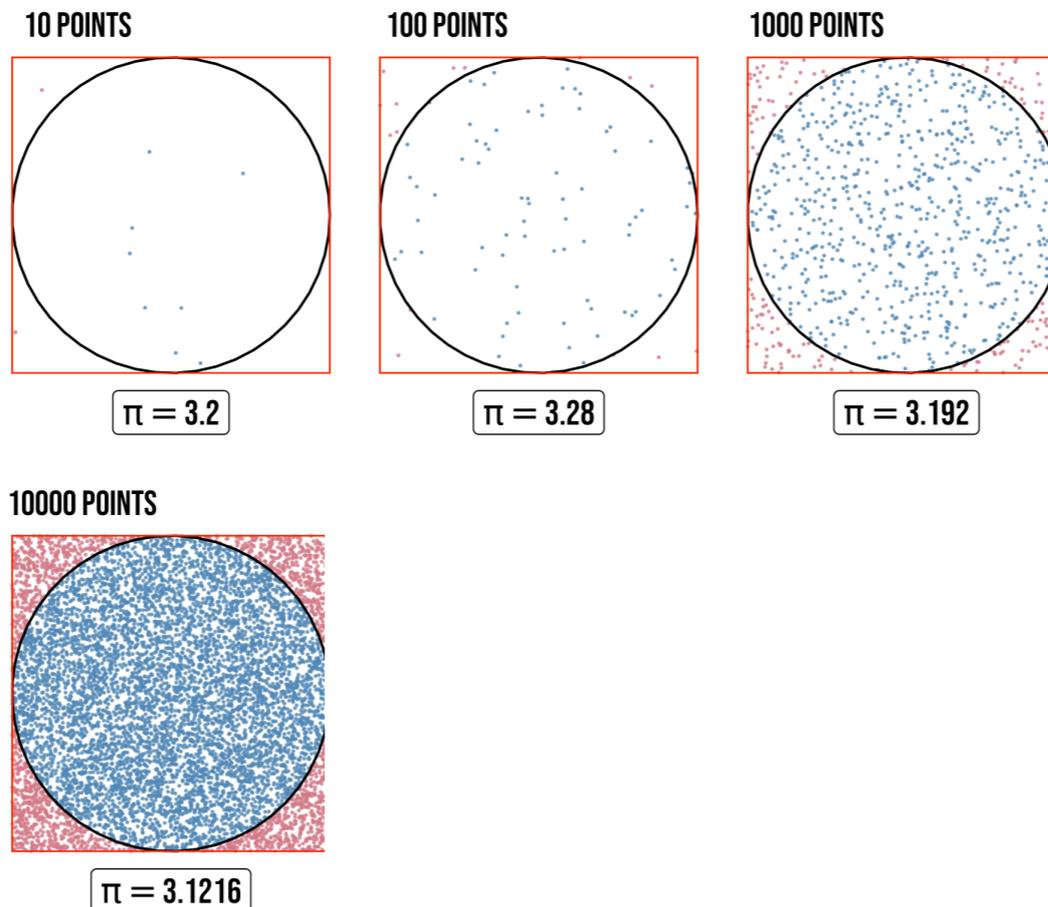
## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$\pi \approx 4 \frac{\text{Nombre de points dans le cercle}}{\text{Nombre total de points}}$$

$$C = \pi r^2$$
$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$
$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$

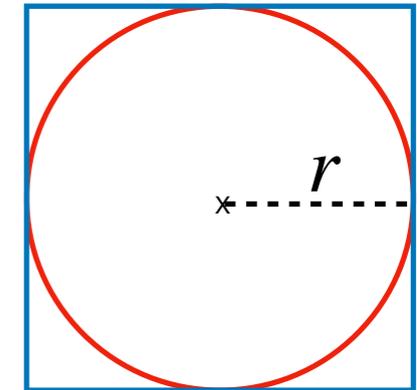


# Méthode Monte Carlo

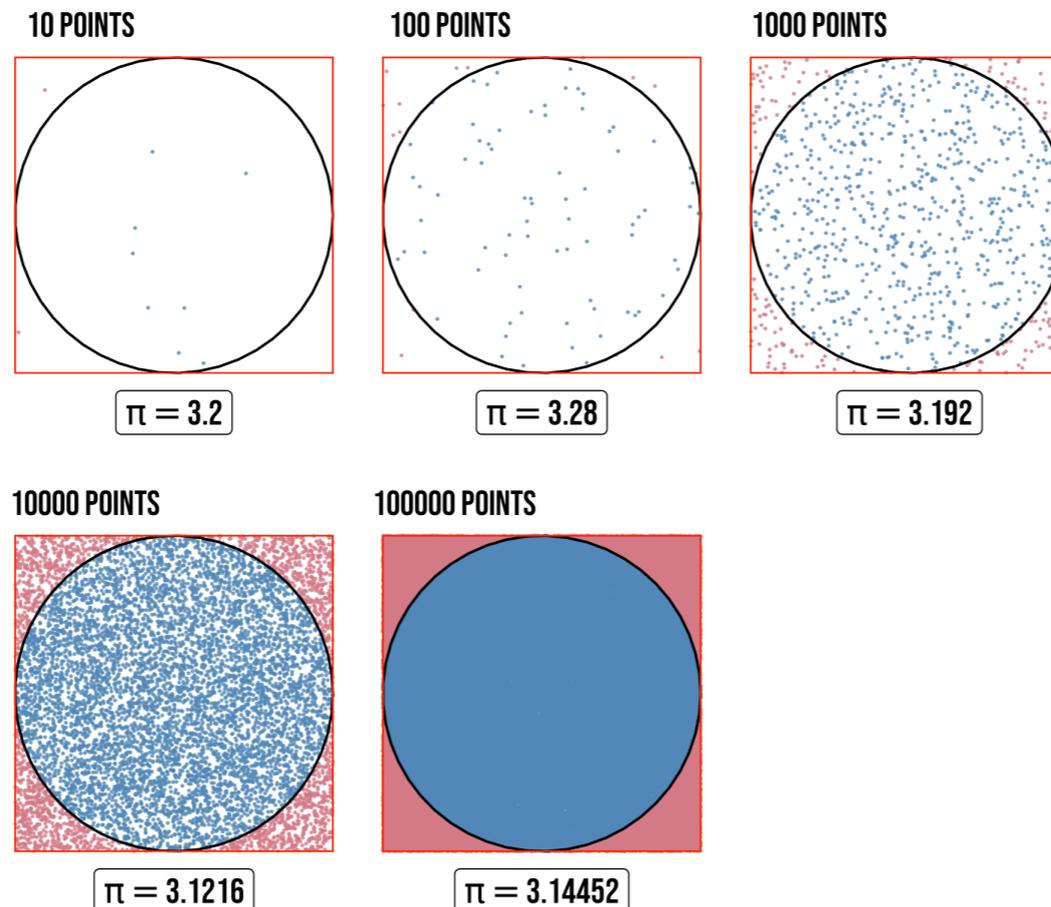
## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$\pi \approx 4 \frac{\text{Nombre de points dans le cercle}}{\text{Nombre total de points}}$$

$$C = \pi r^2$$
$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$
$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$



Iván Mauricio Cely Toro

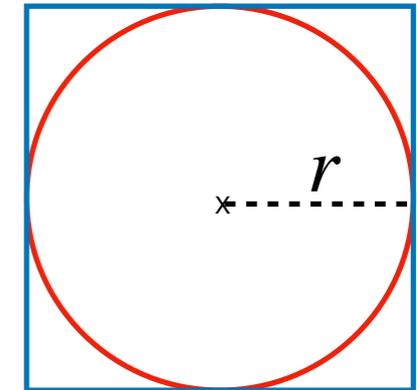
PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

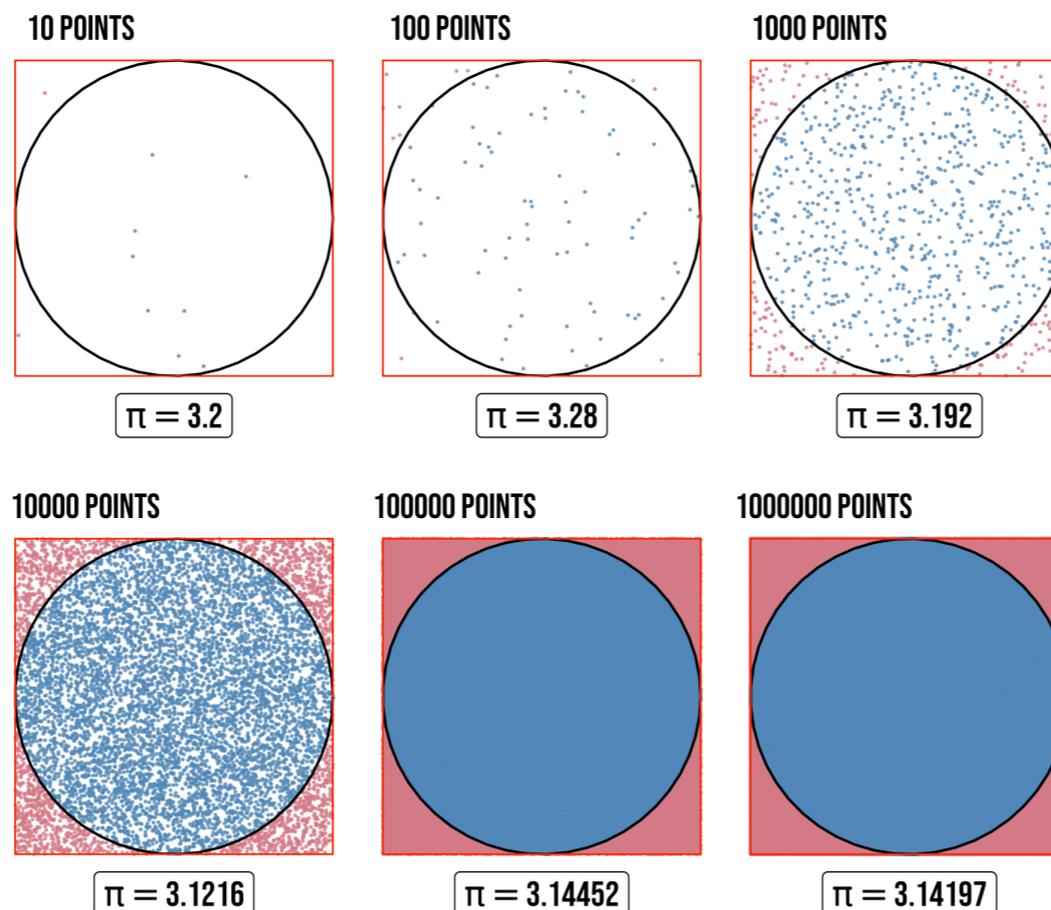
## Estimation de $\pi$ en utilisant la méthode de Monte Carlo

$$\pi \approx 4 \frac{\text{Nombre de points dans le cercle}}{\text{Nombre total de points}}$$

$$C = \pi r^2$$
$$S = 4r^2$$



$$\frac{C}{S} = \frac{\pi}{4}$$
$$\pi = 4 \times \frac{C}{S}$$

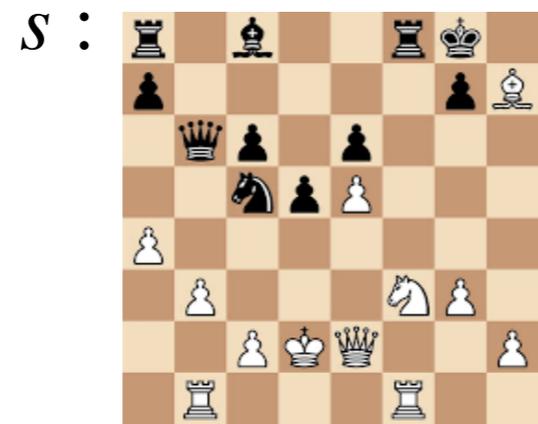


Iván Mauricio Cely Toro

PhD student of Physics :flag-br:  
Universidade Federal de Santa Maria

# Méthode Monte Carlo

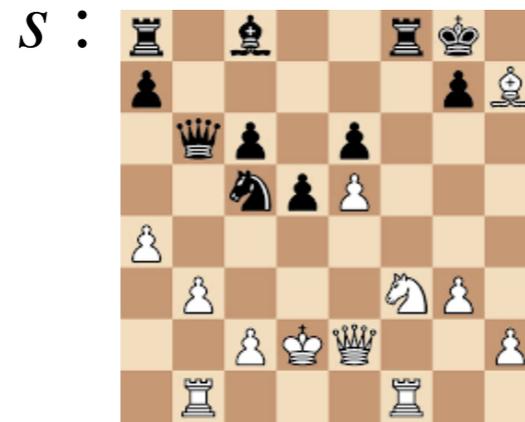
## Estimation de la fonction d'évaluation



# Méthode Monte Carlo

## Estimation de la fonction d'évaluation

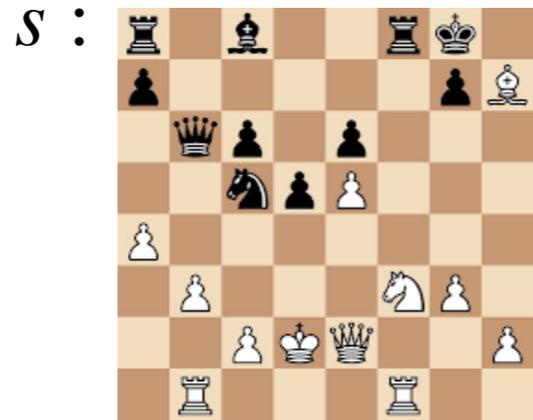
$eval(s) = ?$



# Méthode Monte Carlo

## Estimation de la fonction d'évaluation

$eval(s) = ?$

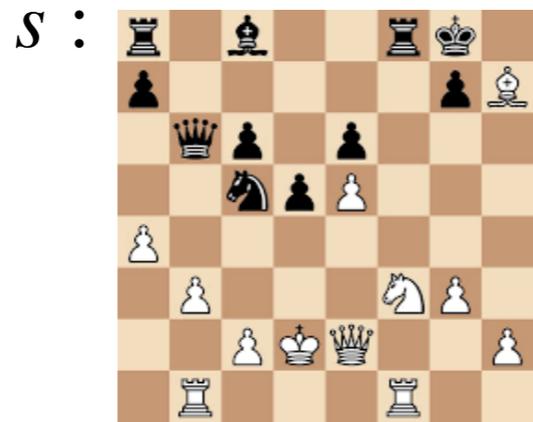


États finaux

# Méthode Monte Carlo

## Estimation de la fonction d'évaluation

$eval(s) = ?$



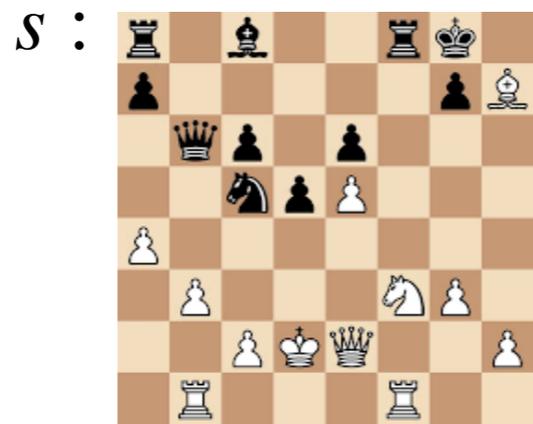
États finaux

Échantillon  
aléatoire

# Méthode Monte Carlo

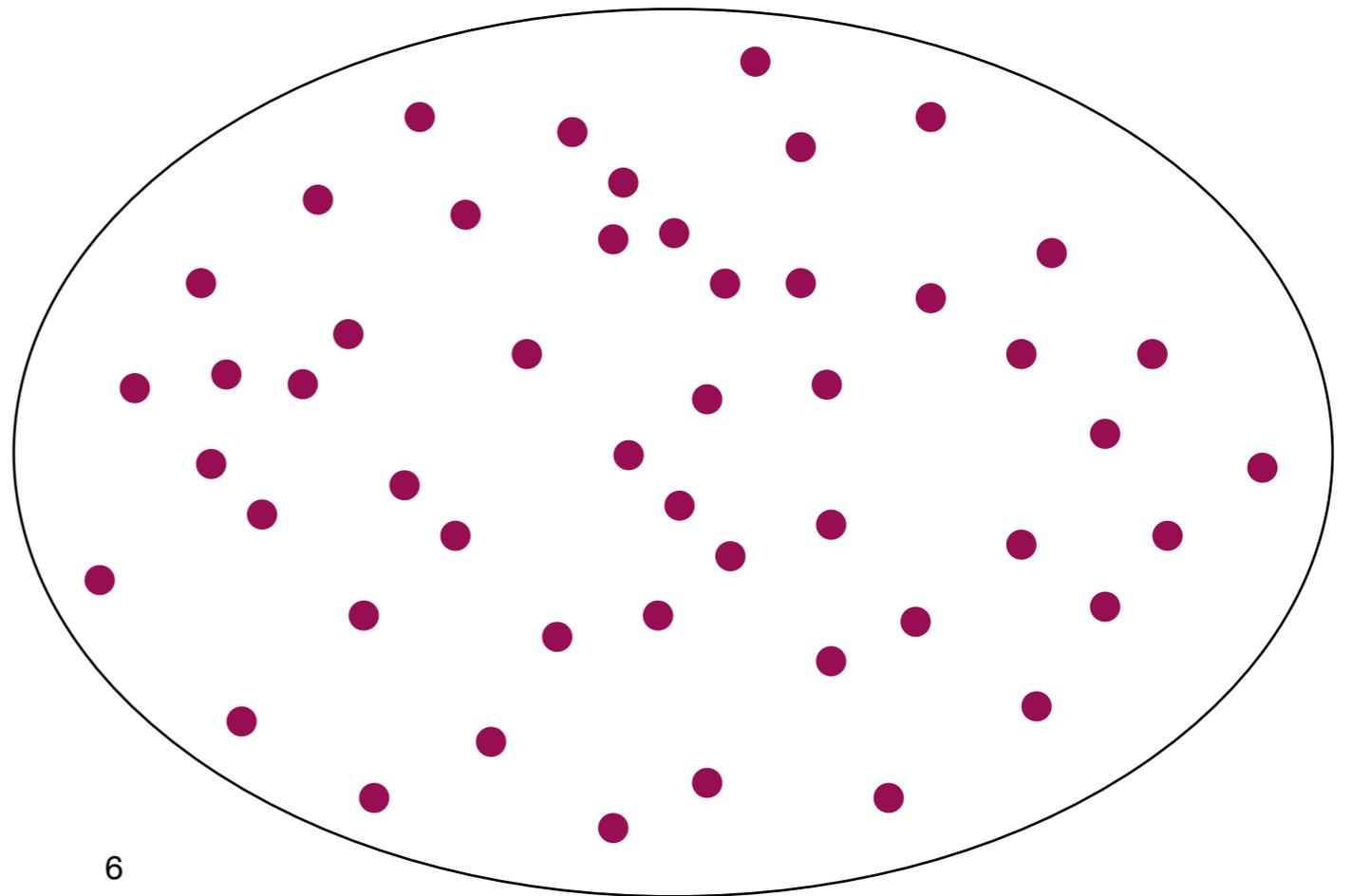
## Estimation de la fonction d'évaluation

$eval(s) = ?$



États finaux

Échantillon  
aléatoire



# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Concepts de Base

**But :** Trouver des décisions optimales en simulant des scénarios futurs

### Composants principaux :

- Arbre de recherche : Noeuds = États, Arcs = Actions
- Simulations aléatoires : Évaluation des qualités des états

# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Les étapes principales de MCTS

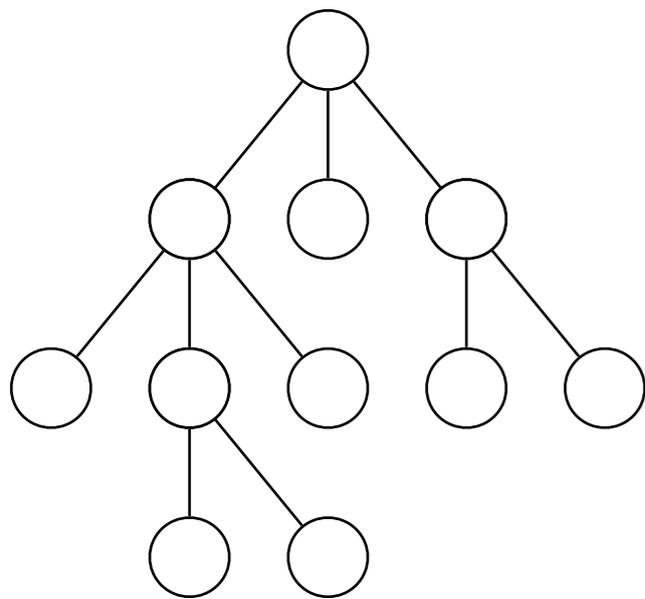
1. **Sélection** : Parcourir l'arbre selon un critère d'exploration/exploitation
2. **Expansion** : Ajouter de nouveaux noeuds pour des actions inexploitées
3. **Simulation** : Exécuter des parties aléatoires depuis un noeud.
4. **Rétropropagation** : Mettre à jour les valeurs des noeuds à partir des résultats

# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Les étapes principales de MCTS

# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

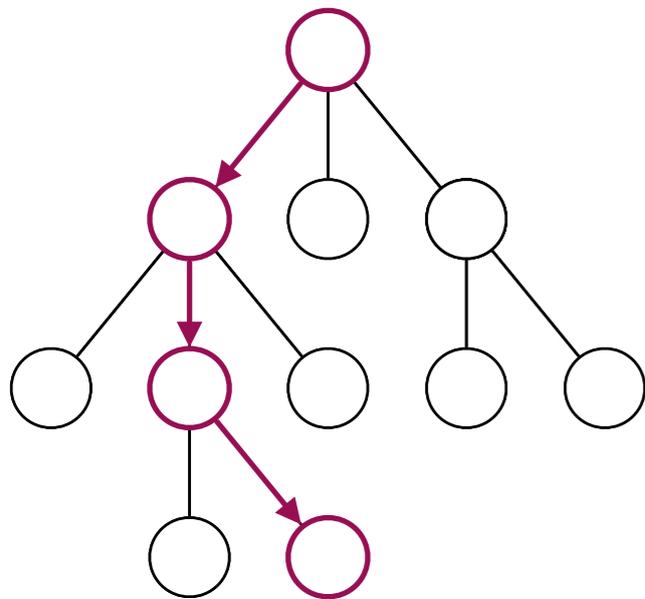
## Les étapes principales de MCTS



# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Les étapes principales de MCTS

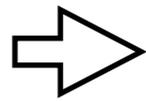
Selection



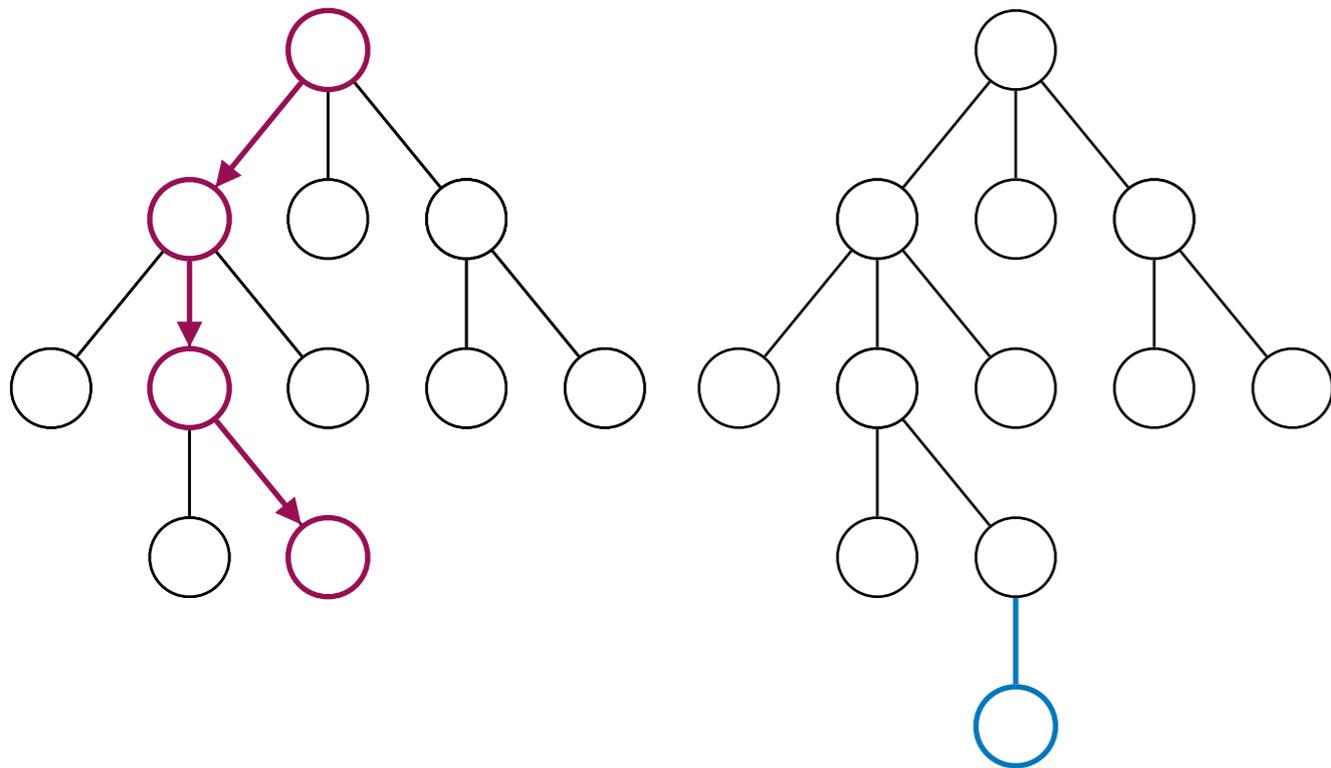
# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Les étapes principales de MCTS

Selection



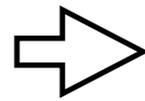
Expansion



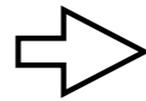
# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Les étapes principales de MCTS

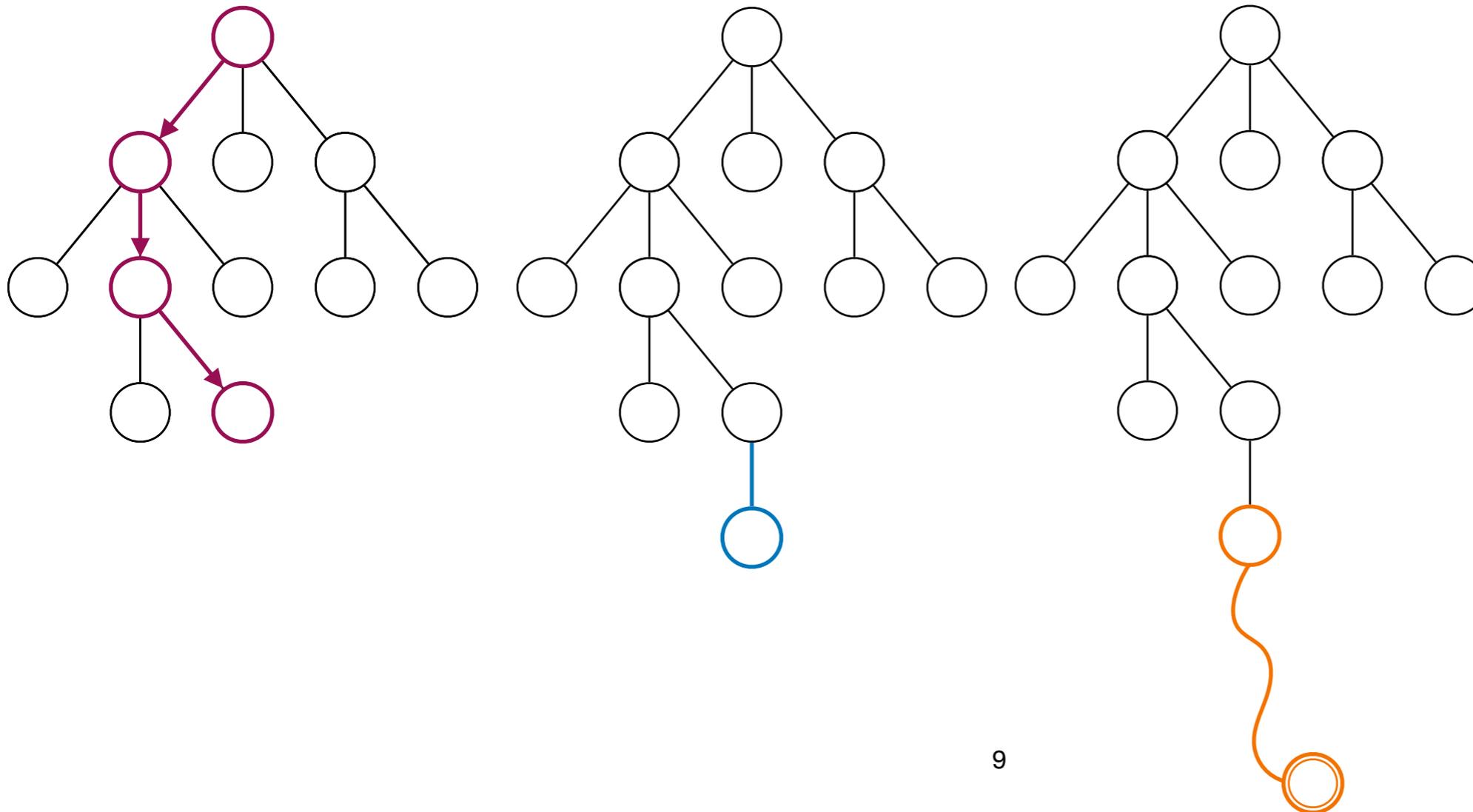
Selection



Expansion



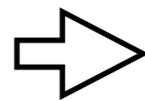
Simulation



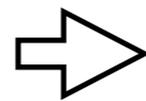
# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Les étapes principales de MCTS

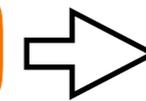
Selection



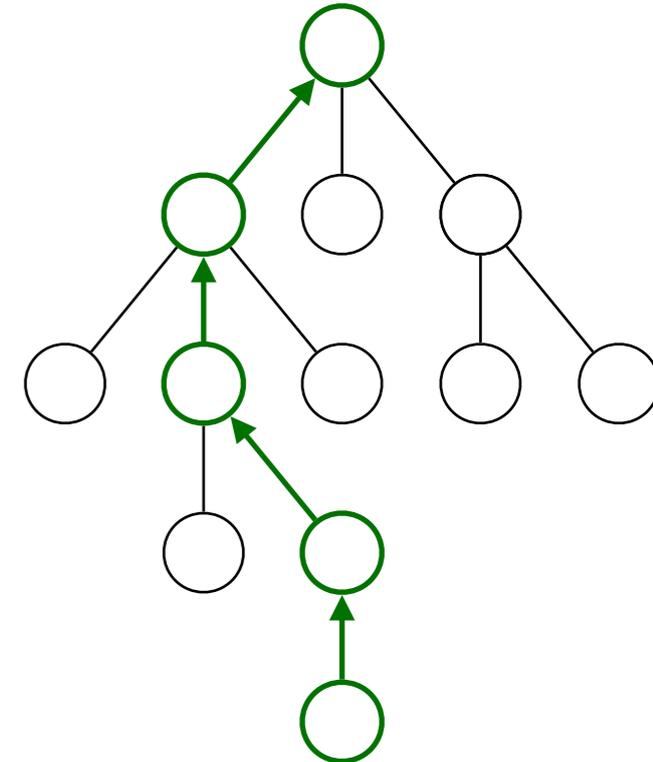
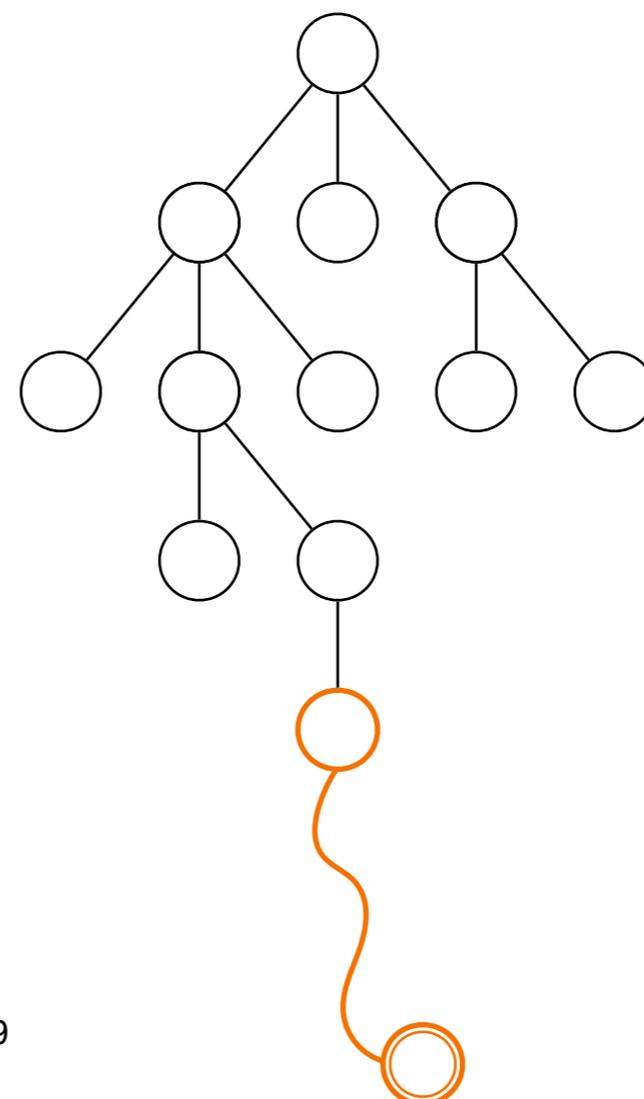
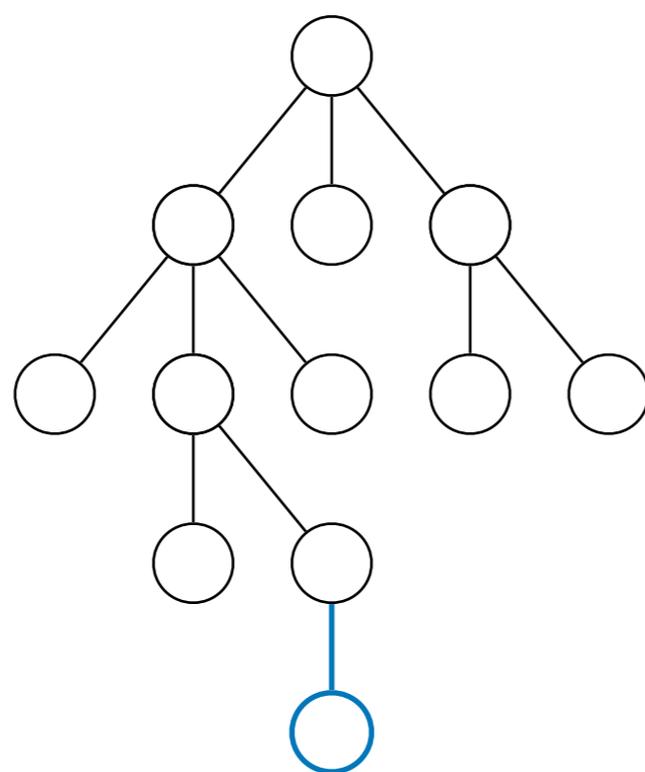
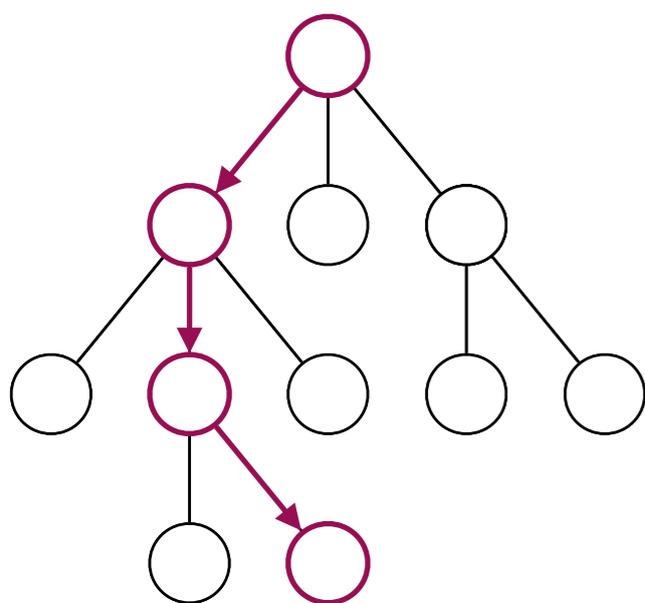
Expansion



Simulation

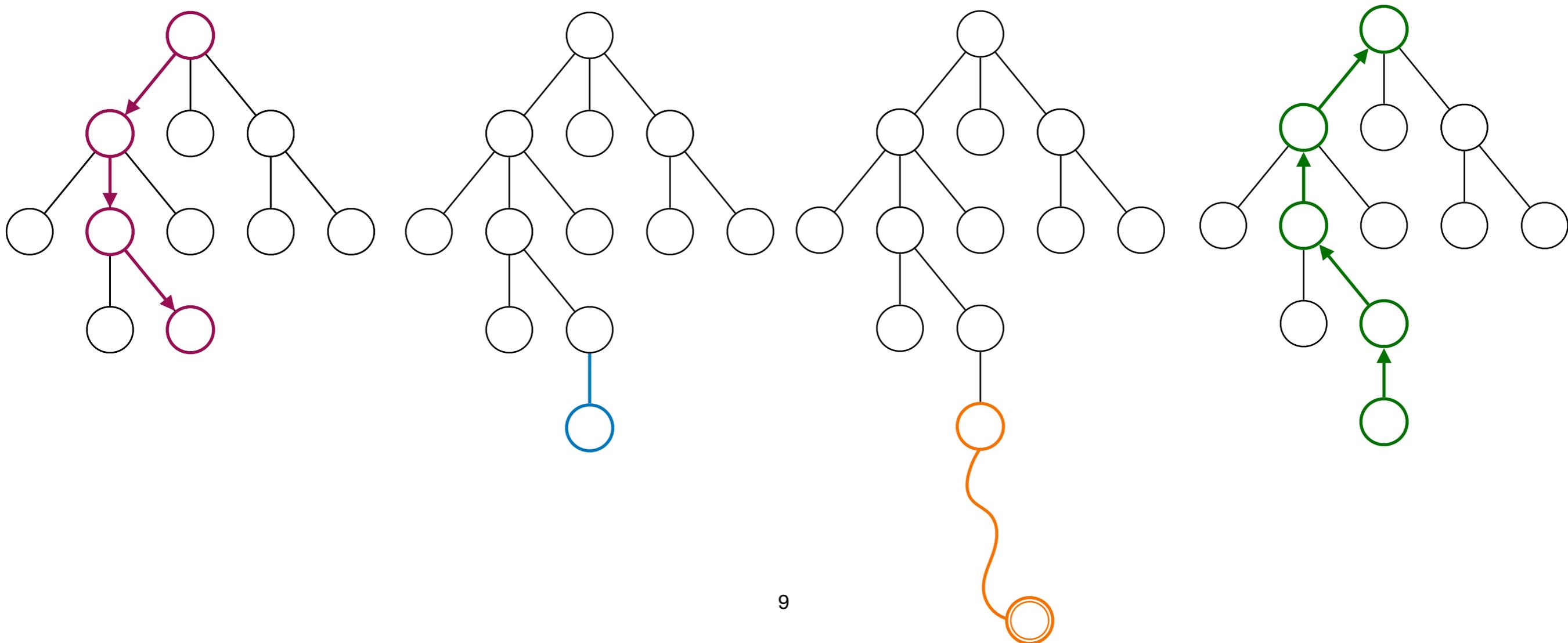
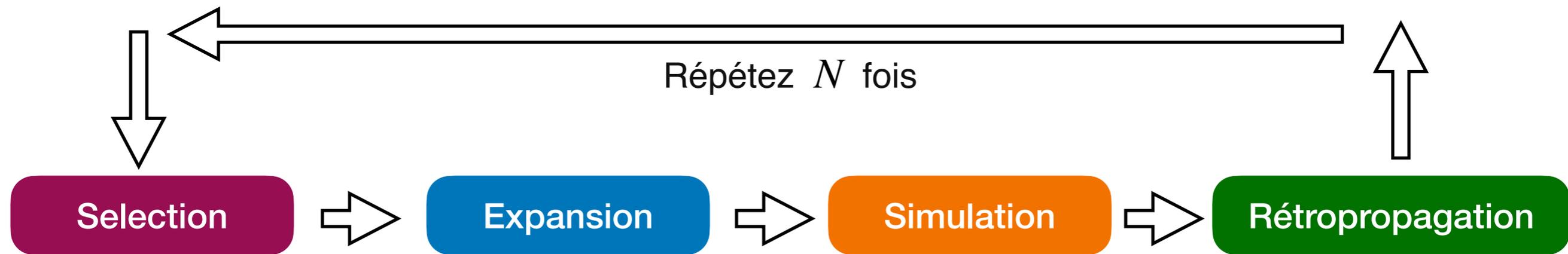


Rétropropagation



# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Les étapes principales de MCTS



# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

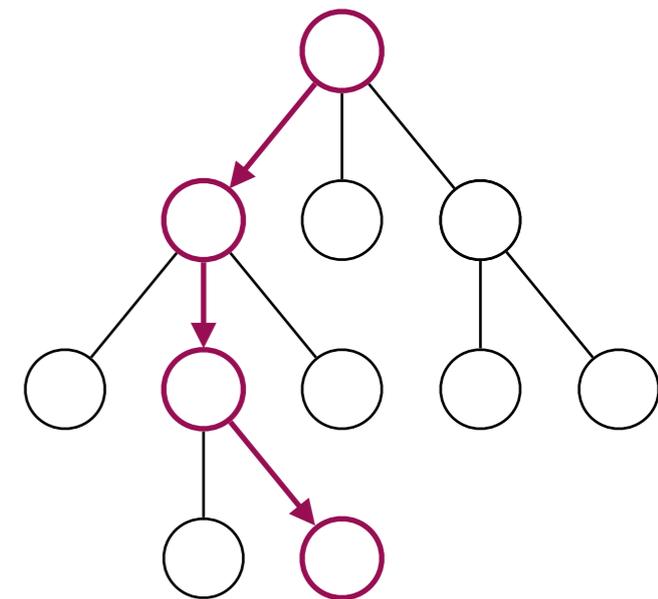
## Sélection : Critère exploration/exploitation

### Upper Confidence Bound 1 (UCB1) :

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + c \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$

- $w_i$  : Le gain cumulé obtenu en suivant l'action  $a_i$
- $n_i$  : Le nombre de fois que l'action  $a_i$  a été simulée
- $N$  : Le nombre total de simulations effectuées depuis la racine
- $c$  : Un paramètre de contrôle, souvent réglé empiriquement, qui ajuste l'importance de l'exploration par rapport à l'exploitation

Selection

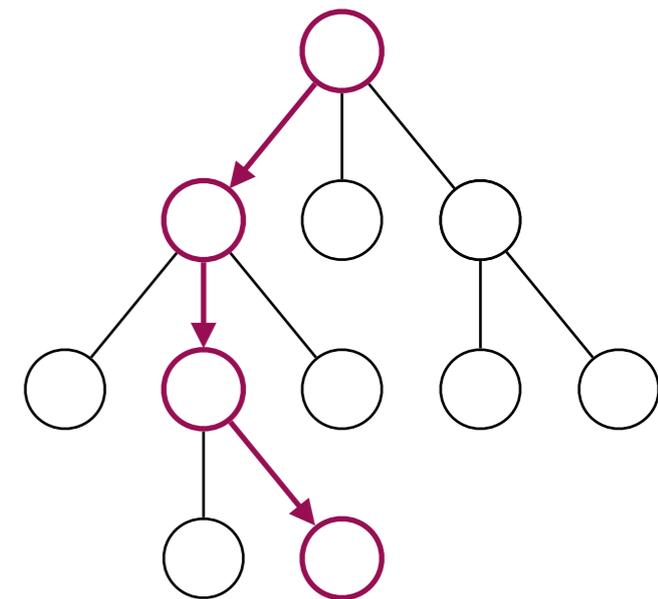


# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Sélection : Critère exploration/exploitation

```
Function Selection(s) :  
  while  $\forall s' \in \text{child}(s) : \text{isVisited}(s')$  do  
     $s \leftarrow \text{BestUCB-Child}(s)$   
  return s // Return the first unexplored node or the most  
            promising leaf node
```

Selection



# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

Expansion : Ajouter de nouveaux noeuds

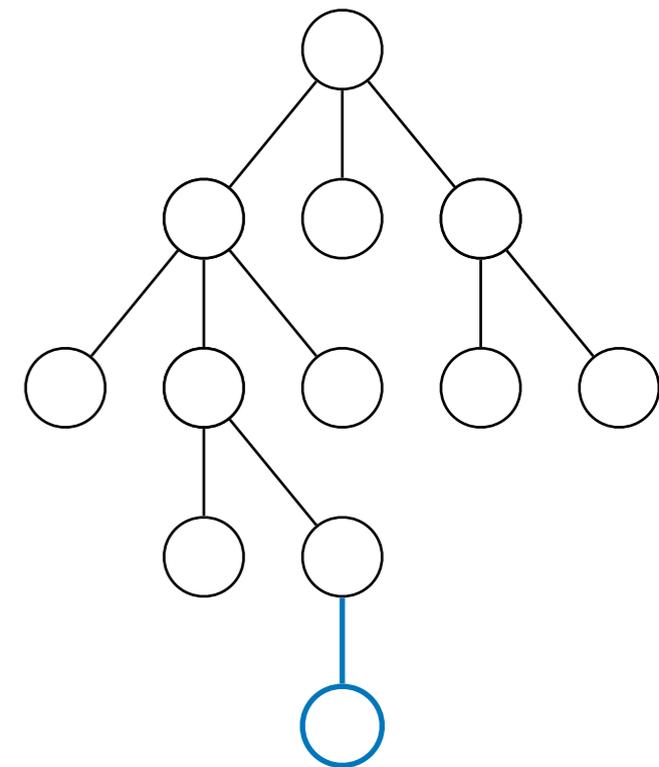
Expansion

**Function** Expansion( $s$ ) :

pick  $s' \in \text{child}(s) : \neg \text{isVisited}(s')$

**if**  $s' \neq \text{nil}$  **then**  $\text{setAsVisited}(s')$

**return**  $s'$  // Return the newly created child node

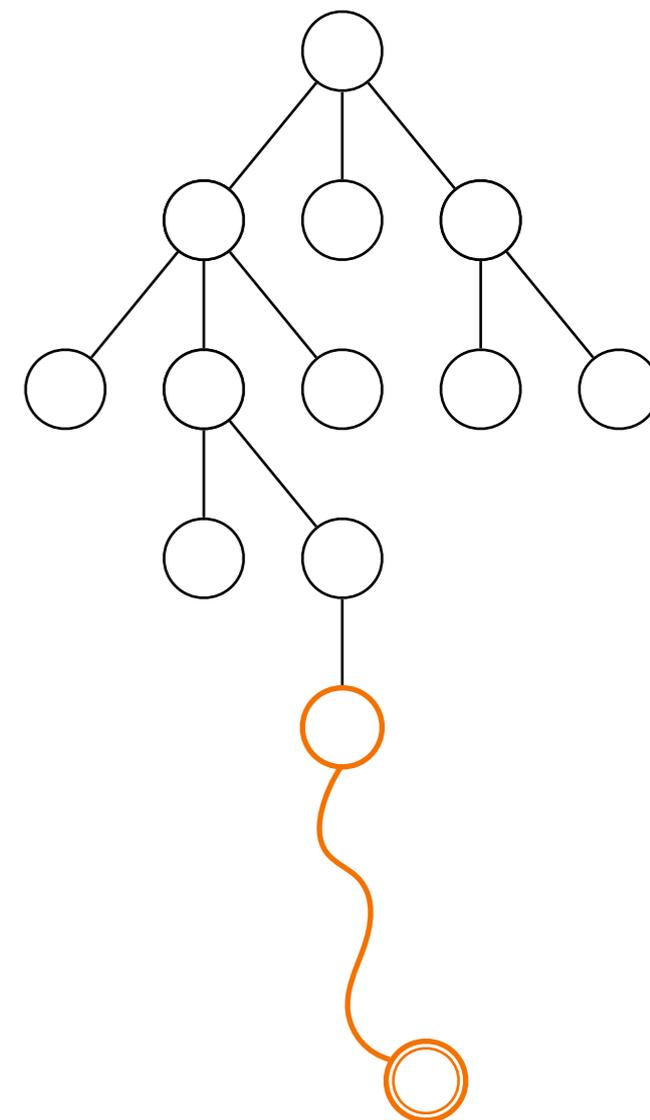


# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

**Simulation : Exécuter des parties aléatoires**

Simulation

```
Function Simulation( $s$ ) :  
  while  $\neg isLeaf(s)$  do  
    pick  $s' \in child(s)$   
     $s \leftarrow s'$   
  return EVAL( $s$ )
```

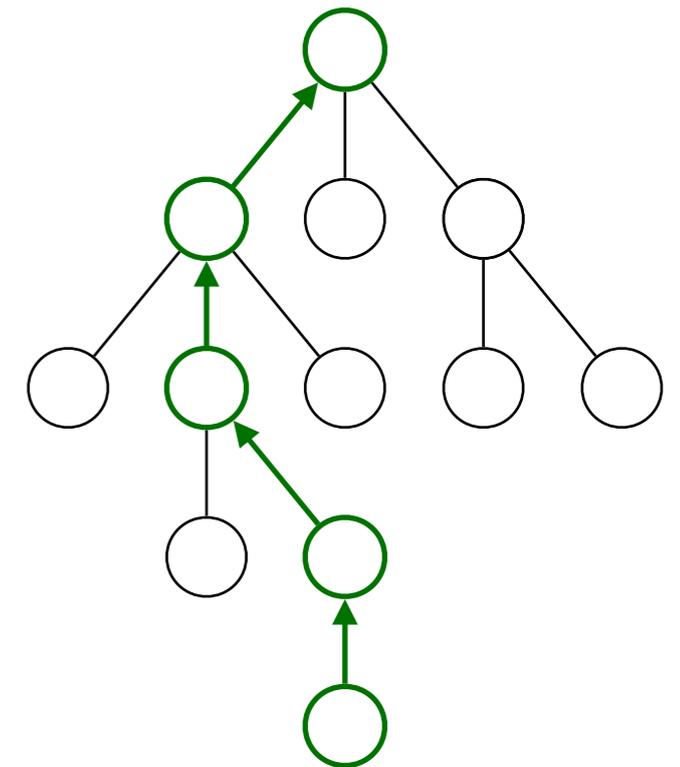


# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

Rétropropagation : Mettre à jour les valeurs des noeuds

Rétropropagation

```
Function Backpropagation(s, score) :  
  while s ≠ nil do  
    update_nbVisits(s)  
    update_reward(s, score)  
    s ← parent(s)  
  return // Backpropagation is complete
```



# Monte Carlo Tree Search (MCTS)

## Avantages et inconvénients

### Avantages

- Flexible et générique
- Ne nécessite pas de modèle complet
- Performant dans des environnements dynamiques

### Inconvénients

- Coûts computationnels élevés
- Convergence lente si mal paramétré

# Fonctionnement de MCTS

Comment fonctionne MCTS ?

S

E

Si

RP

# Fonctionnement de MCTS

Comment fonctionne MCTS ?

S

E

Si

RP

$s_0$

# Fonctionnement de MCTS

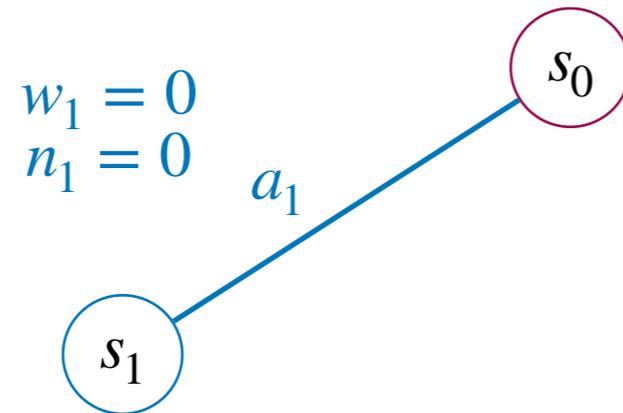
## Comment fonctionne MCTS ?

S

E

Si

RP



# Fonctionnement de MCTS

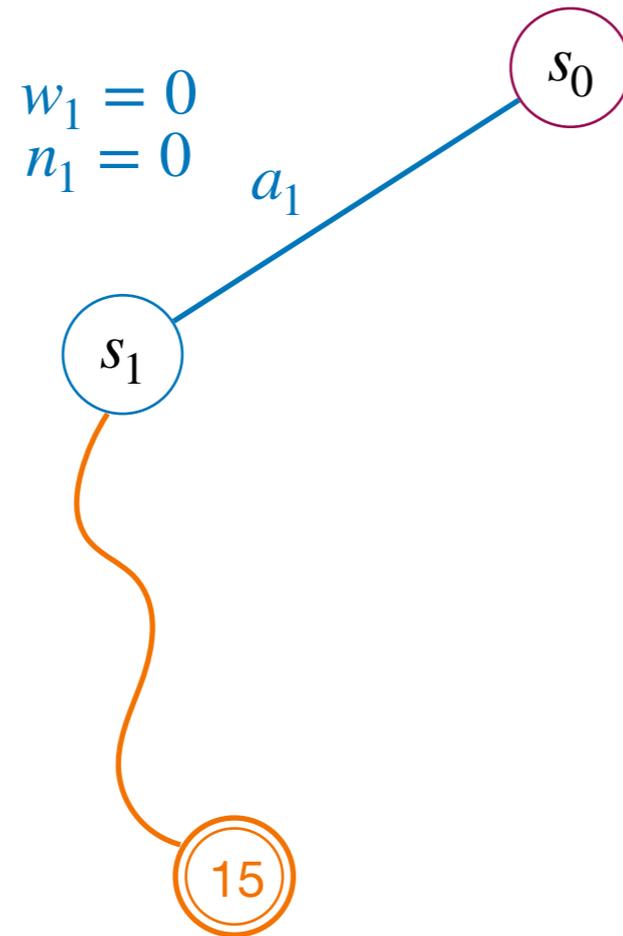
## Comment fonctionne MCTS ?

S

E

Si

RP



# Fonctionnement de MCTS

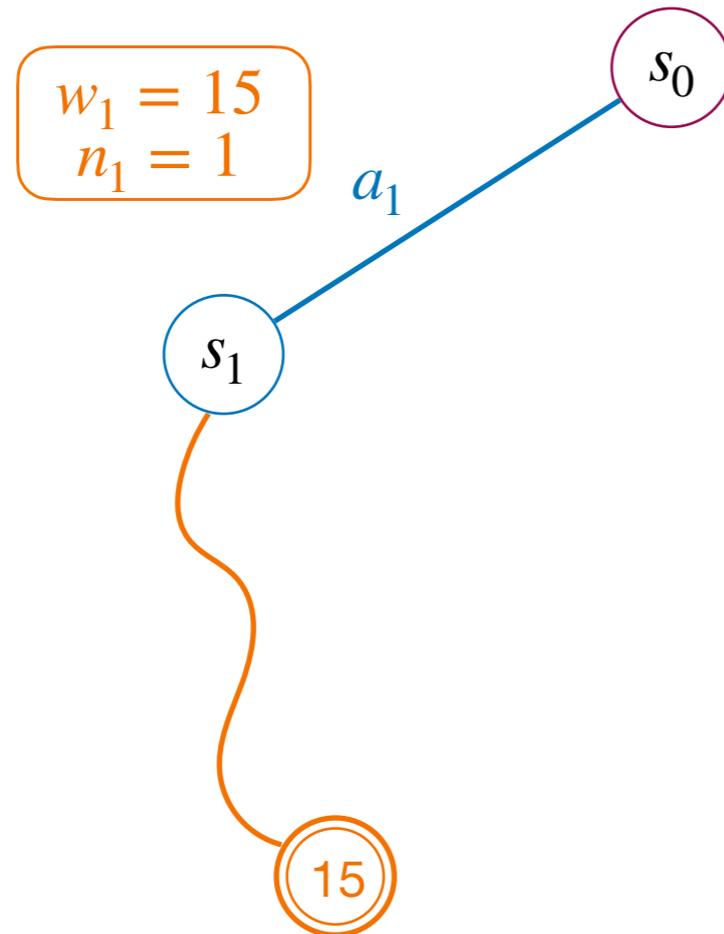
## Comment fonctionne MCTS ?

S

E

Si

RP



# Fonctionnement de MCTS

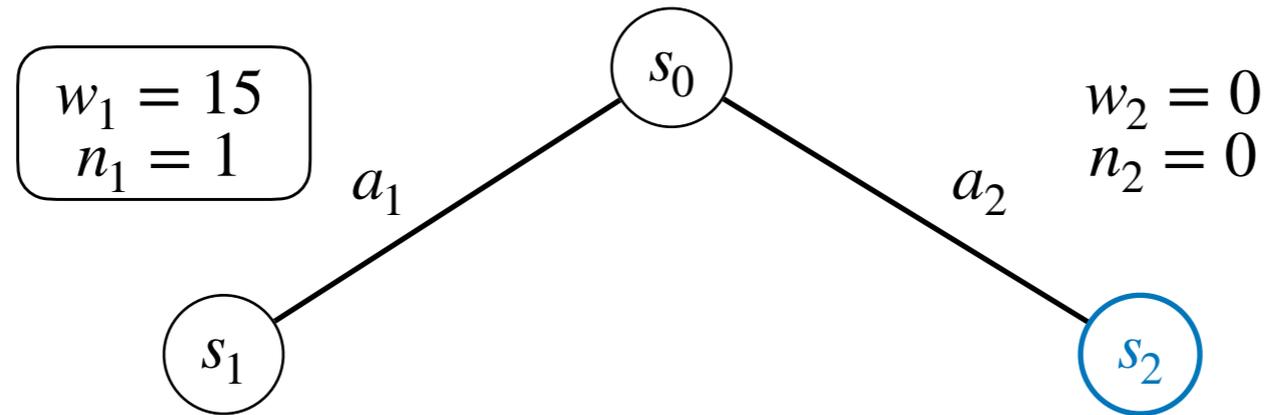
## Comment fonctionne MCTS ?

S

E

Si

RP



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

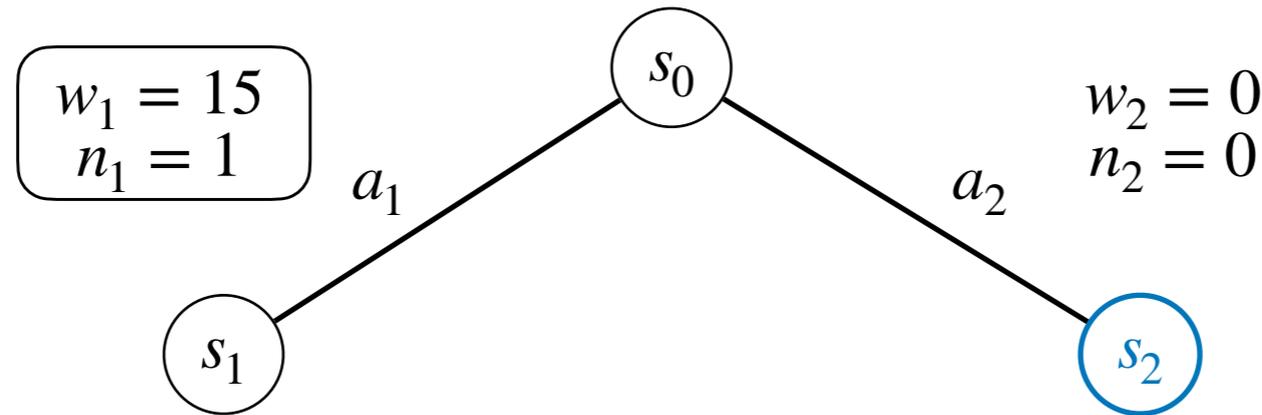
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

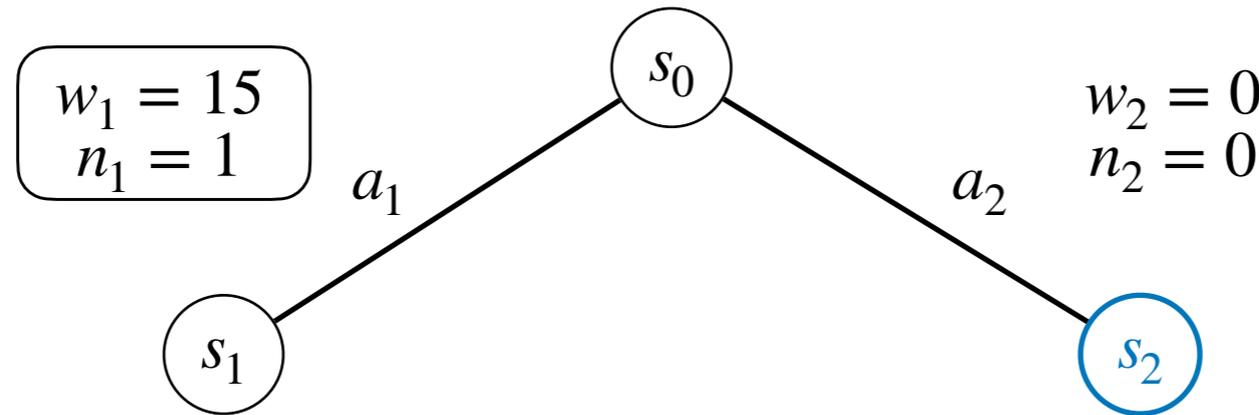
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



$$UCB1(a_1) = \frac{15}{1} + 2 \sqrt{\frac{\ln 1}{1}}$$

$$UCB1(a_2) = \infty$$

# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

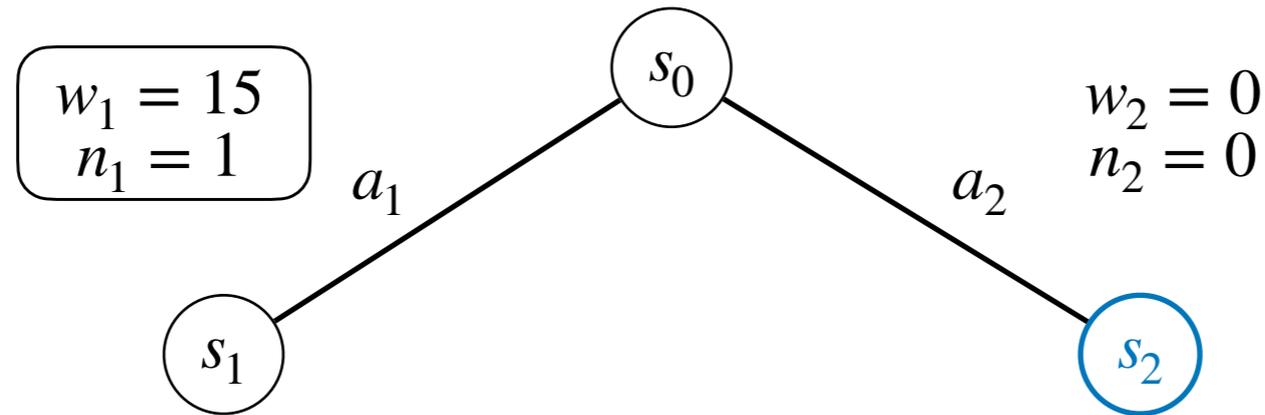
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

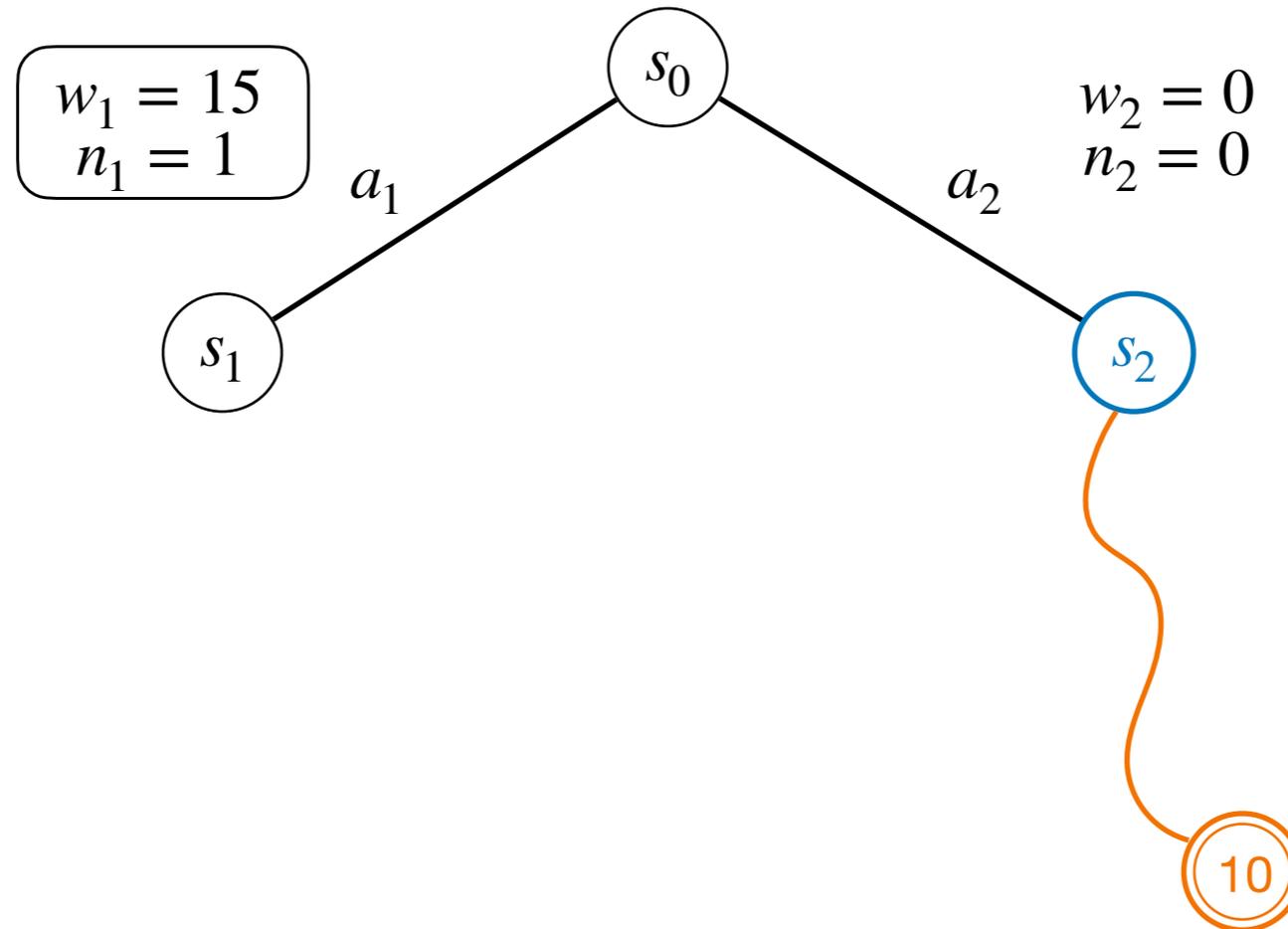
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

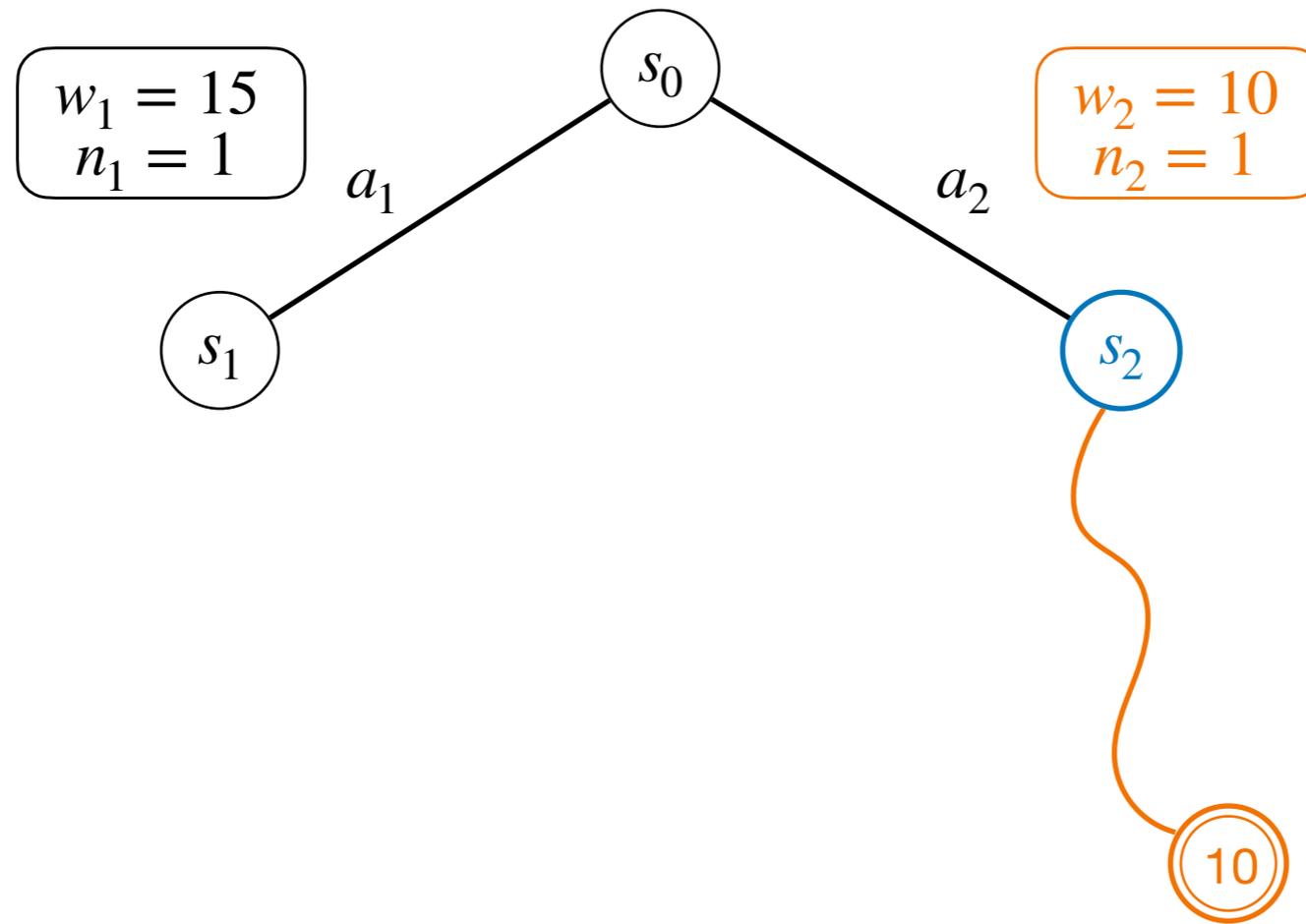
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

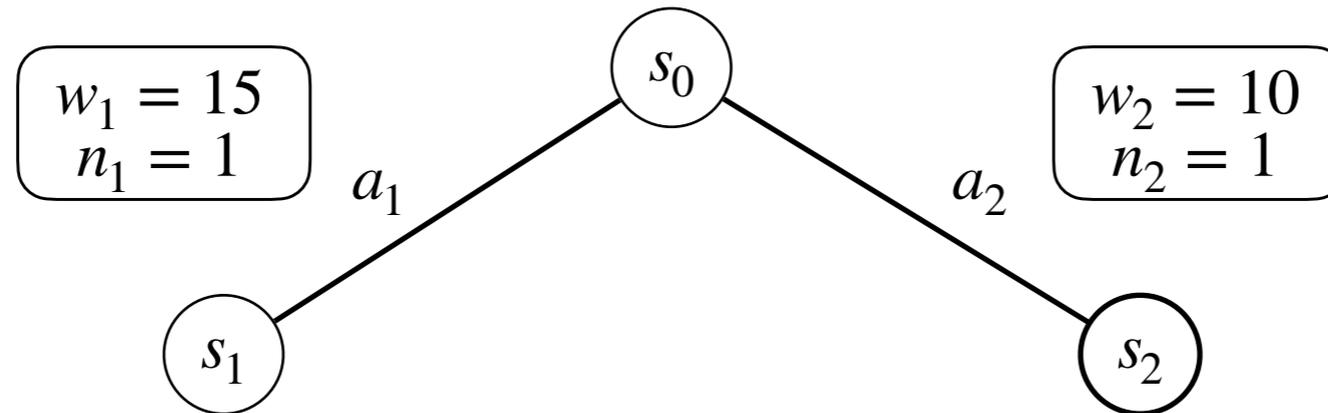
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

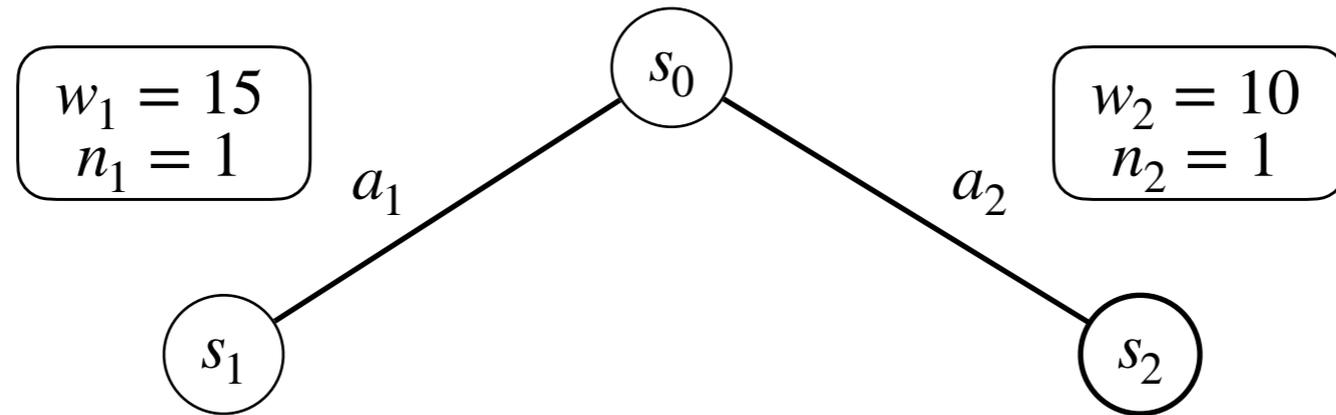
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



$$UCB1(a_1) = \frac{15}{1} + 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{1}} \approx 17$$

$$UCB1(a_2) = \frac{10}{1} + 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{1}} \approx 12$$

# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

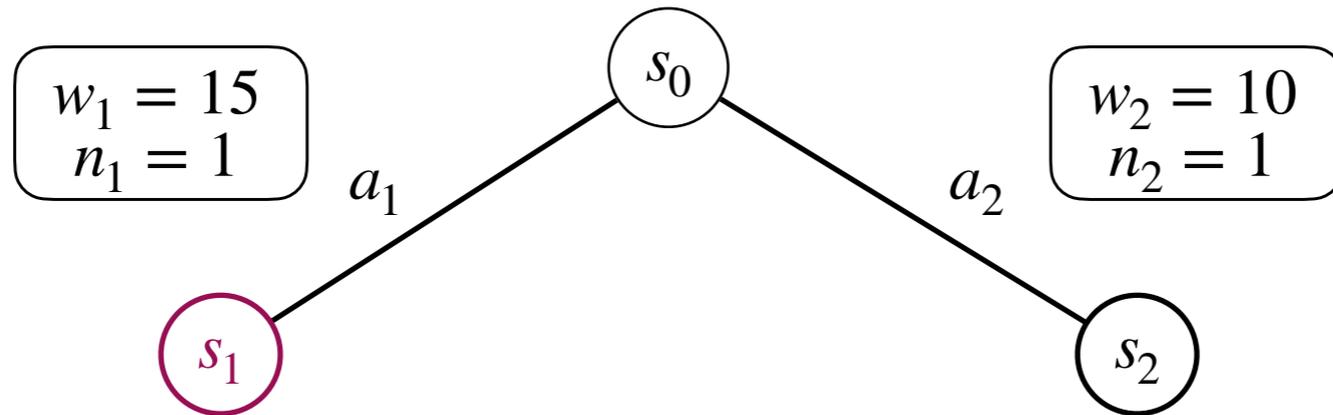
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



$$UCB1(a_1) = \frac{15}{1} + 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{1}} \approx 17$$

$$UCB1(a_2) = \frac{10}{1} + 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{1}} \approx 12$$

# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

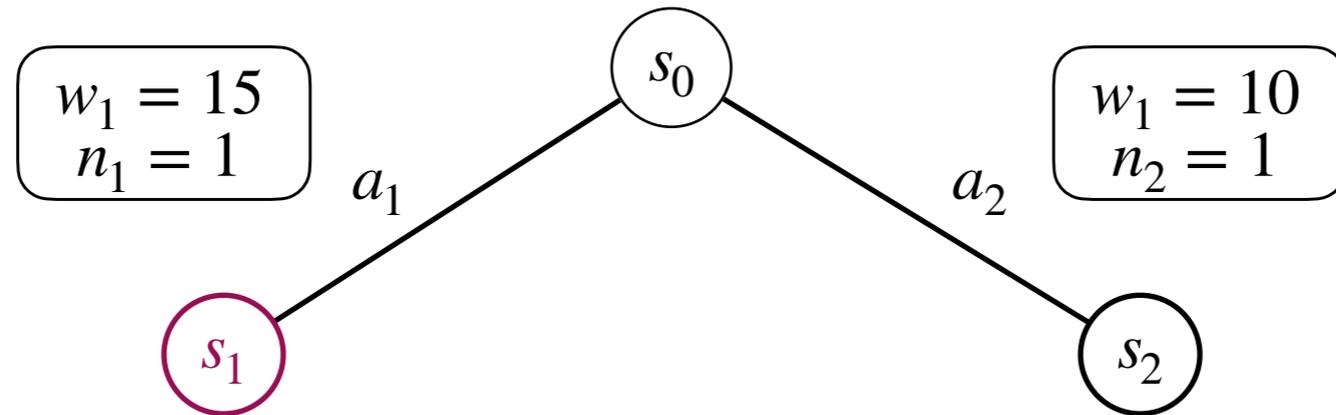
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

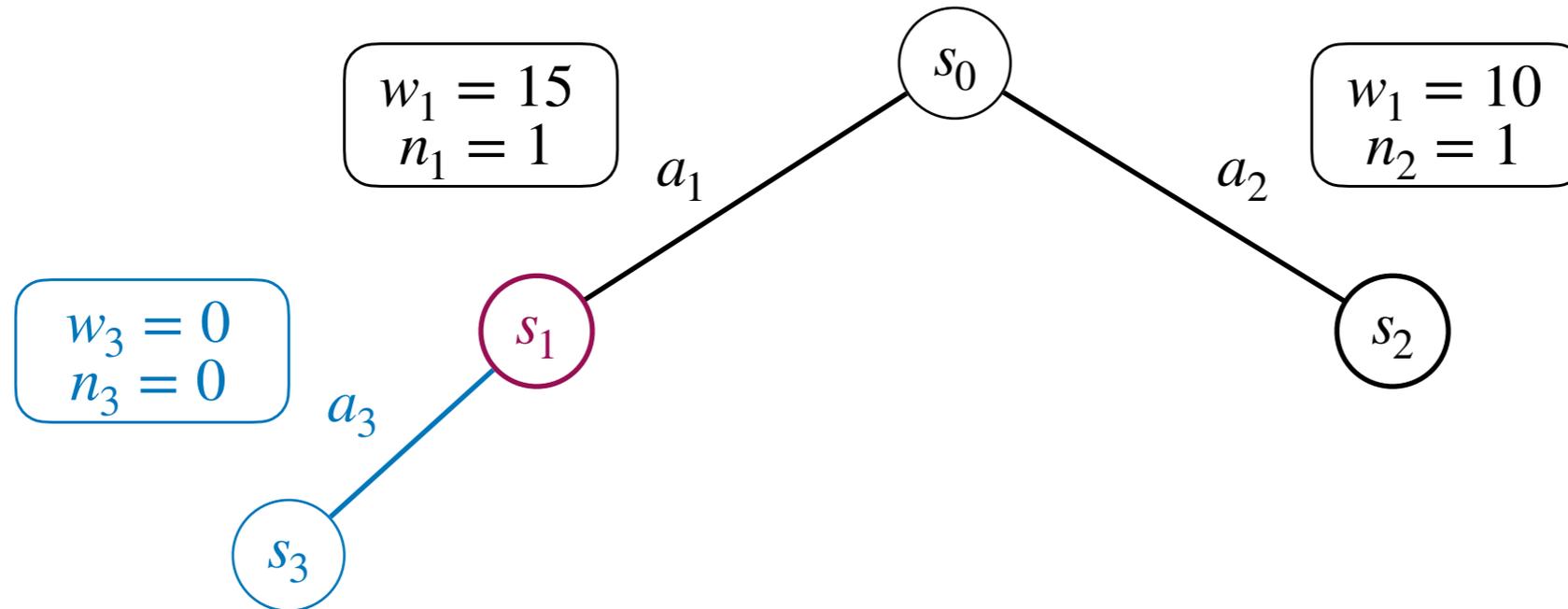
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

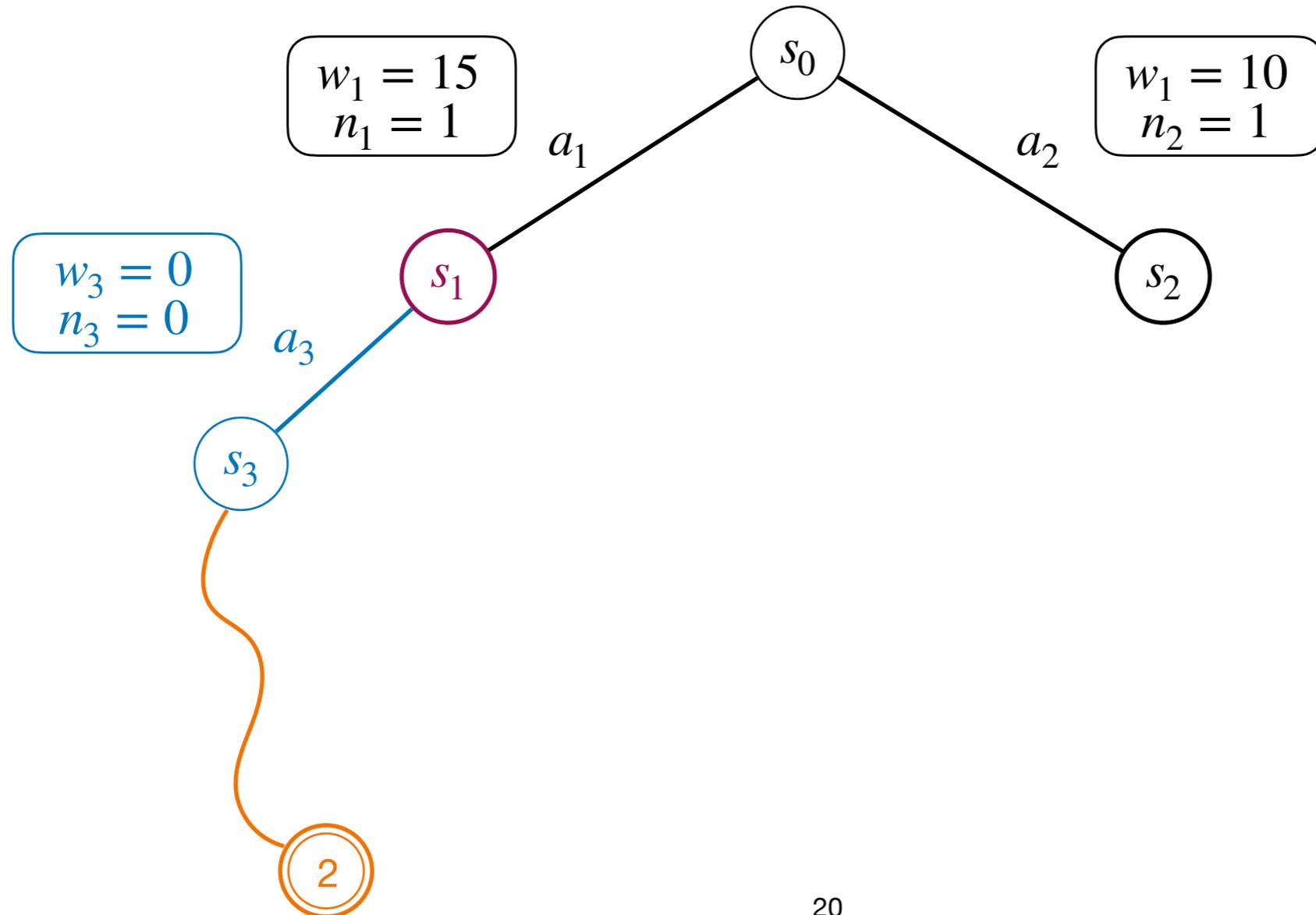
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

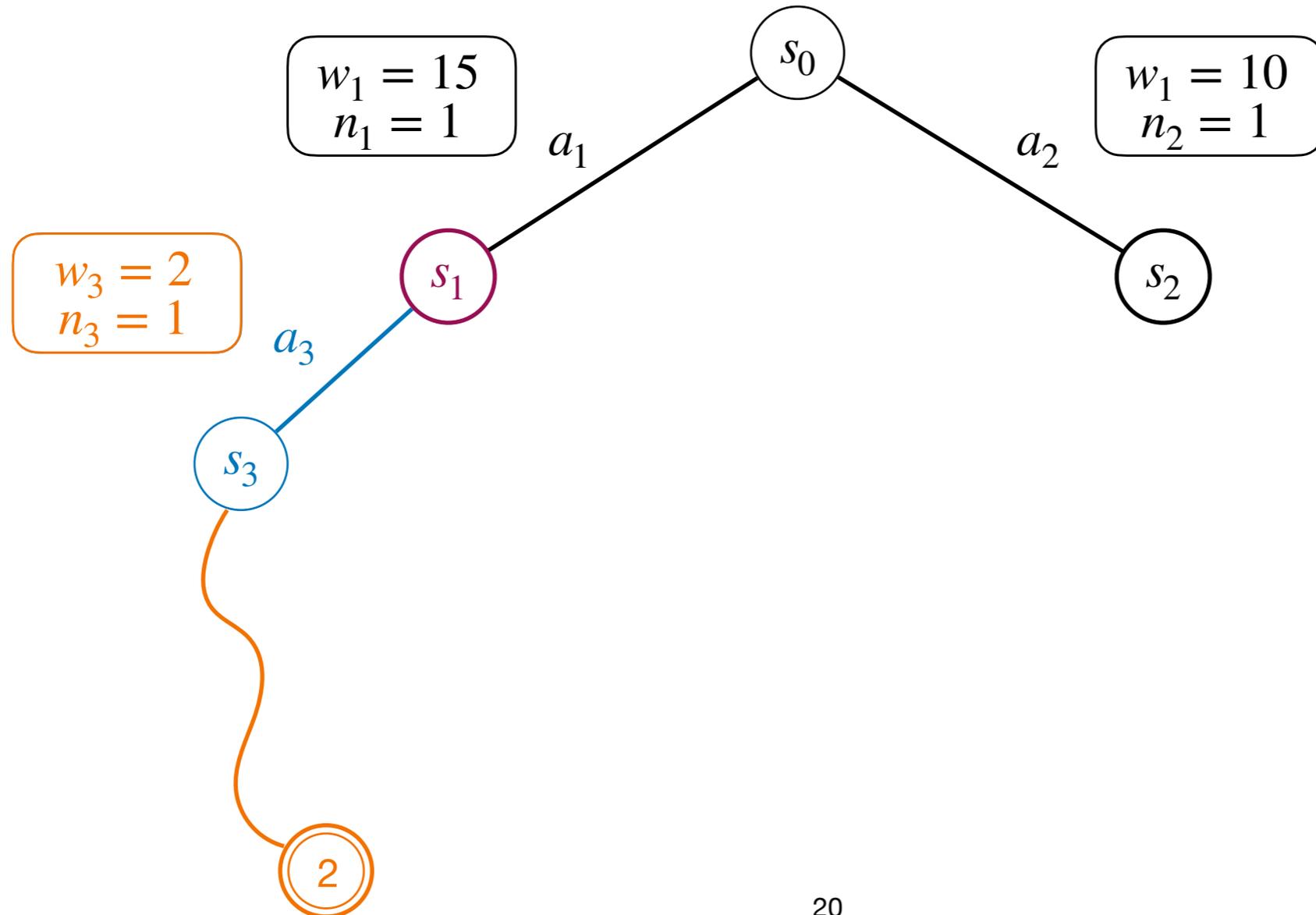
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

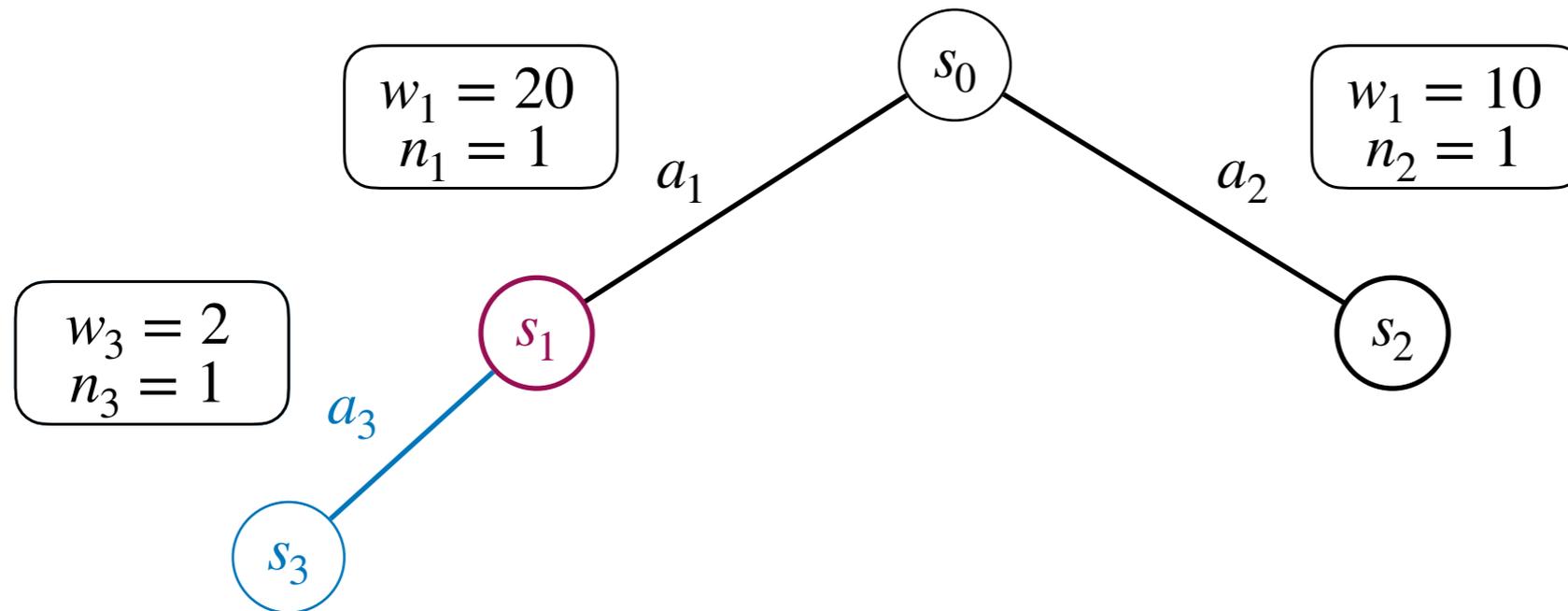
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

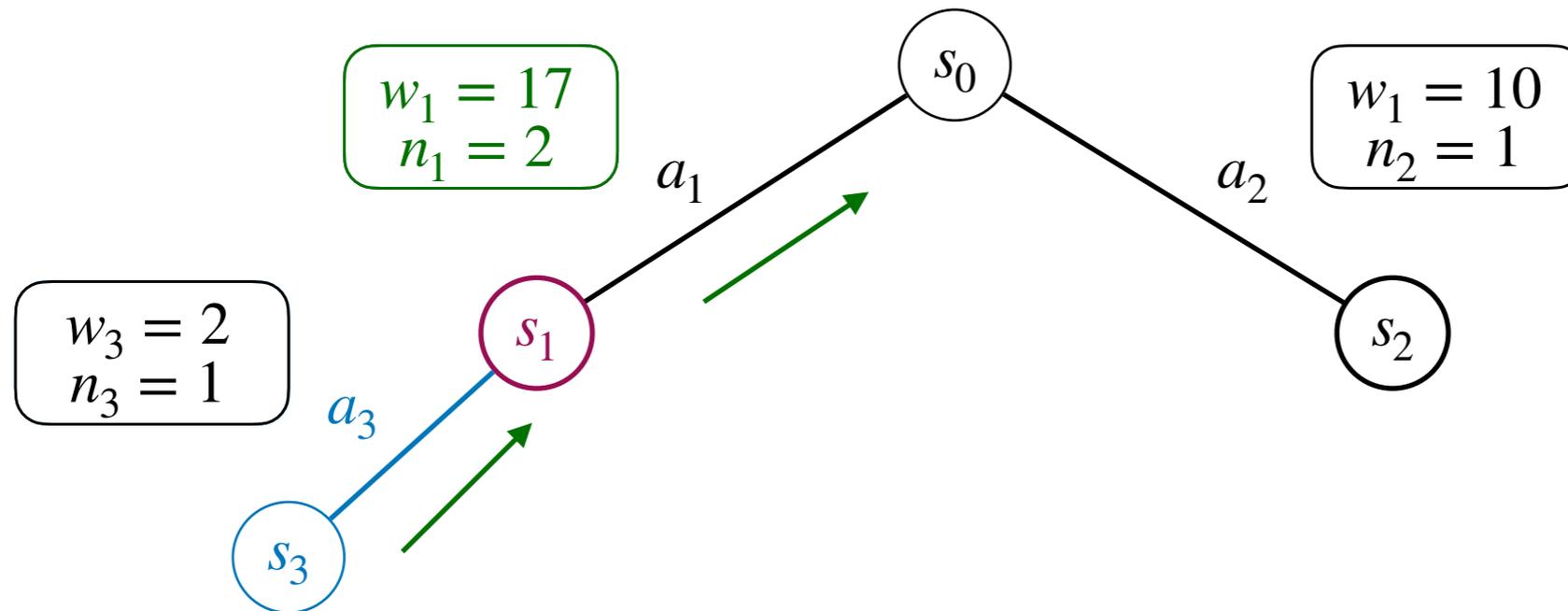
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

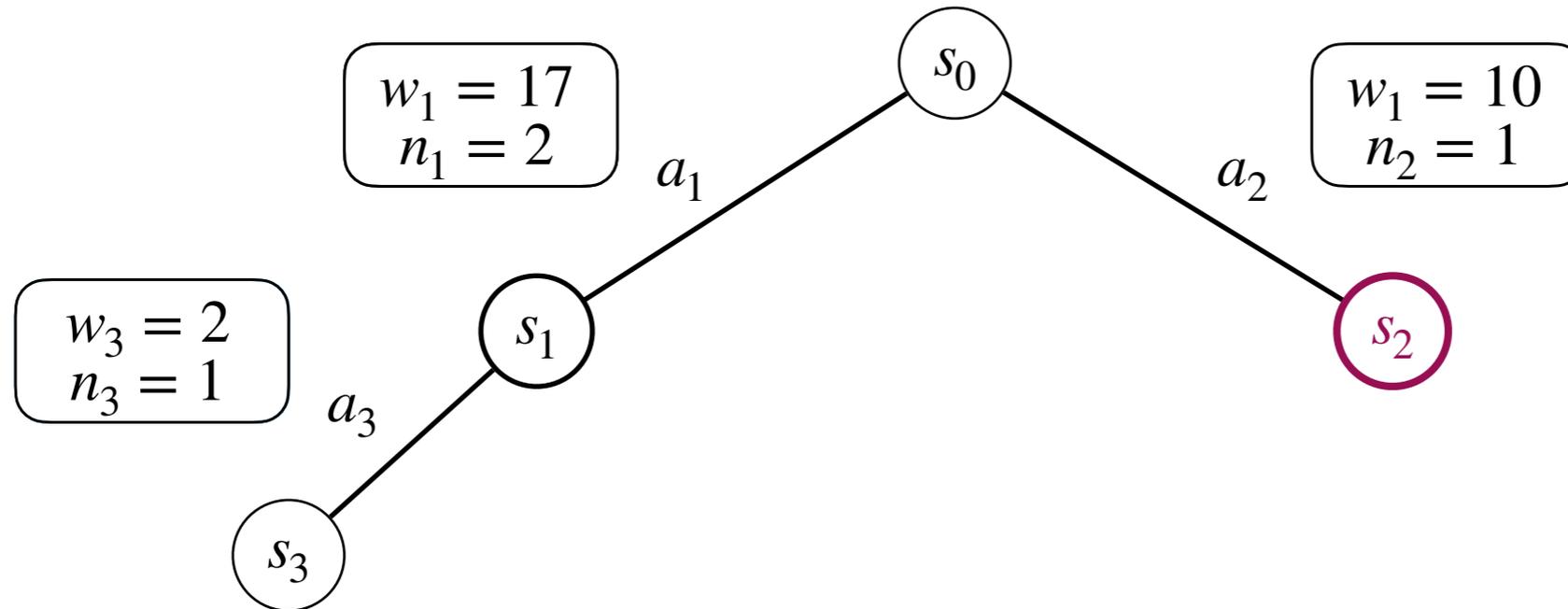
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

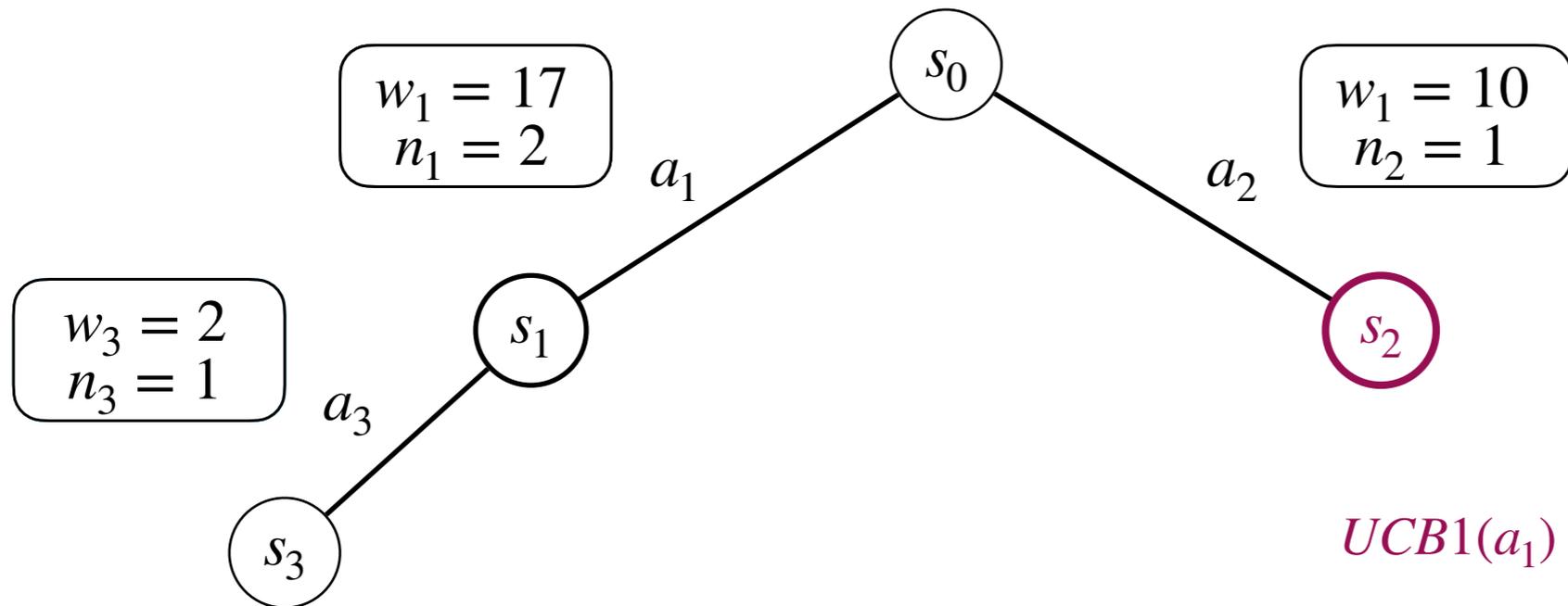
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



$$UCB1(a_1) = \frac{17}{2} + 2 \sqrt{\frac{\ln 3}{2}} \approx 10$$

$$UCB1(a_2) = \frac{10}{1} + 2 \sqrt{\frac{\ln 3}{1}} \approx 13$$

# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

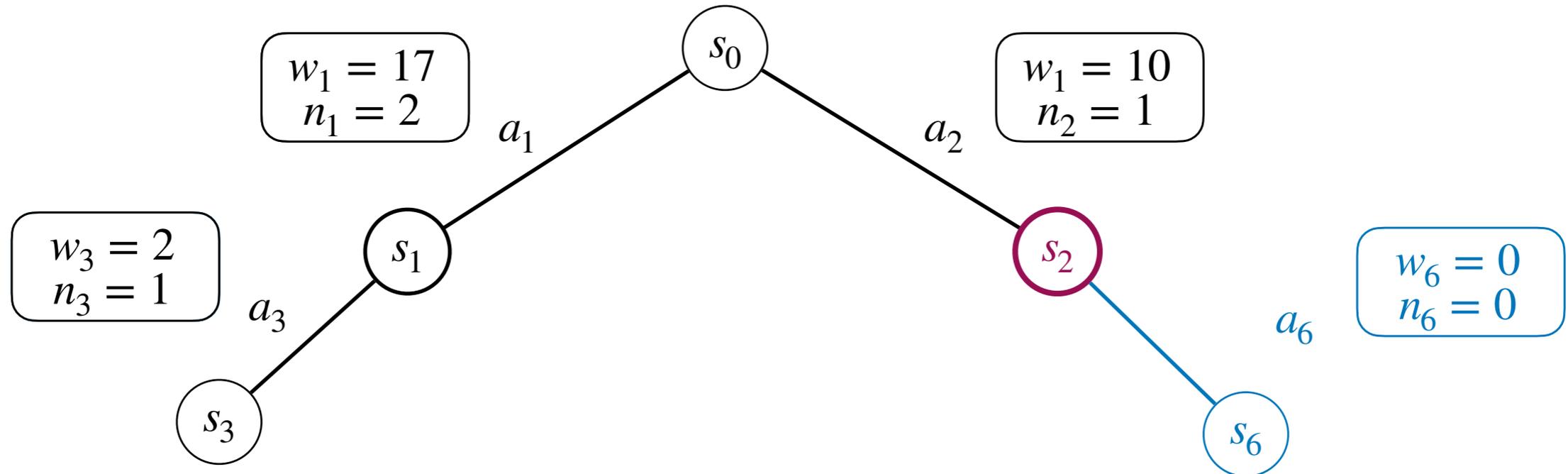
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

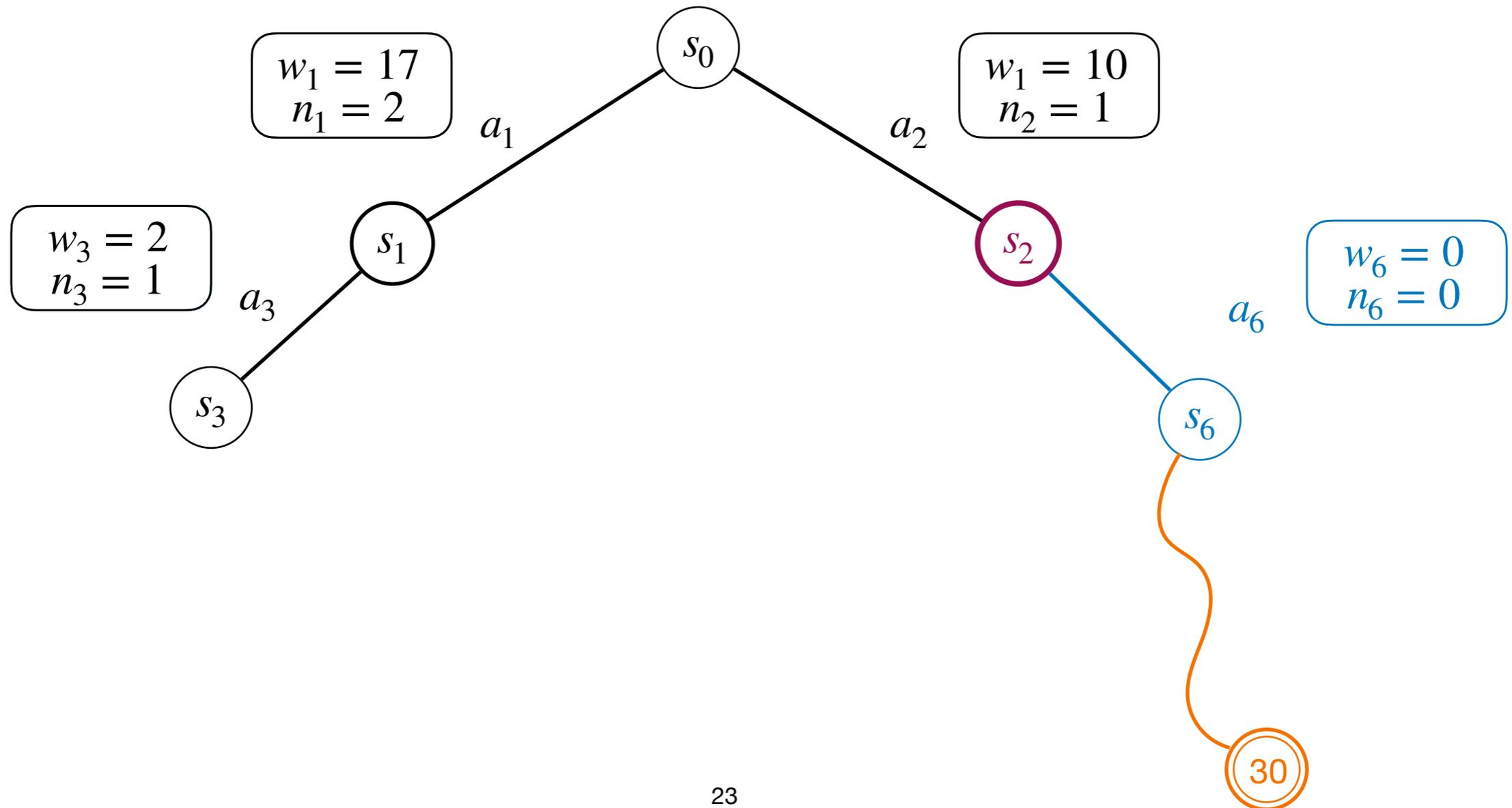
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

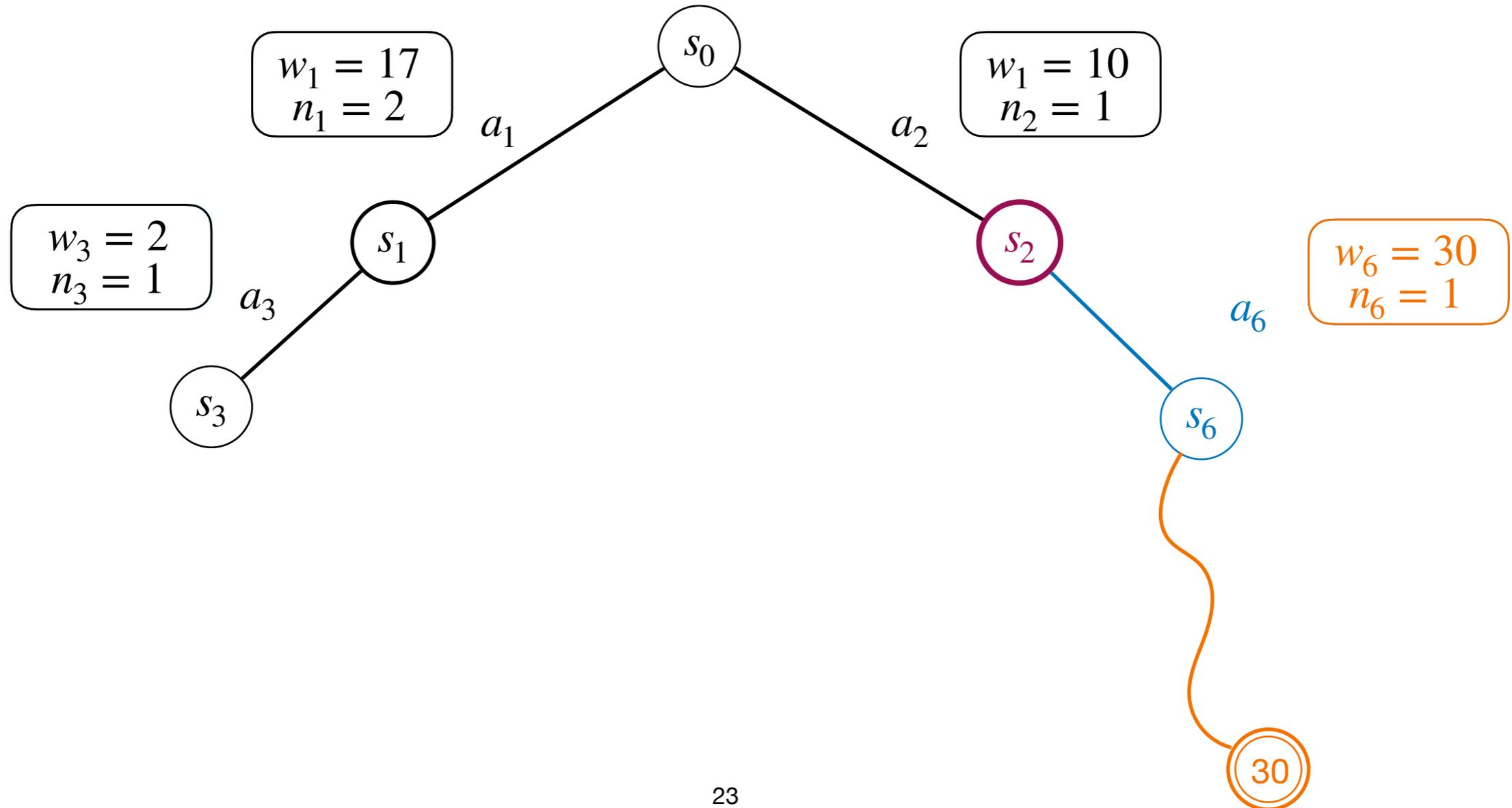
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

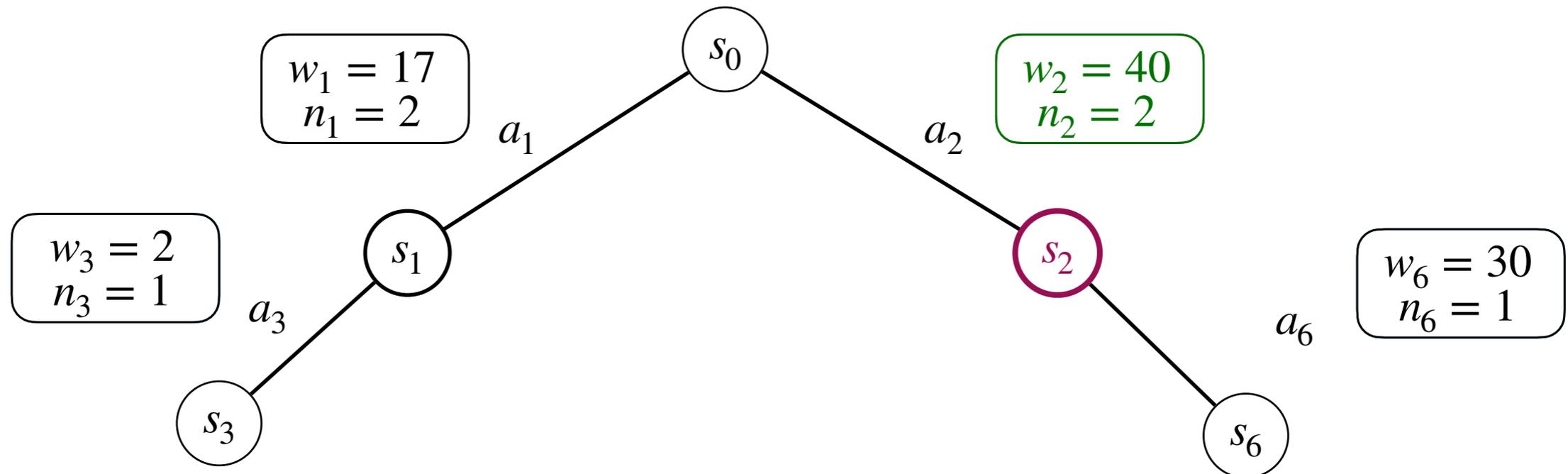
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

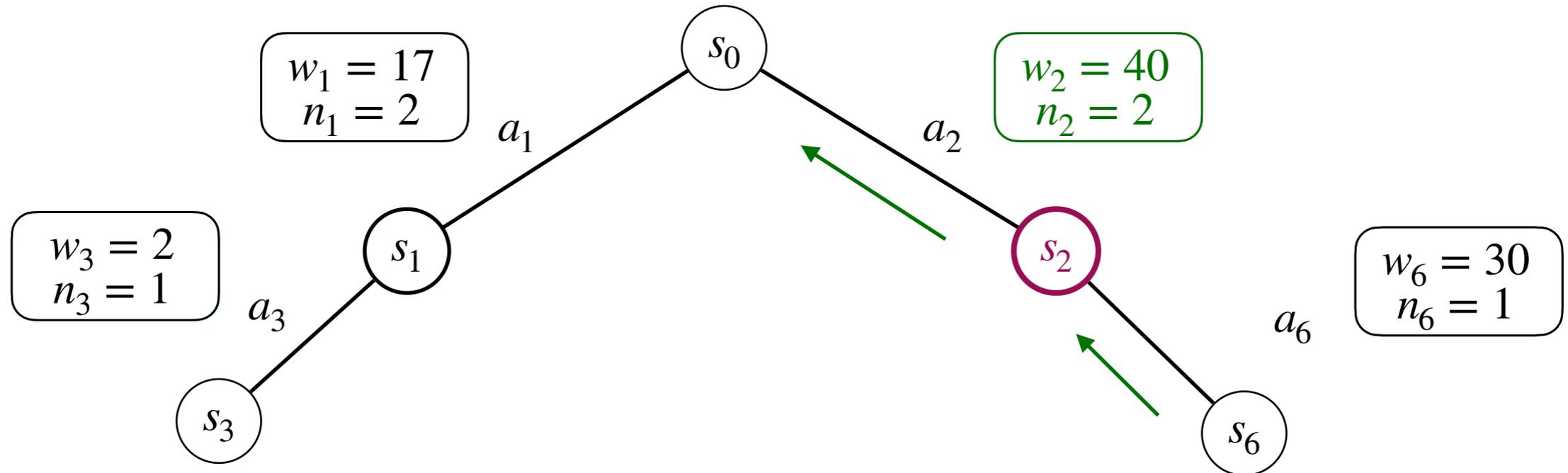
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

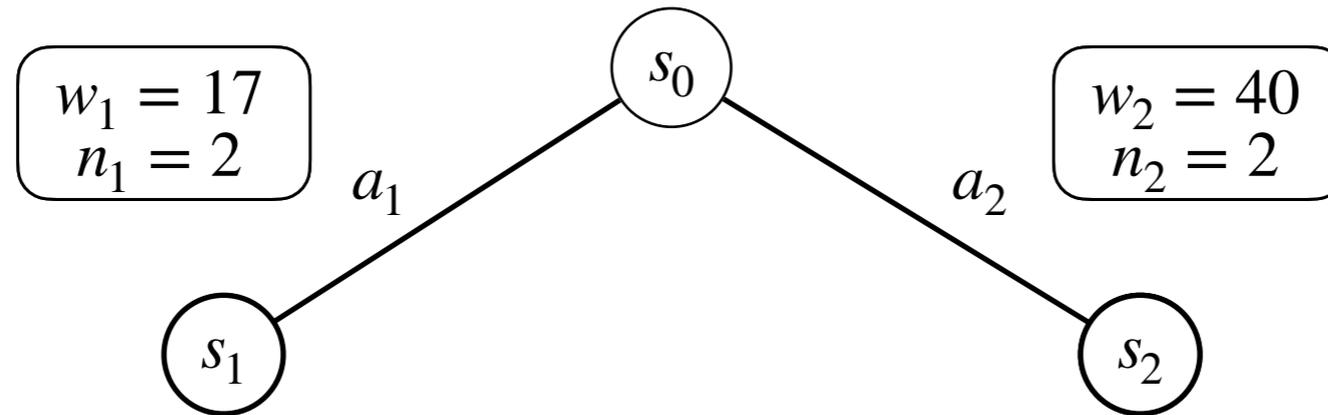
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



Nombre maximal d'itérations atteint ( $N = 4$ )

# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

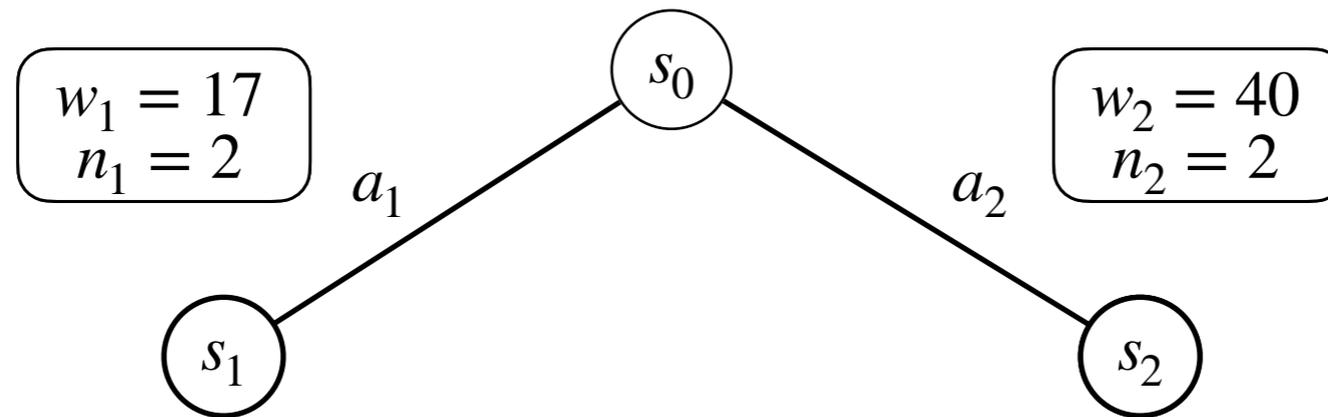
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



Nombre maximal d'itérations atteint ( $N = 4$ )

Faut-il choisir l'action  $a_1$  ou  $a_2$  ?

# Fonctionnement de MCTS

## Comment fonctionne MCTS ?

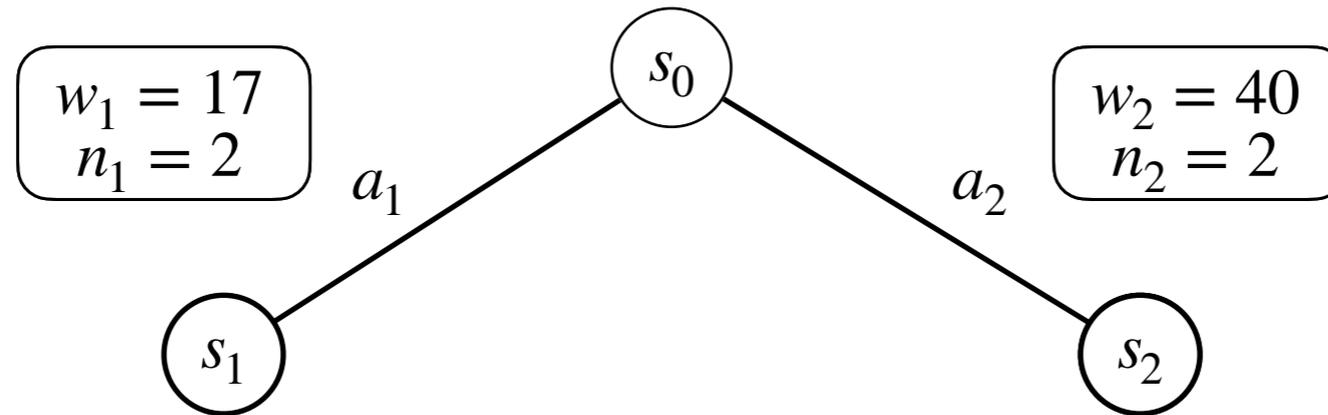
S

E

Si

RP

$$UCB1(a_i) = \frac{w_i}{n_i} + 2 \sqrt{\frac{\ln N}{n_i}}$$



Nombre maximal d'itérations atteint ( $N = 4$ )

Faut-il choisir l'action  $a_1$  ou  $a_2$  ?

$a_2$  car son gain moyen est meilleur que celui de  $a_1$  :

$$\frac{w_1}{n_1} < \frac{w_2}{n_2}$$

# Artificial Intelligence

## Cours4 - MCTS

### L3 - Informatique

**Nadjib Lazaar**

Ing - Phd - HDR - Professor - Paris-Saclay University - LISN - LaHDAK

[lazaar@lisn.fr](mailto:lazaar@lisn.fr)

<https://perso.lisn.upsaclay.fr/lazaar/>

24/01/2025