# Informatique Théorique, TD 1 : Automates

1. Donnez des automates reconnaissants :

   - les mots commençant par $aabab$
   - les mots finissant par $abbaba$
   - les mots contenant $abaabb$
   - les représentations en binaire des multiples de 5
   - les mots sur $\{a, b, c\}$ ayant un nombre pair de $a$, pair de $b$ et pair de $c$.
   - les mots sur { 0,1 } dont la $k^{ieme}$ lettre avant la fin est un 1 ($k$ est une constante)

2. Soit deux automates déterministes $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.

   Donner un algo en lecture-simple et à mémoire finie, qui détecte si un mot est dans $L(\mathcal{A}) \cap L(\mathcal{B})$.

   En déduire la construction d'un automate pour $L(\mathcal{A}) \cap L(\mathcal{B})$.

   Combien d'états a ce nouvel automate ?

   Utilisez cette construction pour obtenir un automate déterministe reconnaissant les mots sur $\{a, b\}$ ayant un nombre pair de $a$ et contenant $ab$.

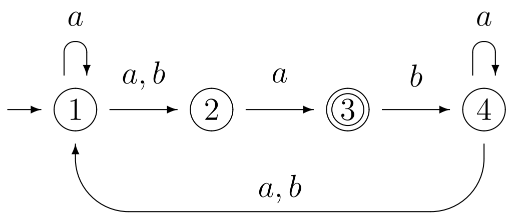
   Que pouvez-vous faire pour des automates non-déterministes ?

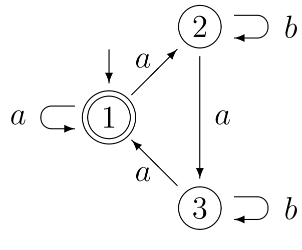
   Peut-on utiliser cette méthode pour l'union ?

3. Soit un automate non-déterministe $\mathcal{A}$. Donner un algo en lecture-simple et à mémoire finie, qui détecte si un mot est dans $L(\mathcal{A})$. En déduire la construction d'un automate déterministe pour $L(\mathcal{A})$.

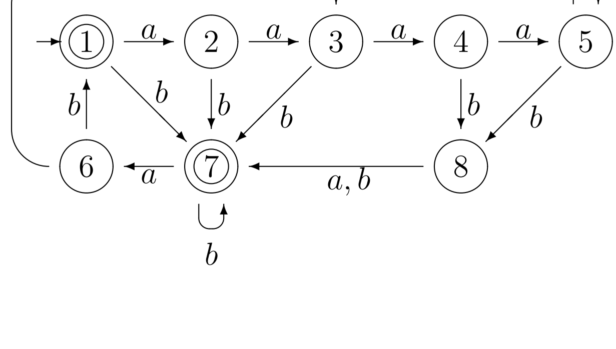
   Combien d'états a ce nouvel automate ?

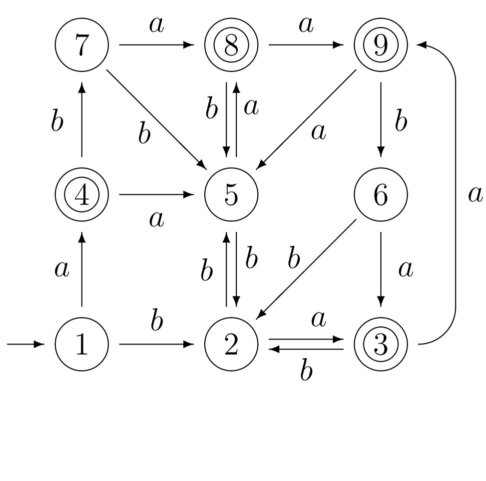
4. Determininisez :




5. Minimisez :



6. 

- Soit $L = \{a^n b^n \mid n \in I\!N\}$.

  Pour chaque mot $u \in \{a, b\}^*$, donnez $Futur_L(u)$.

  Supposons qu'un automate déterministe $\mathcal{A}_L$ reconnaisse $L$. Soit $p < q$, les mots $a^p b$ et $a^q b$ peuvent-ils conduire au même état depuis $q_0$ ? Le langage $L$ est-il reconnaissable ?

- Montrez que l'automate minimal reconnaissant les mots dont la $k^{ieme}$ lettre avant la fin est un $b$, contient $2^k$ états ($k$ est une constante).

  Comparez avec le nombre d'états en non-déterministe.

7. **Le barman aveugle**

Un barman et un client jouent au jeu suivant :

Le barman met un bandeau sur les yeux (il est aveugle)

Devant le barman, se trouve un plateau tournant sur lequel sont placés quatre pions d'othello en carré. Les pions d'othello sont noirs d'un côté et blanc de l'autre. Chaque pion peut être tourné côté blanc ou côté noir. Le sens initial des pions est choisi par le client et est inconnu du barman.

À chaque tape, si les pions sont tous dans le même sens, alors le barman gagne (Quand le barman gagne, un autre client, "arbitre", annonce qu'il a gagné et le jeu s'arrête.)

D'une étape à la suivante, je jeu se déroule comme suit : Le barman annonce au client qu'il va retourner certains pions (par exemple celui en bas à gauche et celui en bas à droite). Le client fait alors tourner le plateau d'un angle de son choix, puis le barman retourne les verres comme il l'a annoncé. Si les verres sont alors tous dans le même sens, le barman gagne.

1) Combien y a-t-il de configurations du plateau ? Certaines sont équivalentes. Combien y a-t-il de configurations du plateau non équivalentes ?

Combien de coups réellement différents, et pertinents, le barman a-t-il à sa disposition ?

2) On se place du point de vue du client. Donnez un automate dont les états sont les différentes configurations du plateau, les lettres les coups annoncés par le barman et où les flèches transitions decrivent les évolutions possibles des configurations.

3) Donnez un automate non déterministe (avec éventuellement plusieurs états entrée) qui donne toutes les séquences d'annonces du barman pour lesquelles le client peut gagner (à condition de toujours faire les bons choix).

4) Donnez un automate qui donne les coups qui assurent au barman de gagner quel que soit le comportement du client.

5) Jouez-vous de l'argent contre le barman ?

6) Et si au lieu de 4 pions, il y a 3 pions en triangle ou bien 5 pions en pentagone ? S'il y a $n$ pions disposés en polygone régulier ?