Q cours

Nb de Reynolds : $Re = \frac{UL}{\nu}$

U = vitesse caractéristique de l'écoul^T

L = dimension " " "

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$ viscosité cinématique du fluide avec η : viscosité dynamique
ρ : masse volumique

Re est sans dimension

Petit Re : rég laminaire

Gd Re : rég turbulent

Écoul^T autour d'1 objet limite = 1

ds 1 tuyau limite = 2000

Ex : trompe à eau

a) * conservat° du débit volumique

$$\frac{s}{4} v_B = s v_A = S v_D$$

$s \ll S$ donc $v_D \ll v_A$ et v_B

* Bernoulli entre D et A

$$\cancel{P_0} + \cancel{\rho \frac{v_D^2}{2}} + \rho g z_D = \cancel{P_0} + \rho \frac{v_A^2}{2} + \rho g z_A$$

car $v_D \ll v_A$

$$\rho g H = \rho \frac{v_A^2}{2} \Rightarrow v_A = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}5} = \sqrt{10} = 3{,}16 \, ms^{-1}$$

$$v_B = 4 v_A = 12{,}65 \, ms^{-1}$$

b) Bernoulli entre D et B

$$P_B = P_0 + \rho g (z_D - z_B) - \rho \frac{v_B^2}{2}$$

$$= P_0 + \rho g (H - h) - \rho \times 8 v_A^2$$

$$= 10^5 + 10^3 \times 10 \times 0{,}4 - 10^3 \times 8 \times 3{,}16^2$$

$= 2{,}4 \; 10^4 \, Pa = 0{,}24 \, P_0 < P_0$: on a bien l'effet d'aspiration recherché.

Ex 2

1) suivant Bernoulli, en négligeant la gravité

$$P_1 + \rho\frac{v_1^2}{2} = P_2 + \rho\frac{v_2^2}{2}$$

section constante $\Rightarrow v_1 = v_2$ et donc $P_1 = P_2$

2) viscosité de l'eau $\eta = 10^{-3}$ Pa s

pente théorique $\frac{8\eta L}{\pi R^4} = 8{,}5\ 10^4$ SI

pente expérimentale $1{,}5\ 10^6$ SI $\simeq 18 \times$ pente exp $\rightarrow$ facteur $\simeq 20$: mauvais accord théorie/expérience

$$Re = \frac{u \times 2R}{\eta}\rho$$

$$Q_v = \frac{\pi D^2}{4} u \Rightarrow u \simeq 1\ ms^{-1}$$

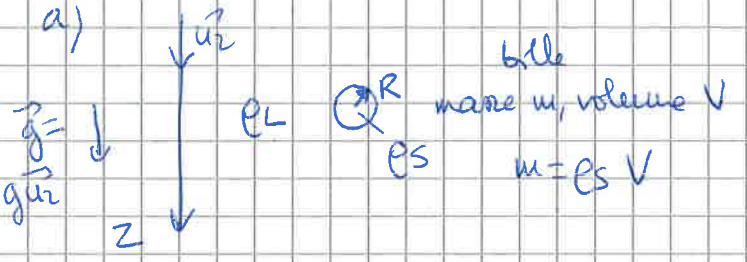
$\Rightarrow Re \simeq 2\ 10^4 \gg 2000 \Rightarrow$ turbulent

$\Rightarrow$ Poiseuille pas applicable

Il est quand même remarquable que ΔP en fct de Q_v reste une droite, même si Poiseuille n'est pas applicable

Ex. viscosimètre à chute de bille

a)



PFD : $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \rho_L V\vec{g} - 6\pi\eta R\vec{v}$

sur $\vec{u_z}$: $\rho_S V \dfrac{dv_z}{dt} = \rho_S V g - \rho_L V g - 6\pi\eta R v_z$

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{6\pi\eta R}{\rho_S V} v_z = \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_S} g$$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $\qquad \dfrac{6\pi\eta R}{\rho_S V} = \dfrac{9}{2}\dfrac{\eta}{\rho_S R^2}$ $\qquad \tau = \dfrac{2}{9}\dfrac{\rho_S R^2}{\eta}$

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{v_z}{\tau} = \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_S} g = \frac{\Delta\rho}{\rho_S} g \qquad \Delta\rho = \rho_S - \rho_L$$

b) $v_z = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \dfrac{\Delta\rho\,\tau}{\rho_S} g$

$v_z(0) = 0 = A + \dfrac{\Delta\rho}{\rho_S}\tau g \Rightarrow A = -\dfrac{\Delta\rho}{\rho_S}\tau g = -\dfrac{2}{9}\dfrac{R^2}{\eta}\Delta\rho g$

$$v_z(t) = \frac{2}{9}\frac{R^2}{\eta}\Delta\rho g \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$v_{lim} = \dfrac{2}{9}\dfrac{R^2\Delta\rho g}{\eta} = \lim\limits_{t\to\infty} v_z(t)$

c) $\tau = \dfrac{2}{9}\dfrac{\rho_S R^2}{\eta}$ $\qquad v_{lim} = \dfrac{2}{9}\dfrac{\Delta\rho R^2}{\eta} g = \dfrac{\Delta\rho}{\rho_S}\tau g$

d) $R = 1\,cm$ $\quad \tau = 0{,}174\,s$ $\quad v_{lim} = 1{,}49\,m\,s^{-1}$ $\quad Re = 15 \Rightarrow$ force de Stokes pas valable calcul faux

$R = 1\,mm$ $\quad \tau = 1{,}74\,ms$ $\quad v_{lim} = 1{,}49\,cm\,s^{-1}$ $\quad Re = 1{,}5\,10^{-2} \ll 1$, calcul valable

e) $R = 1\,mm$ $\quad \tau = 1{,}74\,s$ $\quad v_{lim} = 14{,}9\,m\,s^{-1}$ $\quad Re = 1{,}5\,10^{4} \gg 1 \rightarrow$ viscosimètre pas du tout adapté pour l'eau.