

MQII: Cours 4

Physique du Spin $\frac{1}{2}$
revisitée

Systemes en $\dim=2$

Les observables
et
leurs propriétés mathématiques

Les observables d'un système « à deux états »

♦ L'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ est constitué des états $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ où $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ est une base orthonormée.

♦ Les opérateurs $\hat{A}$ hermitiens sont représentés dans la base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ par des matrices $[\hat{A}] = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ telles que $[\hat{A}] = [\hat{A}]^\dagger \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^* & b^* \\ c^* & d^* \end{pmatrix} \Rightarrow a, d \in \mathbb{R}, c = b^*$,

Donc $[\hat{A}] = \begin{pmatrix} a & b^* \\ b & d \end{pmatrix}$, avec $a, d \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{C}$.

En notations de Dirac: $\hat{A} = a|0\rangle\langle 0| + b|1\rangle\langle 0| + b^*|0\rangle\langle 1| + d|1\rangle\langle 1|$.

♦ Si on pose $\alpha = \frac{a+d}{2}$, $\beta = \frac{a-d}{2}$, $b = \gamma + i\delta$, avec $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$:

$$[\hat{A}] = \alpha I_{\mathcal{H}} + \gamma \sigma_1 + \delta \sigma_2 + \beta \sigma_3$$

Avec:

$$I_{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Les $\{\sigma_i\}_{i=1,2,3}$ sont des opérateurs hermitiens appelés « **matrices de Pauli** ».

Propriétés des Matrices de Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- ♦ $\forall i, \sigma_i^\dagger = \sigma_i$ et $\sigma_i^2 = I_{\mathcal{H}}$; $\forall i \neq j, \sigma_i \sigma_j = -\sigma_j \sigma_i$,
- ♦ $\sigma_1 \sigma_2 = i\sigma_3, \sigma_2 \sigma_3 = i\sigma_1, \sigma_3 \sigma_1 = i\sigma_2$

♦ On peut résumer ces propriétés par: $\sigma_j \sigma_k = \delta_{jk} I_{\mathcal{H}} + i \sum_{\ell} \varepsilon_{jk\ell} \sigma_{\ell}$
où $\varepsilon_{jk\ell}$ est le « symbole de Levi-Civita »:

$\varepsilon_{jk\ell}$ est complètement antisymétrique en $jk\ell$ et $\varepsilon_{123} = 1$.

Valeurs propres et vecteurs propres (1)

Observable $[\hat{A}] = \begin{pmatrix} a & b^* \\ b & d \end{pmatrix}$, avec $a, d \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{C}$ dans la base orthonormée $\{|0\rangle, |1\rangle\}$

♦ **Valeurs propres** données par $\text{det}(\hat{A} - \lambda I_{\mathcal{H}}) = 0 \iff (a - \lambda)(d - \lambda) - |b|^2 = 0$



$$\lambda_{\pm} = \frac{a+d}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(a-d)^2 + 4|b|^2}$$

♦ **Vecteurs propres**: on cherche $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $\hat{A} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Attention: les deux équations obtenues sont équivalentes: on ne peut pas déterminer à la fois x et y . En effet si $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est solution $\alpha \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est aussi solution.

Si $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est solution, on peut « normaliser » le vecteur en prenant $\alpha = (|x|^2 + |y|^2)^{-1/2}$.

Voir diapo suivante

Valeurs propres et vecteurs propres (2)

Observable $[\hat{A}] = \begin{pmatrix} a & b^* \\ b & d \end{pmatrix}$, avec $a, d \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{C}$ dans la base orthonormée $\{|0\rangle, |1\rangle\}$

$$\lambda_{\pm} = \frac{a+d}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(a-d)^2 + 4|b|^2}$$

♦ On cherche les vecteurs (normalisés) $|\pm\rangle$ tels que $\hat{A}|\pm\rangle = \lambda_{\pm}|\pm\rangle$

♦ Si l'on pose $b = |b|e^{i\varphi}$ et $\text{tg}(\theta) = 2|b|/(d-a)$ (si $d = a$, $\theta = \pi/2$), on montre que les **vecteurs propres normalisés** peuvent s'écrire de façon générale:

$$|+\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\varphi}|1\rangle \quad \text{et} \quad |-\rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\varphi}|1\rangle$$

Remarque: en pratique il faut refaire le calcul des valeurs propres et vecteurs propres à chaque fois.

Sphère et vecteurs de « Bloch »

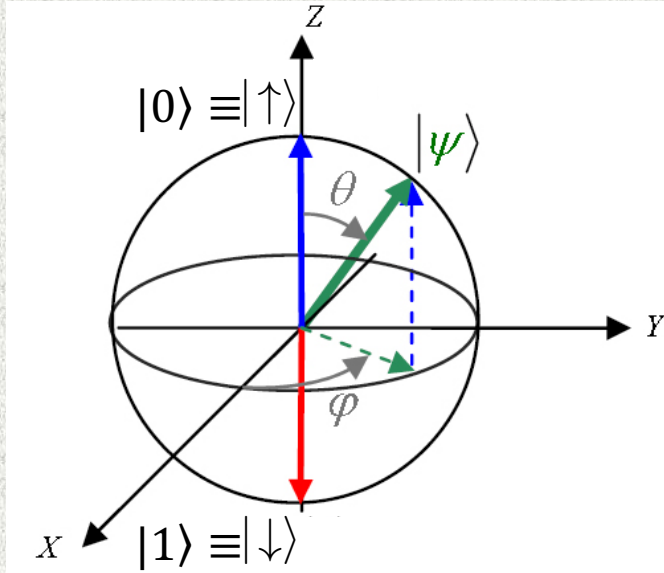
Tout vecteur $|\psi\rangle$ normalisé s'écrit (à un facteur de phase près) sous la forme

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\varphi}|1\rangle \text{ avec } \theta \in [0, \pi] \text{ et } \varphi \in [0, 2\pi[$$

♦ Il y a correspondance bi-univoque entre les $|\psi\rangle$ et les vecteurs $\vec{u}$ tels que

$$\vec{u} = \cos\varphi \sin\theta \vec{e}_x + \sin\varphi \sin\theta \vec{e}_y + \cos\theta \vec{e}_z$$

Les vecteurs $\vec{u}$ parcourent la sphère unité: c'est la « sphère de Bloch »



♦ Si l'on note $|\psi\rangle \equiv |\psi_{\vec{u}}\rangle$ alors

$$|\psi_{\vec{u}}\rangle\langle\psi_{\vec{u}}| = \frac{1}{2}(I_{\mathcal{H}} + \vec{u} \cdot \vec{\sigma})$$

♦ Avec $\vec{\sigma} = (\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3)$

♦ Il s'agit d'une représentation géométrique générale des états en dim=2.

- Elle est utilisée très fréquemment (qubit par exemple en information quantique).

- Cette représentation est bien sûr très utile pour le spin $\frac{1}{2}$.

Le spin $1/2$

Les observables pour le « spin » 1/2

Contexte: les « **particules élémentaires** » comme l'électron, le proton ou le neutron ont un spin $\frac{1}{2}$.

♦ Le spin $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ de l'électron est représenté par trois opérateurs hermitiens $(\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$ agissant sur un espace des états $\mathcal{H}$ de dimension 2.

♦ Les trois opérateurs $(\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$ ont **les mêmes valeurs propres** qui sont $\pm \frac{\hbar}{2}$
(on peut vérifier que la constante $\hbar$ a bien la dimension d'un moment cinétique),

♦ **Dans la base $|\pm, z\rangle$ qui diagonalise $\hat{S}_z$** (soit $\hat{S}_z |\pm, z\rangle = \pm \frac{\hbar}{2} |\pm, z\rangle$) on a les matrices:

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Remarque: on retrouve les matrices de Pauli.

Les observables pour le « spin 1/2 »

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_1, \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_2, \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_3$$

Conséquences



♦ Les trois opérateurs $(\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$ ne commutent pas entre eux et vérifient:

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar \hat{S}_z, [\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hbar \hat{S}_x, [\hat{S}_z, \hat{S}_x] = i\hbar \hat{S}_y$$

♦ On en déduit qu'**un seul des trois opérateurs** peut avoir une **valeur bien définie** (une valeur propre) à un instant donné => le « **vecteur $\vec{S}$ au sens classique** » (constitué de trois composantes ayant des valeurs bien définies) **N'EXISTE PAS**.

♦ La « norme » est définie car $\vec{\hat{S}}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2 = s(s+1)\hbar^2 I_{\mathcal{H}} = \frac{3}{4}\hbar^2 I_{\mathcal{H}}$ avec **$s = 1/2$** .

♦ Si on définit $\hat{S}_{\vec{u}} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{u} \cdot \vec{\hat{S}} = \frac{\hbar}{2} \vec{u} \cdot \vec{\hat{\sigma}}$ où $\vec{u}$ est un vecteur directeur ($\|\vec{u}\| = 1$), alors:

- les valeurs propres de $\hat{S}_{\vec{u}}$ sont $\pm \frac{\hbar}{2}$
- $\hat{S}_{\vec{u}} |\psi_{\pm\vec{u}}\rangle = \pm \frac{\hbar}{2} |\psi_{\pm\vec{u}}\rangle$ (avec le ket $|\psi_{\vec{u}}\rangle$ de la sphère de Bloch diapo7).
- On a la valeur moyenne $\langle \psi_{\vec{u}} | \vec{\hat{S}} | \psi_{\vec{u}} \rangle = \frac{\hbar}{2} \vec{u}$

**Rappels de
Physique Classique:
moments magnétiques**

Rappels classiques (diapo1)

Spin, Moment magnétique, Interaction avec un champ magnétique

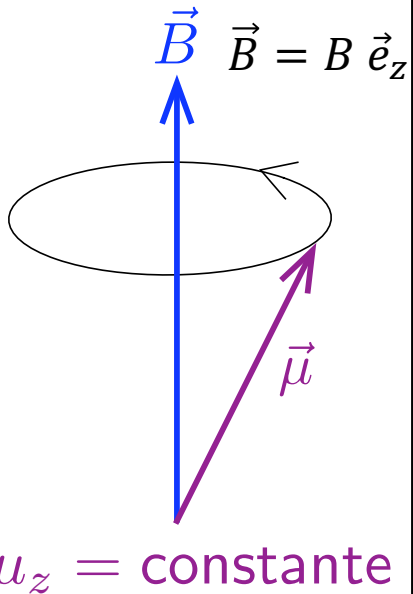
- ◆ On montre qu'un « objet » ayant un **moment cinétique intrinsèque** (ou spin) $\vec{S}$ et ayant des propriétés électromagnétiques a automatiquement un **moment magnétique** $\vec{\mu}$ tel que $\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$ où γ est appelé « **facteur gyromagnétique** » (Rq. $\gamma > 0$ ou $\gamma < 0$).
- ◆ Un « point matériel » situé en $\vec{r}_M$ qui (a) possède un **moment magnétique** $\vec{\mu}$, et qui (b) est soumis à un **champ magnétique** $\vec{B}(\vec{r})$, possède alors une **énergie** $U(\vec{r}_M) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r}_M)$.
- ◆ Ce « point matériel » est donc soumis à une force $\vec{F} = -\vec{\nabla}U = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B})$.
- ◆ Si le point matériel a un « spin » $\vec{S}$ et un facteur gyromagnétique γ , et qu'il est soumis à un champ $\vec{B}(\vec{r})$, il « voit » donc une force $\vec{F} = \gamma \vec{\nabla}(\vec{S} \cdot \vec{B})$.

Rappels classiques (diapo2)

Précession de Larmor

♦ Supposons un « objet » ayant un **moment cinétique intrinsèque** (spin) $\vec{S}$ et un **moment magnétique** $\vec{\mu}$ tel que $\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$ soumis à un champ magnétique $\vec{B}$ constant.
 Alors l'objet est soumis à un « couple » $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$, d'où
 couple : $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

théorème du moment cinétique : $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Gamma} \Rightarrow \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \vec{\mu} \times \vec{B}$



♦ $\omega_L = \gamma B$ est la pulsation de Larmor
 $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \vec{\mu} \times \vec{B} = \gamma \mu \times B$

♦ $\omega_0^{(cl)} = -\gamma_0 B$ fréquence de Larmor

mouvement de précession à la pulsation $\omega_0^{(cl)}$
 ♦ $\omega_0^{(cl)} = \gamma B$ fréquence de Larmor
 $\begin{cases} \dot{\mu}_x = -\omega_0 \mu_y \\ \dot{\mu}_y = \omega_0 \mu_x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_x(t) = \mu_{\perp} \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ \mu_y(t) = \mu_{\perp} \sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$

♦ Mouvement de précession de $\vec{\mu}$ autour de $\vec{B}$

Moment magnétique Quantique
Interaction avec un champ magnétique:
Stern et Gerlach revisité

Hamiltonien d'interaction

Hamiltonien d'interaction spin-champ magnétique

- ♦ L'électron a un **moment magnétique** (quantique) $\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$ avec $\gamma = g \frac{q_e}{2m}$ où m et q_e sont la masse et la charge de l'électron et où « g » est un **nombre sans dimension** tel que $g \cong 2$.
- **Remarque 1**: Le « $g - 2$ » de l'électron est une des quantités fondamentales les mieux connues: $g = 2(1 + a)$ avec $a \simeq \frac{\alpha}{2\pi} + C_2\alpha^2 + \dots \simeq 0.001159$ (J. Schwinger).
- **Remarque 2**: En général pour une particule de masse « m » et de charge « q » et de spin $\vec{S}$ le facteur $\gamma_{cl} = \frac{q}{2m}$ est le « facteur gyromagnétique classique ». $\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$ et $\gamma = g \gamma_{cl}$ ($g \neq 2$)
- **Remarque 3**: Pour l'électron $\gamma < 0$ car $q_e < 0$.
- **Remarque 4**: Pour un proton ou un neutron γ et g sont différents du cas de l'électron.

♦ Un électron (ou autre particule) placé dans un **champ** $\vec{B}$ possède un « **Hamiltonien d'interaction** »

$$\hat{H} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\gamma \vec{S} \cdot \vec{B}$$

♦ Si le champ $\vec{B}$ est orienté selon Oz avec $\vec{B} = B(\vec{r})\vec{u}_z$, alors $\hat{H} = -\gamma B(\vec{r})\hat{S}_z$.

Précession de Larmor Quantique (électron $\gamma < 0$)

♦ Remarque: on ne tient pas compte ici (pour commencer) de la partie énergie cinétique du Hamiltonien.

♦ On suppose $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ avec B_0 constant; $\omega_L = |\gamma| B_0$

$$\hat{H}_{spin} = -\gamma B_0 \hat{S}_z = \omega_L \hat{S}_z = \frac{\hbar \omega_L}{2} \hat{\sigma}_z$$

- ♦ Si les kets $|\pm\rangle$ sont définis par $\hat{S}_z |\pm\rangle = \pm \frac{\hbar}{2} |\pm\rangle$ alors $\hat{H}_{spin} |\pm\rangle = \pm \frac{\hbar \omega_L}{2} |\pm\rangle$
- Cette dépendance des énergies propres $E_{\pm}(B) = \pm \frac{\hbar \omega_L}{2}$ en fonction de $\vec{B}$ est responsable d'une levée de dégénérescence des énergies par rapport au spin que l'on appelle « l'effet Zeeman ».
 - $i \hbar \partial_t |\psi_{spin}(t)\rangle = \hat{H}_{spin} |\psi_{spin}(t)\rangle \Rightarrow |\psi_{spin}(t)\rangle = e^{-i \hat{H}_{spin} t / \hbar} |\psi_{spin}(0)\rangle = e^{-i \omega_L t / 2} |+\rangle + e^{i \omega_L t / 2} |-\rangle$

♦ On calcule $\langle \vec{\hat{\mu}} \rangle(t) = \langle \psi_{spin}(t) | \vec{\hat{\mu}} | \psi_{spin}(t) \rangle$ on trouve

$$\langle \hat{\mu}_x \rangle(t) = \hbar \gamma \operatorname{Re}(c_+^* c_- e^{i \omega_L t})$$

$$\langle \hat{\mu}_y \rangle(t) = \hbar \gamma \operatorname{Im}(c_+^* c_- e^{i \omega_L t})$$

$$\langle \hat{\mu}_{x,y,z} \rangle(t) = \langle \psi(t) | \hat{\mu}_{x,y,z} | \psi(t) \rangle$$

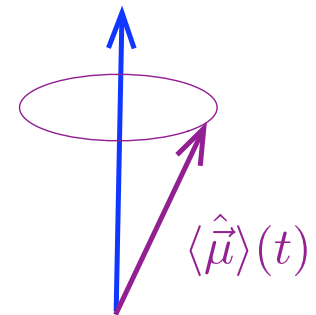
$$\langle \hat{\mu}_z \rangle(t) = \frac{\hbar \gamma}{2} (|c_+|^2 - |c_-|^2) \equiv \text{Cst}$$

$$\langle \hat{\mu}_y(t) \rangle = \hbar \gamma \operatorname{Im}(a_+^* a_- e^{i \omega_0 t})$$

♦ $\langle \hat{\mu}_z \rangle(t) = \text{Cst}$ car $[\hat{H}_{spin}, \hat{\mu}_z] = 0$ (voir théorème d'Ehrenfest).

$$\langle \hat{\mu}_z(t) \rangle = \frac{\hbar \gamma}{2} (|a_+|^2 - |a_-|^2) \rightarrow \text{Cste}$$

$B_0 = B_0 \vec{u}_z$
axe de quantification



$$\langle \hat{\mu}_z \rangle = \text{Cste}$$

$$[\hat{H}_{spin}, \hat{\mu}_z] = 0$$

Hamiltonien et espace complet pour un électron

♦ L'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ complet de l'électron décrit :

- ses degrés de liberté « externes » dans l'espace géométrique via $\mathcal{H}_{ext} = L^2(\mathbb{R}^3)$
- ses degrés de liberté « internes » (spin) via $\mathcal{H}_{int}$
- donc $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{ext} \otimes \mathcal{H}_{int}$.
- Le Hamiltonien $\hat{H}$ est (en notations complètes)

$$\hat{H} = \left(\frac{1}{2m} \vec{P}^2 + U(\vec{r}) \right) \otimes \mathbf{I}_{\mathcal{H}_{int}} - \gamma \vec{B}(\vec{r}) \otimes \vec{S}$$

♦ Si les kets $|\pm, z\rangle$ sont définis par $\hat{S}_z |\pm, z\rangle = \pm \frac{\hbar}{2} |\pm, z\rangle$ ils forment une base de $\mathcal{H}_{int}$.

Soit $\{|\varphi_n\rangle\}_{n \in \mathbb{N}}$ une base (orthonormée) de $\mathcal{H}_{ext} = L^2(\mathbb{R}^3)$. Tout vecteur $|\psi\rangle \in \mathcal{H} = \mathcal{H}_{ext} \otimes \mathcal{H}_{int}$ s'écrit:

$$|\psi\rangle = \sum_n c_{n,+} |\varphi_n\rangle \otimes |+, z\rangle + \sum_n c_{n,-} |\varphi_n\rangle \otimes |-, z\rangle$$
$$|\psi\rangle = |\varphi_+\rangle \otimes |+, z\rangle + |\varphi_-\rangle \otimes |-, z\rangle$$

Etat complet pour un électron

$$|\psi\rangle = |\varphi_+\rangle \otimes |+, z\rangle + |\varphi_-\rangle \otimes |-, z\rangle$$

- ♦ $\varphi_+(\vec{r})$ est la fonction d'onde d'espace associée à un état de spin $|+, z\rangle$
- ♦ $\varphi_-(\vec{r})$ est la fonction d'onde d'espace associée à un état de spin $|-, z\rangle$
- ♦ On peut représenter $|\psi\rangle$ par le vecteur colonne de fonctions $|\psi\rangle \equiv \begin{pmatrix} \varphi_+(\vec{r}) \\ \varphi_-(\vec{r}) \end{pmatrix}$

- ♦ Normalisation: $\langle\psi|\psi\rangle = 1 \Rightarrow$

$$\langle\varphi_+|\varphi_+\rangle + \langle\varphi_-|\varphi_-\rangle = 1 \Rightarrow \int d^3\vec{r} (|\varphi_+(\vec{r})|^2 + |\varphi_-(\vec{r})|^2) = 1$$

- ♦ Interprétation: $dP_+ = |\varphi_+(\vec{r})|^2 d^3\vec{r}$ et $dP_- = |\varphi_-(\vec{r})|^2 d^3\vec{r}$ sont les éléments de probabilité de trouver l'électron autour de la position $\vec{r}$ avec un état de spin donné.

Action de $\hat{H}$ sur un état factorisé

♦ On suppose $\vec{B}(\vec{r}) = B(\vec{r})\vec{e}_z \Rightarrow \hat{H} = \left(\frac{1}{2m} \vec{P}^2 + U(\vec{r})\right) \otimes I_{\mathcal{H}_{int}} - \gamma B(\vec{r}) \otimes \hat{S}_z$

♦ $|\psi\rangle = |\phi\rangle \otimes |\pm, z\rangle$

$$\hat{H}|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2m} \vec{P}^2 + U(\vec{r})\right) |\phi\rangle \otimes |\pm, z\rangle \mp \frac{\gamma\hbar}{2} B(\vec{r}) |\phi\rangle \otimes |\pm, z\rangle$$

$$\hat{H}|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2m} \vec{P}^2 + U(\vec{r}) \mp \frac{\gamma\hbar}{2} B(\vec{r})\right) |\phi\rangle \otimes |\pm, z\rangle$$

♦ Tout « se passe » comme si on avait deux Hamiltoniens $\hat{H}_{\pm}$ sur $\mathcal{H}_{ext} = L^2(\mathbb{R}^3)$ selon la valeur propre de $\hat{S}_z$ avec

$$\hat{H}_{\pm} = \frac{1}{2m} \vec{P}^2 + U(\vec{r}) \mp \frac{\gamma\hbar}{2} B(\vec{r})$$

♦ Application: Expérience de Stern et Gerlach (description quantique complète).

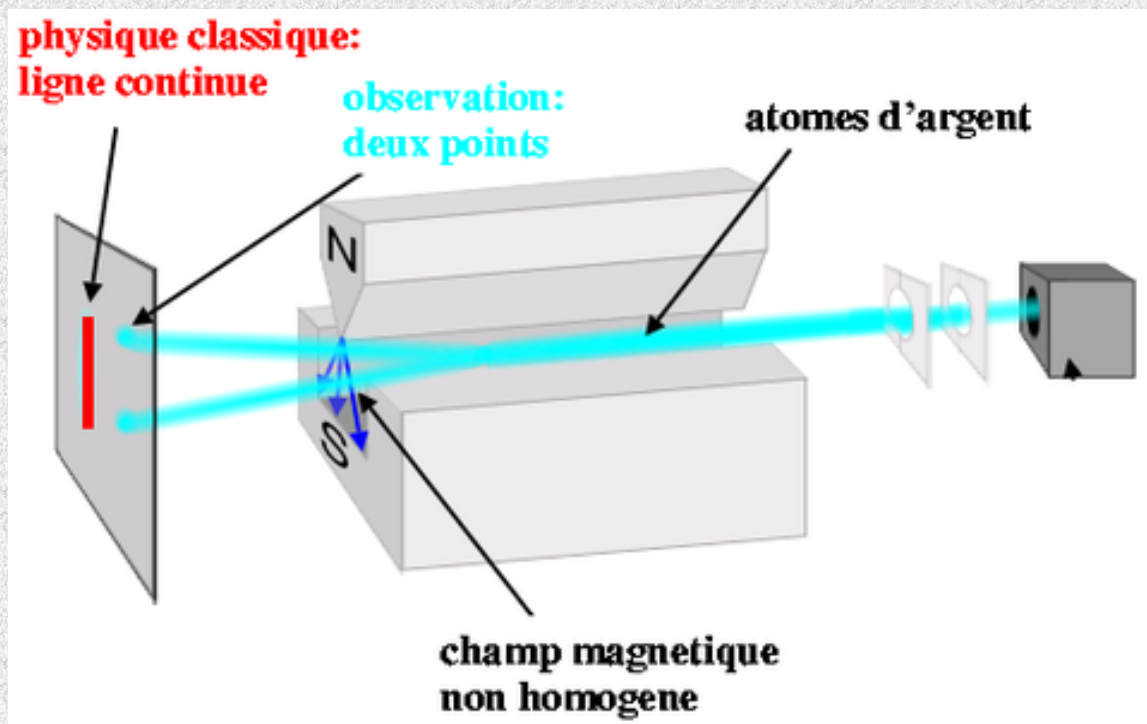
L'expérience de Stern et Gerlach



Plaque commémorative de l'expérience portant l'effigie des deux physiciens au siège de la *Physikalische Verein* à [Francfort-sur-le-Main](https://fr.wikipedia.org/wiki/Francfort-sur-le-Main) (source Wikipedia)

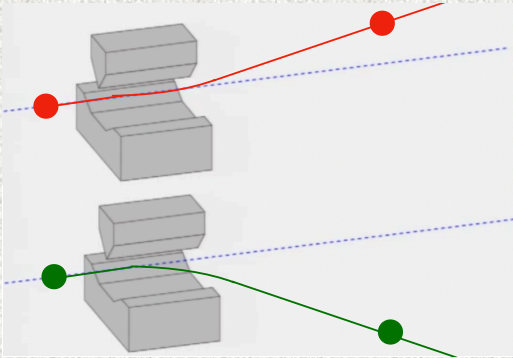
L'expérience de Stern et Gerlach

♦ L'expérience de Stern et Gerlach « originelle » (1922) a été effectuée avec des atomes d'argent, et pas des électrons. Mais on peut montrer que le spin d'un atome d'argent est le même que celui d'un seul électron => Mise en évidence de la « **quantification du spin** ».



On observe sur l'écran de détection « **deux taches** » bien séparées au lieu d'une ligne continue prédite par la physique classique (pas de quantification). On obtient la preuve que le « spin est quantifié ».

« Clivage du paquet d'onde »

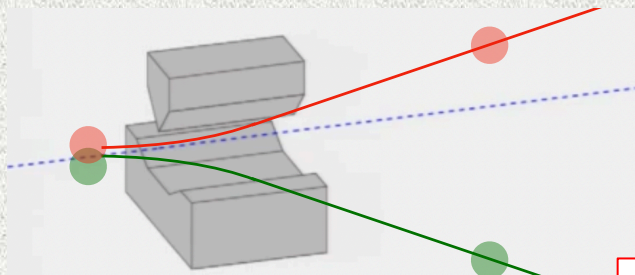


$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle$$

$$|\psi(t_0)\rangle = |\phi(t_0)\rangle \otimes |+, z\rangle \mapsto |\psi(t)\rangle = |\phi_+(t)\rangle \otimes |+, z\rangle$$

$$|\psi(t_0)\rangle = |\phi(t_0)\rangle \otimes |-, z\rangle \mapsto |\psi(t)\rangle = |\phi_-(t)\rangle \otimes |-, z\rangle$$

Clivage: séparation du « paquet d'onde » initial en deux paquets

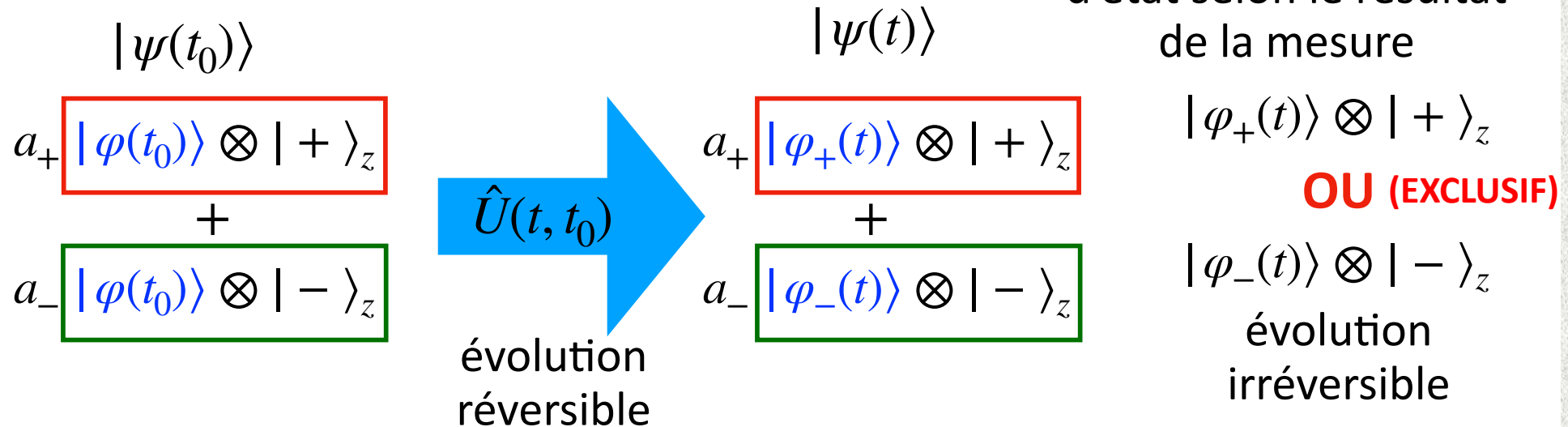
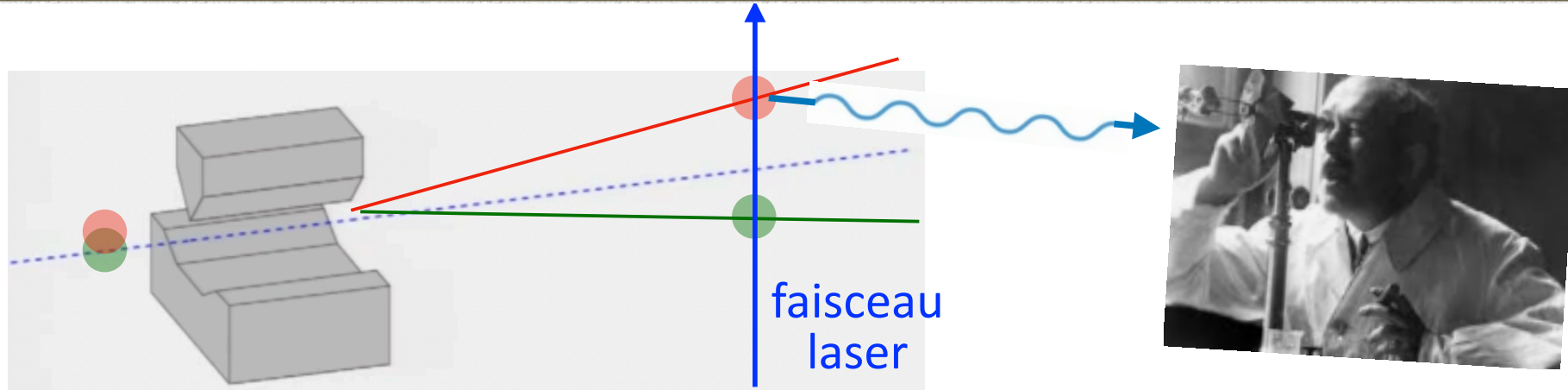


$$\begin{aligned} |\psi(t_0)\rangle &= |\phi(t_0)\rangle \otimes (a_+ |+, z\rangle + a_- |-, z\rangle) \\ \mapsto |\psi(t)\rangle &= a_+ |\phi_+(t)\rangle \otimes |+, z\rangle + a_- |\phi_-(t)\rangle \otimes |-, z\rangle \end{aligned}$$

L'atome (ou l'électron) est
« délocalisé » sur les deux
chemins (paquets)

Intrication des degrés de liberté

Modèle de « Mesure Quantique indirecte »



Mesure indirecte: on « mesure » le photon qui est intriqué avec l'atome avec lequel il a interagi, mais on ne mesure pas directement l'atome.

FIN COURS 4