

Programme de l'examen d'électromagnétisme du 11 janvier 2025

18 décembre 2024

- English version below
- Remarque générale : Tous les exercices faits en TD doivent être maîtrisés.
- **Dans un souci d'allègement du programme, l'examen ne portera pas sur le chapitre guides et cavités.**
- Le programme d'examen suivant est à maîtriser.

Chapitre 1 : Concepts fondamentaux :

- Charges, courants, force électromagnétique. Principe de superposition. Écrire l'équation de conservation de la charge.
- Écrire les équations de Maxwell : vide, milieux simples, dans le cas général et en régime harmonique.
- Pouvoir définir et démontrer les conditions aux limites à l'interface entre deux milieux (relations de continuité).
- Retrouver l'équation de propagation dans le vide et dans les milieux simples à partir des équations de Maxwell.
- Écrire la forme d'une onde plane monochromatique.
- Écrire le vecteur de Poynting, la densité d'énergie électromagnétique, la conservation de l'énergie dans le vide et les milieux simples.
- Écrire la densité de quantité de mouvement électromagnétique dans le vide, et connaître l'existence de l'équation de conservation qui s'y rapporte. (Les composantes du tenseurs des contraintes et l'expression de sa divergence ne sont pas à connaître).
- Connaître l'existence de la densité de moment cinétique électromagnétique, et l'équation de conservation qui s'y rapporte. (Les composantes du tenseurs des contraintes et le produit vectoriel associé ne sont pas à connaître).
- Savoir qu'un champ peut se décomposer comme la somme d'un champ irrotationnel (gradient) et d'un champ rotationnel (rotationnel) (la forme explicite des équations apparaissant dans le Théorème d'Helmholtz n'est pas à connaître).
- Écrire les potentiels scalaire et vecteur ainsi que les champs en fonction de ces potentiels. Écrire les équations vérifiées par ces potentiels dans le vide. Relations de jauge.
- Le principe de Curie et comment sont transformés les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} . Symétries par rapport à un plan. Savoir identifier et utiliser ces symétries dans un problème.

Chapitre 2 : électrostatique dans le vide et les milieux

Généralités

- Savoir définir la loi de Coulomb pour des particules ponctuelles et des densités de charge, le champ électrostatique associé.
- Définir le potentiel scalaire électrostatique. Calculer la circulation de \mathbf{E} le long d'une ligne de courant et la relier aux valeurs du potentiel. Savoir établir les conditions de continuité du potentiel scalaire au passage d'une interface éventuellement chargée.
- Définir l'énergie électrostatique d'une distribution de charges discrètes ou continue, la densité d'énergie électrostatique.
- Méthode de résolution : Connaître et savoir manipuler la méthode des images et la méthode de séparation de variables (cf TD).

Multipôles

- Définir un dipôle. Savoir faire un développement multipolaire du potentiel électrostatique à l'ordre 2 loin des charges.

- Connaître le potentiel et le champ créé par le terme dipolaire électrique et la décroissance avec la distance.
- Définir la force et le couple agissant sur un dipôle dans un champ spatialement lentement variable.
- Écrire l'énergie potentielle d'un dipôle dans un champ.

Conducteurs

- Définir un conducteur en équilibre électrostatique et les conséquences que cela entraîne pour le champ.
- Donner la force électrostatique s'exerçant sur un élément de surface dS .
- Pression électrostatique.

Milieux diélectriques

- Notion de charges libres et liées.
- Définir le vecteur \mathbf{P} en fonction des charges de polarisation.
- Définir le vecteur \mathbf{D} , relations avec \mathbf{P} et \mathbf{E} , χ , ϵ_r .
- Conditions à une interface vérifiées par \mathbf{D} et \mathbf{E} .
- Définition de milieux homogènes, isotropes, anisotrope, non linéaires,... et la forme de leur susceptibilité diélectrique.
- Énergie dans la matière.

Chapitre 3 : Magnétostatique dans le vide et les milieux

Généralités

- Loi de Biot et Savart et loi d'Ampère.
- Conditions de continuité pour \mathbf{B} et \mathbf{A} .
- Expression du potentiel vecteur sous forme intégrale.
- Méthode de résolution de l'équation de poisson vectorielle.

Multipôles

- Développement multipolaire.
- Moment magnétique, moment dipolaire d'un circuit planaire.
- Potentiel \mathbf{A} et Champ \mathbf{B} créés par un dipôle.
- Notions sur l'origine des moments magnétiques dans la matière.

Force de Lorenz et énergie magnétique

- Savoir écrire la force subie par une distribution de courant.
- Force de Lorentz et trajectoire d'une particule dans un champ magnétique constant.
- Connaître la force et le couple exercé sur un dipôle.
- Savoir définir l'énergie magnétostatique.
- Définition d'une inductance
- Définir une inductance propre.

Magnétostatique dans les milieux

- Notion de courants libres et liés
- Définir le vecteur \mathbf{M} en fonction des courants d'aimantation.
- Définir le champ \mathbf{H} , relations avec \mathbf{M} et \mathbf{B} , χ_m , μ_r
- Conditions à une interface vérifiées par \mathbf{H} et \mathbf{B} .
- Notion sur les matériaux diamagnétiques, paramagnétiques et ferromagnétiques et cycle d'hystérésis.
- Énergie dans la matière

Chapitre 4 : Régimes lentement variables

ARQS

- Définition.
- Approximation mauvais conducteurs et bon conducteurs. Régime associés.
- Effet de peau.

Induction électromagnétique :

- Force électromotrice de Faraday.
- Courant de Foucault.

Chapitre 5 : Électromagnétisme e propagation dans les milieux

- Écrire les équations de Maxwell dans les milieux : régime temporel et régime harmonique.
- En régime harmonique, écrire une solution dans dans le cas d'un ε_r complexe, l'onde plane monochromatique. Relation entre ε_r , μ_r complexe et l'indice complexe
- Polarisation linéaire ou circulaire d'une onde plane. Connaître l'existence du formalisme de Jones.
- Savoir établir le modèle de Drude Lorentz pour l'électron élastiquement lié.
- Manipuler les champs et le tenseur susceptibilité (matrice 3x3) dans le cas anisotrope (cf TD).
- Existence des relations de Kramers Kronig sur la partie réelle et imaginaire de χ . Les formes exactes ne sont pas à connaître.
- Théorème de Poynting dans les milieux simples. (Le cas dispersif n'est pas à connaître).

Chapitre Guides et cavités

- N'est pas au programme de l'examen

Chapitre Rayonnement

Potentiels retardés

- Connaître l'existence de la fonction de Green retardée et savoir expliquer son intérêt pour les équations de Maxwell. Les formes explicites des fonctions de Green des équations de Maxwell ne sont pas à connaître.
- Connaître les potentiels scalaires φ et vecteurs \mathbf{A} retardés. Savoir définir et utiliser le temps retardé dans ces formules. Les expressions complètes des champs retardés \mathbf{E} et \mathbf{B} (formule de Schott ou Jefimenko) ne sont pas à connaître.

Rayonnement du dipôle

- Connaître les potentiels dus à un dipôle oscillant. Les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} ne sont pas à connaître.
- Connaître la distribution angulaire des champs \mathbf{E} et \mathbf{B} rayonnés par un dipole électrique en $\omega^2 \frac{p}{r} \sin \theta$, ainsi que la densité de puissance rayonnée en $\omega^4 \frac{p^2}{r^2} \sin^2 \theta$.

Rayonnement

- Savoir définir le rayonnement. Connaître la structure de l'onde rayonnée et ses caractéristiques en champ lointain.
- Savoir donner, en régime harmonique et en champ lointain, le potentiel vecteur rayonné par une source de courant arbitraire.
- Antenne : Notion de diagramme de rayonnement. Savoir calculer le potentiel vecteur dans le cas simple d'une antenne filaire (cf TD).

Champs rayonnés par une charge ponctuelle en mouvement :

- Les potentiels de Liénard et Wiechert ne sont pas à connaître.
- Rayonnement d'une charge accélérée dans le cas sub-relativiste : formule de Larmor et calcul du Poynting vu en TD.

English version

- General note : All exercises done in TD must be mastered.
- In order to lighten the examination program, the exam will not cover the guides and cavities chapter.
- The following examination program must be mastered.

Chapter 1 : Fundamental Concepts :

- Charges, currents, electromagnetic force. Principle of superposition. Write the charge conservation equation.
- Write Maxwell's equations : vacuum, simple media, in the general case and in harmonic regime.
- Be able to define and demonstrate the boundary conditions at the interface between two media (continuity relations).
- Find the propagation equation in vacuum and in simple media from Maxwell's equations.
- Write the shape of a monochromatic plane wave. Write the Poynting vector, the electromagnetic energy density, the conservation of energy in vacuum and simple media.
- Write the electromagnetic momentum density in vacuum, and know the existence of the conservation equation relating to it. (The components of the stress tensor and the expression of its divergence are not to be known).
- Know the existence of the electromagnetic angular momentum density, and the conservation equation related to it. (The components of the stress tensor and the associated vector product are not required).
- Know that a field can be decomposed as the sum of an irrotational field (gradient) and a rotational field (rotational) (the explicit form of the equations appearing in Helmholtz's Theorem is not required).
- Write the scalar and vector potentials as well as the fields as a function of these potentials. Write the equations verified by these potentials in a vacuum. Gauge relations.
- The Curie principle and how the fields \mathbf{E} and \mathbf{B} are transformed. Symmetries with respect to a plane. Know how to identify and use these symmetries in a problem.

Chapter 2 : Electrostatics in vacuum and media

General

- Know how to define Coulomb's law for point particles and charge densities, the associated electrostatic field.
- Define the electrostatic scalar potential. Calculate the circulation of \mathbf{E} along a current line and relate it to the values of the potential.
- Know how to establish the conditions of continuity of the scalar potential when passing a possibly charged interface.
- Define the electrostatic energy of a discrete or continuous charge distribution and the electrostatic energy density.
- Resolution method : Know and know how to manipulate the image method and the method of separation of variables (see practical work).

Multipoles

- Define a dipole. Know how to make a multipole development of the electrostatic potential to order 2 far from the charges.
- Know the potential and the field created by the electric dipole term and the decrease with distance.
- Define the force and torque acting on a dipole in a spatially slowly varying field.
- Write the potential energy of a dipole in a field.

Conductors

- Define a conductor in electrostatic equilibrium and the consequences that this has for the field.
- Give the electrostatic force exerted on an element of surface dS .
- Electrostatic pressure.

Dielectric media

- Concept of free and bound charges.

- Define the vector \mathbf{P} as a function of polarization charges.
- Define the vector \mathbf{D} , relations with \mathbf{P} and \mathbf{E} , χ , ϵ_r .
- Continuity conditions at an interface verified by \mathbf{D} and \mathbf{E} .
- Definition of homogeneous, isotropic, anisotropic, nonlinear media, etc. and the form of their dielectric susceptibility.
- Energy in matter.

Chapter 3 : Magnetostatics in vacuum and media

General

- Biot and Savart law and Ampère's law.
- Continuity conditions for \mathbf{B} and \mathbf{A} .
- Expression of the vector potential in integral form.
- Method for solving the vector Poisson equation.

Multipoles

- Multipole development.
- Magnetic moment, dipole moment of a planar circuit.
- Potential \mathbf{A} and Field \mathbf{B} created by a dipole.
- Notions on the origin of magnetic moments in matter.

Lorenz force and magnetic energy

- Know how to write the force experienced by a current distribution.
- Lorentz force and trajectory of a particle in a constant magnetic field.
- Know the force and torque exerted on a dipole.
- Know how to define magnetostatic energy.
- Definition of an inductance

Magnetostatics in media

- Concept of free and bound currents
- Define the vector \mathbf{M} as a function of the magnetization currents.
- Define the field \mathbf{H} , relations with \mathbf{M} and \mathbf{B} , χ_m , μ_r
- Conditions at an interface verified by \mathbf{H} and \mathbf{B} .
- Concept of diamagnetic, paramagnetic and ferromagnetic materials and hysteresis cycle.
- Energy in matter

Chapter 4 : Slowly variable regimes

Slowly time varying regimes

- Definition.
- Approximation of bad conductors and good conductors. Associated regimes.
- Skin effect.

Electromagnetic induction

- Faraday electromotive force.
- Eddy current.

Chapter 5 : Electromagnetism and propagation in media

- Write Maxwell's equations in media : time regime and harmonic regime.
- In harmonic regime, write a solution in the case of a complex ϵ_r , the monochromatic plane wave. Relationship between ϵ_r , complex μ_r and the complex index.
- Linear or circular polarization of a plane wave. Know the existence of the Jones formalism.
- Know how to establish the Drude-Lorentz model for the elastically bound electron.

- Manipulate the fields and the susceptibility tensor (3x3 matrix) in the anisotropic case (see TD).
- Existence of the Kramers Kronig relations on the real and imaginary part of χ . The exact forms are not to be known.
- Poynting's theorem in simple media. (The dispersive case is not to be known).

Chapter : Guides and cavities

- Not on the exam syllabus

Chapter : Radiation

Retarded potentials

- Know the existence of the retarded Green function and be able to explain its interest for Maxwell's equations. The explicit forms of the Green functions of Maxwell's equations are not required to be known.
- Know the retarded scalar potentials φ and vectors \mathbf{A} . Know how to define and use the retarded time in these formulas. The complete expressions of the retarded fields \mathbf{E} and \mathbf{B} (Schott or Jefimenko formula) are not required to be known.

Radiation of the dipole

- Know the potentials due to an oscillating dipole. The fields \mathbf{E} and \mathbf{B} are not required to be known.
- Know the angular distribution of the fields \mathbf{E} and \mathbf{B} radiated by an electric dipole in $\omega^2 \frac{p}{r} \sin \theta$, as well as the radiated power density in $\omega^4 \frac{p^2}{r^2} \sin^2 \theta$.

Radiation

- Know how to define radiation. Know the structure of the radiated wave and its characteristics in the far field.
- Know how to give, in harmonic regime and in the far field, the vector potential radiated by an arbitrary current source.
- Antenna : Concept of radiation diagram. Know how to calculate the vector potential in the simple case of a wire antenna (cf practical work).

Fields radiated by a moving point charge :

- The Liénard and Wiechert potentials are not to be known.
- Radiation of an accelerated charge in the sub-relativistic case : Larmor formula and Poynting calculation seen in TD.