Examen blanc

1

Exercice n° 1 :

1. $f(-1;-2) = 2\times(-1)+(-2)+(-1)\times(-2)$
$= -2-2+2 = \boxed{-2}$

2. $f(0;0) = \boxed{0}$

3. $f(-2;0) = \boxed{-4}$

4. $(-1;-2)$ est l'unique point critique de f, donc $f(-1;-2)$ est le seul candidat possible pour être minimum ou maximum

Or $f(0;0) > f(-1;-2)$, donc la fonction n'admet pas de maximum.
$f(-2;0) < f(-1;-2)$, donc la fonction n'admet pas de minimum.

Exercice n° 2 :

1. $g(x,y) = x^2+y^2+2xy$
$\frac{\partial g}{\partial x} = 2x+2y$
$\frac{\partial g}{\partial y} = 2y+2x$

2. $\left.\begin{matrix}\frac{\partial g}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial g}{\partial y} = 0\end{matrix}\right\} \Longleftrightarrow \begin{cases} 2x+2y=0 \\ 2y+2x=0\end{cases} \Longleftrightarrow 2y=-2x$

$\Longleftrightarrow \boxed{y=-x}$

Pour tout x réel, le couple $(x;-x)$ est solution du système d'équations.

Ex : $\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$, $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$, $\begin{cases}x=-3\\y=3\end{cases}$

Ce système admet une <u>infinité de solutions</u>.
La fonction admet une infinité de points critiques.

②

3. On choisit de travailler avec le couple $(0;0)$

$g(0;0) = 0$

4. $(x+y)^2 = (x+y) \times (x+y) = x^2 + xy + yx + y^2$

$= x^2 + y^2 + 2xy = g(x,y)$

5. Pour tous x et y réels, $g(x,y) = (x+y)^2$, donc

$g(x,y) \geq 0$

La fonction g est donc positive.

6. $g(0;0) = 0$, donc 0 est candidat au poste de maximum ou de minimum.

Pour tous x et y réels, $g(x,y) \geq g(0,0)$

Donc 0 est minimum de la fonction g.

Exercice n° 3 :

1.

x	16	8	7
y	32	18	16
x^2	256	64	49
y^2	1024	324	256
$x \times y$	512	144	112

2. $\overline{x} = \frac{16+8+7}{3} \simeq \boxed{10,33}$ $\qquad \overline{y} = \frac{32+18+16}{3} = \boxed{22}$

$\overline{x^2} = \frac{256+64+49}{3} = \boxed{123}$ $\qquad \overline{y^2} = \frac{1024+324+256}{3} \simeq \boxed{534,67}$

$x \times y = \frac{512+144+112}{3} = \boxed{256}$

3. $var(x) = \overline{x^2} - \overline{x}^2$ $\qquad var(y) = \overline{y^2} - \overline{y}^2$

$= 123 - 10,33^2$ $\qquad = 534,67 - 22^2$

$\simeq \boxed{16,29}$ $\qquad \simeq \boxed{50,67}$

4. $\sigma_x = \sqrt{var(x)} = \boxed{4,04}$ $\qquad \sigma_y = \sqrt{var(y)} = \boxed{7,12}$

3

5. $\text{cov}(x,y) = \overline{x \times y} - \bar{x} \times \bar{y}$

$= 256 - 10{,}33 \times 22$

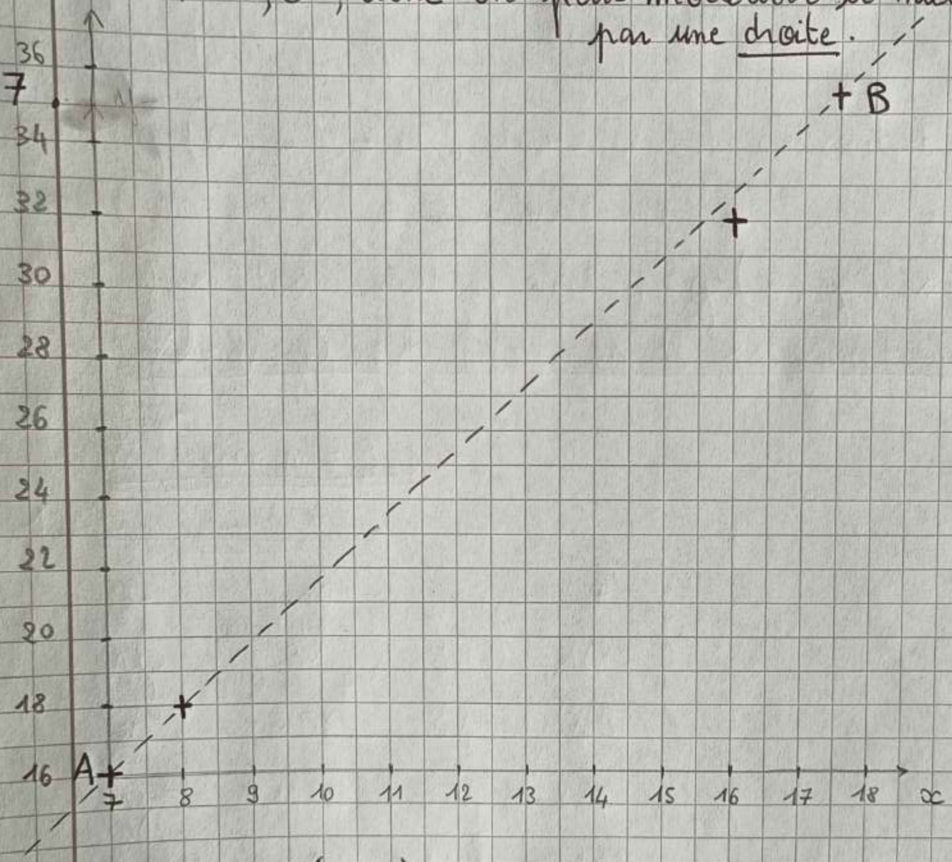
$= \boxed{28{,}74}$

6. $R = \dfrac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \times \sigma_y} = \dfrac{28{,}74}{4{,}04 \times 7{,}12} = \boxed{0{,}999}$

$R^2 = \boxed{0{,}998}$

$R^2 > 0{,}9$, donc on peut modéliser le nuage de points par une droite.

7.



8. $a = \dfrac{\text{cov}(x,y)}{\text{var}(x)} = \dfrac{28{,}74}{16{,}29} = \boxed{1{,}76}$

$b = \bar{y} - a \times \bar{x} = 22 - 1{,}76 \times 10{,}33 = \boxed{3{,}82}$

9. équation de la droite : $\boxed{y = 1{,}76x + 3{,}82}$

$x_A = 7$

$y_A = 1{,}76 \times 7 + 3{,}82$

$= 16{,}14$

$A(7 ; 16{,}14)$

$x_B = 18$

$y_B = 1{,}76 \times 18 + 3{,}82$

$= 35{,}5$

$B(18 ; 35{,}5)$

On trace la droite (AB)

10. $\hat{y}$	31,98	17,9	16,14

11. $\hat{y}_1 = 1{,}76 \times 100 + 3{,}82$

$\boxed{\hat{y}_1 = 179{,}82}$

12. $\hat{y}_2 = 1{,}76 \times x_2 + 3{,}82 = 5$

$x_2 = \dfrac{5 - 3{,}82}{1{,}76} = \boxed{0{,}67}$

Exercice n° 4 :

1. $n_A = 5$
2. $n_B = 6$
3. $n_A + n_B = 5 + 6 = 11 < 30$
4. $\hat{m}_A = \dfrac{4{,}2 + 3{,}9 + 3{,}7 + 3{,}5 + 4}{5} = \boxed{3{,}86}$
5. $\hat{m}_B = \dfrac{2{,}8 + 2{,}1 + 3 + 2{,}3 + 2{,}4 + 2{,}7}{6} = \boxed{2{,}55}$
6. $\sum_{i=1}^{5} (A_i - 3{,}86)^2 = (4{,}2 - 3{,}82)^2 + \dots + (4 - 3{,}82)^2 = 0{,}292$

$\hat{\sigma}_A = \sqrt{\frac{1}{4} \times 0{,}292} = \boxed{0{,}27}$

7. $\sum_{j=1}^{6} (B_j - 2{,}55)^2 = (2{,}8 - 2{,}55)^2 + \dots + (2{,}7 - 2{,}55)^2 = \boxed{0{,}575}$

$\hat{\sigma}_B = \sqrt{\frac{1}{5} \times 0{,}575} = \boxed{0{,}34}$

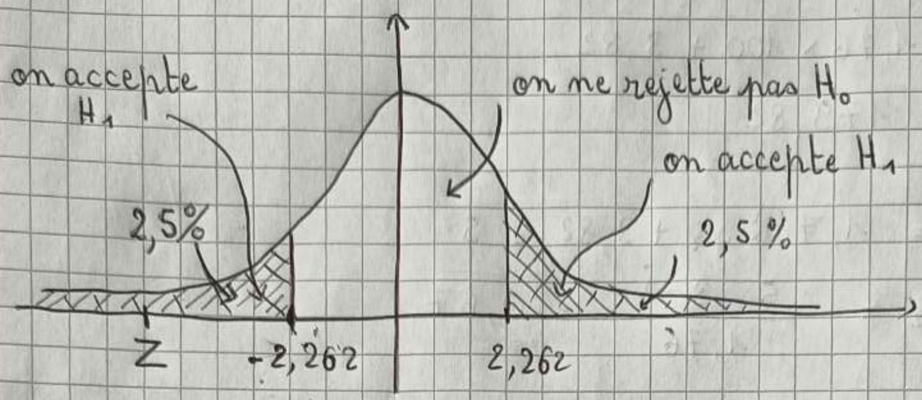
8. $\hat{\sigma} = \sqrt{\dfrac{5 \times 0{,}27^2 + 6 \times 0{,}34^2}{5 + 6 - 2}} = \boxed{0{,}34}$
9. $Z = \dfrac{2{,}55 - 3{,}86}{0{,}34\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{6}}} = \boxed{-6{,}36}$
10. Z suit une loi de Student à 9 degrés de liberté
11. H_0 : " Les taux de créatine sont les mêmes "

" $m_A = m_B$ "

H_1 : " Les taux de créatine sont différents "

" $m_A \neq m_B$ "

$P(Z < -2,262) = 2,5\,\% = P(Z > 2,262)$



On accepte H_1 avec un risque de 5 %.
Donc les taux de créatine sont différents au risque de 5%.

Exercice n° 5 :

1. On étudie le traffic en millions de personnes sur les lignes SNCF.
2. Il y a 4 périodes, correspondant chacune à une année.
3. Il y a 12 mois par an, une saison correspond à un mois.
4. Environ 12 millions de personnes ont pris le train en janvier 1963.
5. Environ 30 millions de personnes ont pris le train en juillet 1966.
6. On peut associer les maxima locaux aux périodes de vacances scolaires.
7. La tendance globale semble constante
8. Si on trace une droite reliant les maxima, et une autre droite reliant reliant les minima, elles semblent parallèles, et on choisit plutôt un modèle additif.
9. On trace un motif similaire aux années précédentes, en tenant compte de la tendance globale constante :