

Chapitre 1

Exercice 21. D'après Transmaths 3ème

L'Atomium est un monument de Bruxelles, construit pour l'Exposition Universelle de 1958, représentant les 9 atomes d'un cristal de fer agrandi 165 milliards de fois. Huit sphères sont disposées sur les sommets d'un cube et la neuvième occupe le centre. Chacune des sphères a un diamètre de 18 m.

1. Donner un ordre de grandeur du diamètre, en m, d'un atome de cristal de fer.

L'atome, agrandi 165×10^9 (165 milliards) de fois mesure 18m. Donc en taille réelle :

$$\frac{18}{165 \times 10^9} \text{ m soit de l'ordre de grandeur de } \frac{1}{10 \times 10^9} = 10^{-10} \text{ m.}$$


Atomium — Wikipédia
W Wikipédia

2. Deux sphères situées à deux sommets consécutifs du cube sont reliées par un tube en acier de 29 m de long. Gaston affirme : « La longueur de l'arête du cube d'un cristal de fer est supérieure à 25 nm. » A-t-il raison ? Expliquer.

FAUX. Le diamètre est de l'ordre de $10^{-10} \text{ m} = 0,1 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$).
Or la longueur de l'arête correspond à 29 m soit moins de 2x diamètre d'une balle à un sommet.
Donc l'arête (en taille) réelle est inférieure à $0,2 = 2 \times 0,1 \text{ nm}$.

Exercice 30. (D'après CRPE 2021 Gpe1)

On présente deux programmes de calcul écrits avec le logiciel Scratch.

Dans les deux programmes, le nombre entré par l'utilisateur est stocké dans la variable « réponse ».

1. On entre différents nombres dans les deux programmes.

(a) Avec le programme A, montrer que si on entre le nombre 5, on obtient 6.

(b) Quel est le nombre obtenu si on entre le nombre 5 avec le programme B ?

Programme A	Programme B
<p>1 quand est cliqué</p> <p>2 demander Entrer un nombre et attendre</p> <p>3 mettre ma variable à réponse</p> <p>ajouter à ma variable -4 $\leftarrow 5-4=1$</p> <p>mettre ma variable à $3 \times$ ma variable $\leftarrow 3 \times 1 = 3$</p> <p>ajouter à ma variable 3 $\leftarrow 3+3=6$</p> <p>dire regroupe la réponse est ma variable</p>	<p>1 quand est cliqué</p> <p>2 demander Entrer un nombre et attendre</p> <p>mettre ma variable à $3 \times$ réponse $\leftarrow 3 \times 5 = 15$</p> <p>ajouter à ma variable -9 $\leftarrow 15-9=6$</p> <p>dire regroupe la réponse est ma variable</p>

Programme A renvoie 6.

Programme B aussi!

(c) Calculer le nombre obtenu avec les programmes A et B si on entre le nombre 5,2.

A: $5,2 \xrightarrow{1} 5,2 - 4 = 1,2 \xrightarrow{2} 3 \times 1,2 = 3,6 \xrightarrow{3} 3,6 + 3 = 6,6$. renvoie 6,6

B: $5,2 \xrightarrow{1} 3 \times 5,2 = 15,6 \xrightarrow{2} 15,6 - 9 = 6,6$. renvoie 6,6 aussi!

(d) Quelle conjecture pouvez-vous émettre ?

Remarque : on pourra valider cette conjecture par une démonstration après le thème 3.

On peut conjecturer que les programmes A et B produisent le même résultat quelque soit le nombre de départ.

(Thème 3 : Montrer que $(x-4) \times 3 + 3 = 3 \times x - 9$ pour tout x).

2. Quel nombre faut-il entrer avec le programme B pour obtenir la réponse 14 ?

Si l'étape 2 produit 14 c'est que l'étape 1 avait produit $14 + 9 = 23$.
C'est donc qu'on avait rentré le nombre $\frac{23}{3}$ de départ.

3. Montrer que le résultat obtenu avec le programme B est divisible par 3 quel que soit le nombre entier entré dans le programme.

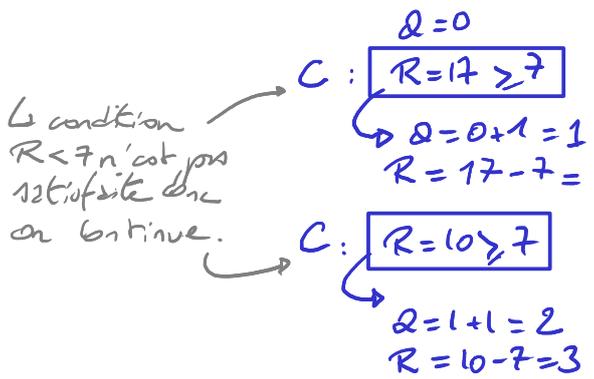
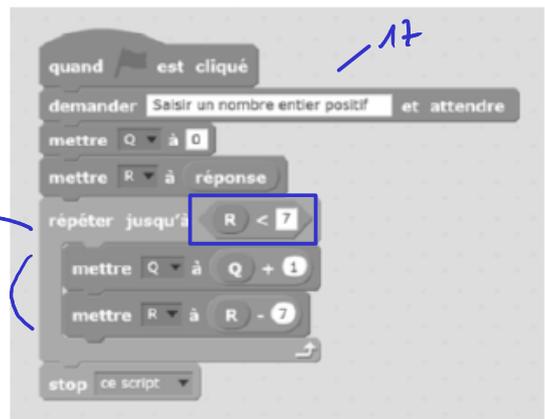
On rentre un nombre entier n . Après l'étape :

- 1, on obtient $3 \times n$ et donc
- 2, on obtient $3 \times n + 6$.

Or $3n + 6 = 3(n + 2)$ qui est bien divisible par 3.

Exercice 31. D'après CRPE 2020 Gpe7

On considère le programme Scratch suivant :



1. Si l'utilisateur saisit le nombre 17, quelles seront les valeurs des variables Q et R en fin d'exécution ?

Le programme renvoie $R=3$ (dernière valeur) et $Q=2$.

2. Que représentent, par rapport au nombre saisi par l'utilisateur, les valeurs des variables Q et R obtenues en fin d'exécution ?

Le programme se retire 7 deux ($Q=2$) fois. Il reste 3 ($R=3$).

Soit $17 = 7 \times Q + R$: Q = quotient ; R = reste de la division euclidienne par 7.

3. En déduire les valeurs des variables Q et R obtenues en fin d'exécution lorsque l'utilisateur saisit le nombre 2022.

$2022 = 288 \times 7 + 6$ - quand on entre 2022, le programme renvoie :

2022	7
-141	
= 62	288
-56	
= 62	
-56	
= 6	

- $Q = 288$
- $R = 6$

(respectivement quotient et reste de la division euclidienne de 2022 par 7 -)