Correction du CB1

MEEF1 - M2
2024-2025.

5 **Exo 1.**

1. $11h\,25min\,20sec = \left(11 + \frac{25}{60} + \frac{20}{60\times60}\right) h.$

1 Donc le véhicule aura parcouru $90 \times \left(11 + \frac{25}{60} + \frac{20}{60\times 60}\right)$ km.

On obtient $90\times11 + 90\times\frac{25}{60} + 90\times\frac{20}{60\times60} = 1028$ km.

Comme $1028 \neq 1027$, l'affirmation est fausse.

1 2 – FAUX également : $1\ cL = 0{,}01\ L = 0{,}01\ dm^3 \neq 0{,}001\ dm^3$.

3 – FAUX. Prenons un article à 100 €.

. 1 baisse de 60 % donne $100 - 60\%\times100 = 100 - 60 = 40$ €.

1 . 1 baisse de 20 % donne $100 - 20\%\times100 = 80$ €.

1 seconde baisse de 20% donne $80 - 20\%\times80 = 80 - 16 = 64$ €

Après une 3e baisse de 20% : $64 - 20\%\times64 = 64 - 12{,}8 = 51{,}2$ €.

Or $40\text{ €} \neq 51{,}2\text{ €}$.

4 – a/. Le périmètre du carré est de $4\times a$.

1 Le périmètre du rectangle est de $4a + \overbrace{(2a+4a+2a)}^{>0} > 4a$. VRAI

b/. Aire du carré a^2, aire du rectangle $4a\times\frac{a}{6} = \frac{4}{6}a^2 = \frac{2}{3}a^2$.

1 Comme $a^2 > 0$ et $\frac{2}{3} < 1$, $\frac{2}{3}a^2 < a^2$. FAUX.

7 **Exo 2.**

1. $164 = 2\times82 = 2\times2\times41$. Or $246 = 2\times123 = (2\times41)\times3$.

1 Donc $\frac{164}{246} = \frac{2\times2\times41}{2\times3\times41} = \frac{2}{3}$ qui est irréductible (2 et 3 sont premiers).

2. $\frac{6}{28}\times\frac{35}{18} = \frac{2\times\cancel{3}}{2\times2\times\cancel{7}}\times\frac{5\times\cancel{7}}{2\times\cancel{3}\times3} = \frac{5}{2^2\times3}$ fraction irréductible dont le dénominateur

1,5 n'est pas divisible que par des puissances de 2 ou 3. Ce n'est pas un nombre décimal.

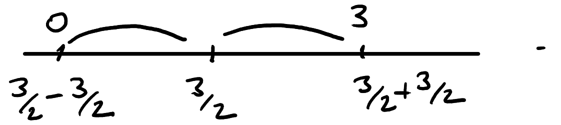
3. $\sqrt{75} = \sqrt{5\times5\times3} = \sqrt{5^2}\times\sqrt{3} = 5\times\sqrt{3}$.

De même, $\sqrt{243} = \sqrt{3\times81} = \sqrt{3}\times\sqrt{81} = 9\sqrt{3}$.

1,5 Donc $\frac{\sqrt{75}+\sqrt{243}}{\sqrt{3}} = \frac{5\times\sqrt{3} + 9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 14$ entier naturel donc rationnel.

4-a. $|x-\frac{3}{2}|$ correspond à la distance entre un point d'abscisse x et celui d'abscisse $3/2$. Donc $|x-3/2| \leq 3/2$ est vérifié par x ici :

1

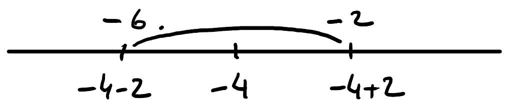


On obtient $x \in [0, 3]$ ou $0 \leq x \leq 3$.

b. Réciproquement pour $x \in]-6, -2[$, le centre de l'intervalle se trouve en $a = \frac{1}{2}(-6+(-2)) = -4$. Le rayon de l'intervalle est

1

$r = \frac{1}{2} \times |-6-(-2)| = 2$. On obtient



✓

5-a. Pour les comparer, on peut les mettre sur le même dénominateur.

$55 = 5 \times 11$ et $25 = 5 \times 5$ donc leur PGCD est $5 \times 5 \times 11 = 275$.

0,5

$$\frac{18}{55} = \frac{18 \times 5}{55 \times 5} = \frac{90}{275} > \frac{8}{25} = \frac{8 \times 11}{25 \times 11} = \frac{88}{275} \text{ car } 88 < 90.$$

b. Attention, $89/275$ n'est pas décimal ! (exo).

0,5

$\frac{8}{25} = 0,32$ alors que $\frac{18}{55} \simeq 0,327$ à 10^{-3} près.

Donc $0,325 = \frac{325}{1000}$ est un décimal strictement compris entre eux.

10 $\boxed{\text{Exo 3.}}$ Partie A 4

1. On donne $AE = \frac{4}{3}AC$ et $AC = 6$ cm, donc $AE = \frac{4}{3} \times 6 = 8$ cm.

De même, $MN = \frac{2}{3}AC = \frac{2}{3} \times 6 = 4$ cm.

1

Comme E est le milieu de $[MN]$, $ME = EN = \frac{MN}{2} = \frac{4}{2} = 2$ cm.

2. La base du cône est un disque de rayon $BC = 6$ cm. Son aire est donc

$\pi \times AC^2 = \pi \times 6^2 = 36\pi$ cm^2.

1,5

Le cône ayant pour hauteur $[CA]$, de longueur 6 cm, on obtient :

$Vol_{verre} = \frac{36\pi \times 6}{3} = 72\pi$ cm^2. (résultat exact)

Soit environ 226 cm^3 à 1 cm^3 près.

3. Le triangle ABC est rectangle en C. Donc, par le théorème de Pythagore,

$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$.

1,5 On en déduit $AB = \sqrt{72} = \sqrt{2 \times 36} = 6\sqrt{2}$ cm (valeur exacte)

soit environ 8,5 cm à 1 mm près.

Partie B. 3

1. Les droites (BG) et (CH) se coupent en A, les droites (BC) et (GH) sont parallèles. Donc par le théorème de Thalès, $\frac{AH}{AC} = \frac{GH}{BC}$ $\left(= \frac{AG}{AB} \right)$.

1 Comme $AH = \frac{2}{3} AC$, $\frac{AH}{AC} = \frac{2}{3}$.

Donc $\frac{GH}{BC} = \frac{2}{3}$ et $GH = \frac{2}{3} BC$.

2. On reprend le calcul de volume fait en A2. Mais ici le rayon de la base est $GH = \frac{2}{3} \times 6 = 4$ cm et la hauteur est $AH = \frac{2}{3} AC = 4$ cm.

1 On trouve $Vol_{liq.} = \frac{4^2 \pi \times 4}{3} = \frac{64}{3}\pi$.

Le ratio est donc de $\frac{Vol_{liq}}{Vol_{verre}} = \frac{64/3 \times \pi}{72\pi} = \frac{64}{3 \times 72} = \frac{8}{27}$ ✓.

Rmq. On peut aussi montrer que le liquide est un cône qui est une réduction du verre par $2/3$. Son volume est donc celui du verre multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

0,5 3. C'est vrai ! Le liquide remplit $\frac{8}{27} < \frac{1}{2}$ du volume du verre.

4. C'est faux ! Quand on multiplie la hauteur par $2/3$, le volume est multiplié

0,5 par $8/27$: la linéarité multiplicative n'est pas respectée.

Rmq. Il ne faut pas oublier que l'aire de la base dans la formule du volume, dépend du rayon... qui dépend de la hauteur !

Partie C. 3

1. Dans les triangles A'B'C' et A'C'D', $\left\{ \begin{array}{l} \bullet\ B'C' = C'D' \text{ et } C'A' = C'A' \text{ (côté commun)}, \\ \bullet\ \widehat{B'C'A'} = \widehat{D'C'A'} = 90°. \end{array} \right.$

1,5 Or des triangles avec 2 côtés de même longueur, entourant un angle de même mesure sont égaux. Donc $A'B'C' = A'C'D'$ et donc $\widehat{C'A'B'} = \widehat{C'A'D'}$.

2. Dans A'B'C' rectangle en C', $\tan(\widehat{B'A'C'}) = \frac{B'C'}{A'C'} = \frac{3}{5} = 0,6$.

1 Donc $\widehat{B'A'C'} = \arctan(0,6) \simeq 31°$ à 1° près.

3. Comme $\widehat{B'A'C'}$ et $\widehat{C'A'D'}$ sont adjacents et égaux, on a :

0,5 $\widehat{B'A'D'} = \widehat{B'A'C'} + \widehat{C'A'D'} = 2 \times \widehat{B'A'C'} \simeq 2 \times 31 = 62°$ à $2°$ près.

Rmq. Ne pas oublier qu'obtenir une approximation double aussi son erreur.

(4,5) **Exo 4.**

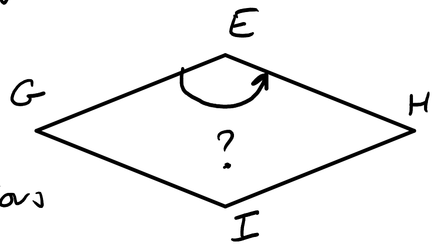
1,5 1. a) AGD ; b. DFI ; c. G.

2. a) ABEC étant un losange, ses côtés ont tous même longueur. En particulier, $AC = CE$ et ACE est isocèle en C. Les angles $\widehat{CAE}$ et $\widehat{CEA}$ sont donc égaux.

1,5 Comme la somme des mesures des angles d'un triangle fait 180°, on obtient :

$180 = \widehat{ACE} + \widehat{CEA} + \widehat{EAC} = 60 + 2\,\widehat{EAC}$. ($\widehat{ACE} = 60°$ par hypothèse). On en déduit que $2\widehat{EAC} = 180 - 60 = 120$ et donc $\widehat{EAC} = 60°$.

Finalement, tous les angles de EAC sont égaux (à 60°), ce triangle est donc équilatéral.



b) On cherche l'angle $\widehat{GEH}$.

1,5 Or, comme précédemment, $\widehat{GEI} = \widehat{EIH} = 60°$ car tous les losanges sont identiques. Par adjacence,

$\widehat{GEH} = \widehat{GEI} + \widehat{IEH} = 60 + 60 = 120°$.

(3,5) **Exo 5.**

		-3	$\times 2$	$+2$	$\times 3$
1.	1	-2	-4	-2	-6
2.	2	-1	-2	0	0
1,5	-1	-4	-8	-6	-18

entrée ⟶ sortie du programme.

3. Si on entre x, on obtient $x - 3$ puis $(x-3) \times 2 = 2x - 6$ puis

1 $(2x-6)+2 = 2x - 4$ et finalement $(2x-4) \times 3 = 6x - 12$.

4. On veut ajouter quelque chose à x puis multiplier par un nombre.

Or $6x + 12 = 6 \times (x+2)$. On complète donc le programme :

1. "Ajouter 2 à my variable" puis "mettre my variable à 6 × my variable".