

**Examen de Mathématiques**  
Le 18 décembre 2024, durée : 3h.

- *Le sujet comporte 4 pages et se compose de 5 exercices indépendants.*
- *Les réponses non justifiées ne rapportent aucun point.*
- *Le barème indicatif est sur 30 points.*
- *L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé ; tout autre matériel électronique, ouvrage de référence et document est interdit.*

**Exercice 1** (5 points)

Pour chacune des affirmations 1 à 5 ci-dessous, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse et justifier.

1. Un véhicule se déplace à la vitesse constante de 90 km/h. Son trajet dure 11 h 25 min 20 s.

*Affirmation 1.* La distance qu'il a parcourue est 1 027 km.

2. *Affirmation 2.* Un centilitre de liquide occupe 0,001 dm<sup>3</sup>.

3. *Affirmation 3.* Trois baisses successives de 20% sont équivalentes à une seule baisse de 60%.

4. On considère un carré. Un rectangle est créé en multipliant par 4 la longueur de deux côtés opposés du carré et en divisant par 6 les deux autres côtés comme indiqué sur la figure ci-dessous.



- (a) *Affirmation 4.* Le périmètre du rectangle obtenu est plus grand que celui du carré de départ.

- (b) *Affirmation 5.* L'aire du rectangle obtenu est plus grande que celle du carré de départ.

**Exercice 2** (7 points)

Dans cet exercice, la calculatrice peut être utilisée pour effectuer les calculs mais les réponses aux questions doivent être **justifiées sans l'aide de la calculatrice**.

1. Mettre sous forme irréductible la fraction  $\frac{164}{246}$ .

2. Le nombre  $\frac{6}{28} \times \frac{35}{18}$  est-il décimal ?

3. Est-ce que le nombre  $\frac{\sqrt{75} + \sqrt{243}}{\sqrt{3}}$  est un nombre rationnel ?

4. (a) On considère l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $|x - \frac{3}{2}| \leq \frac{3}{2}$ . Écrire cet ensemble sous forme d'un intervalle, puis sous forme d'encadrement.

- (b) Déterminer des nombres réels  $a$  et  $r$  tels que l'intervalle  $] -6 ; -2[$  corresponde à l'ensemble des nombres  $x$  tels que  $|x - a| < r$ .

5. On considère les deux nombres  $\frac{18}{55}$  et  $\frac{8}{25}$ .

- (a) Comparer ces nombres.

- (b) Trouver un nombre décimal strictement compris entre eux.

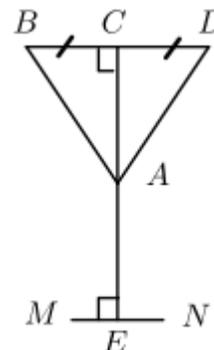
**Exercice 3** (10 points) — **Les parties A, B et C peuvent être traitées indépendamment**

La figure ci-contre représente un verre ayant la forme d'un cône de révolution de hauteur  $AC$  et de base un disque de rayon  $BC$ , posé sur un pied de hauteur  $AE$ . On donne

$$AC = 6 \text{ cm}, \quad BC = 6 \text{ cm}, \quad AE = \frac{4}{3}AC, \quad MN = \frac{2}{3}AC.$$

On appelle  $E$  le milieu de  $[MN]$ . Les points  $C, A$  et  $E$  sont alignés. La droite  $(CA)$  coupe les droites  $(BD)$  et  $(MN)$  perpendiculairement, respectivement en  $C$  et  $E$ .

*Les figures ne sont pas à l'échelle.*



**A. Mesures du verre**

1. Calculer  $AE$ ,  $ME$  et  $EN$ .
2. On rappelle que le volume d'un cône de révolution est donné par la formule :

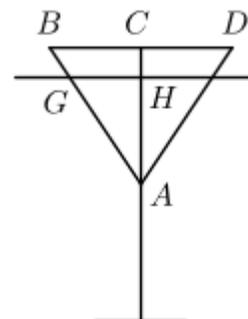
$$\text{Volume du cône} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Calculer la valeur exacte, exprimée en  $\text{cm}^3$ , du volume du verre, puis en donner une valeur arrondie à  $1 \text{ cm}^3$  près.

3. Calculer la valeur exacte, exprimée en  $\text{cm}$ , de la longueur  $AB$ , puis en donner une valeur arrondie à  $1 \text{ mm}$  près.

**B. Remplissage du verre**

On remplit le verre de sorte que le niveau de liquide arrive au point  $H$  situé sur le segment  $[AC]$ , de sorte que  $AH = \frac{2}{3}AC$ . La parallèle à la droite  $(BD)$  passant par  $H$  coupe la droite  $(AB)$  en  $G$  (voir dessin ci-contre).



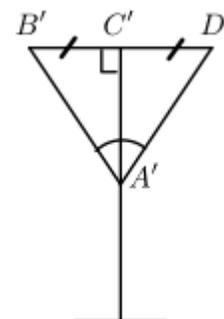
1. Montrer que  $GH = \frac{2}{3}BC$ .
2. Montrer que le liquide remplit  $\frac{8}{27}$  du volume total du verre.

Indiquer si les deux affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier.

3. « Le verre n'est même pas à moitié plein ! »
4. « Le volume de liquide versé dans le verre est proportionnel à la hauteur du liquide. »

**C. Angle du verre**

On trouve dans le placard un autre verre avec la même forme générale (un cône sur pied), mais de dimensions légèrement différentes : ici  $A'C' = 5 \text{ cm}$  et  $B'C' = C'D' = 3 \text{ cm}$ . On cherche à calculer la mesure de l'angle  $\widehat{B'A'D'}$ . On rappelle que les droites  $(A'C')$  et  $(B'D')$  sont perpendiculaires.

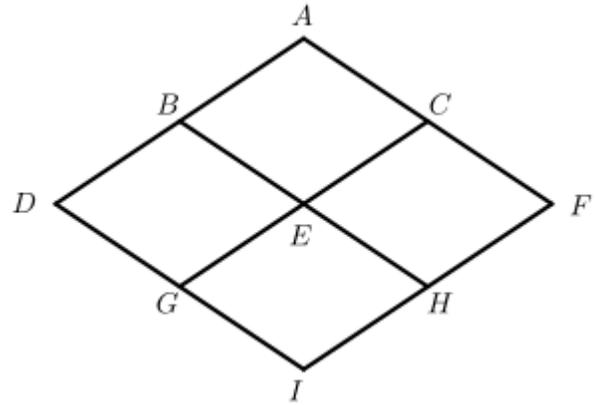


1. Montrer l'égalité  $\widehat{B'A'C'} = \widehat{C'A'D'}$ .
2. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{B'A'C'}$  arrondie au degré près.
3. En déduire une valeur arrondie de  $\widehat{B'A'D'}$ .

**Exercice 4** (4,5 points)

On considère le dessin ci-dessous, formé des 4 losanges identiques  $ABEC$ ,  $BDGE$ ,  $CEHF$  et  $EGIH$ .

1. Répondre aux questions suivantes sans justifier.
  - (a) Quelle est l'image du triangle  $AHF$  par la symétrie d'axe  $(AI)$  ?
  - (b) Quelle est l'image du triangle  $BCE$  par l'homothétie de centre  $A$  et de rapport 2 ?
  - (c) Quelle est l'image de  $E$  par la translation qui envoie  $A$  en  $B$  ?
2. On donne la mesure de l'angle  $\widehat{ACE} = 60^\circ$ .
  - (a) Montrer que le triangle  $ACE$  est équilatéral.
  - (b) Quel est l'angle de la rotation de centre  $E$  dans le sens anti-horaire qui envoie  $G$  en  $H$  ?



**Exercice 5** (3,5 points)

On considère le programme A, écrit en scratch, ci-dessous. Les ovales verts comme  par exemple sont des blocs de multiplication (ici on *multiplie* la variable par 2).

```

quand est cliqué
demander Entrez un nombre et attendez
mettre my variable à réponse
ajouter -3 à my variable
mettre my variable à 2 * my variable
ajouter 2 à my variable
mettre my variable à 3 * my variable
dire regroupez la réponse est et my variable
    
```

**Programme A**

1. Vérifier que si l'on rentre le nombre 1, le programme renvoie  $-6$ .
2. Quelles sont les réponses données par le programme lorsque l'on rentre les nombres 2, puis  $-1$  ?
3. Montrer que si l'on appelle  $x$  le nombre rentré, le programme renvoie  $6x - 12$ .
4. Recopier et compléter la partie encadrée du programme ci-dessous pour qu'il renvoie la même réponse que le programme A, quel que soit le nombre rentré.

```

quand est cliqué
demander Entrez un nombre et attendez
mettre my variable à réponse
ajouter 0 à my variable
mettre my variable à 0 * my variable
dire regroupez la réponse est et my variable
    
```