



ECOLE DES PONTS PARISTECH, ISAE-SUPAERO,
ENSTA PARIS, TELECOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ETIENNE, MINES NANCY, IMT ATLANTIQUE,
ENSAE PARIS, CHIMIE PARISTECH – PSL.
ECOLE POLYTECHNIQUE, ARTS et METIERS,
ESPCI PARIS, SUPOPTIQUE, ENAC.

Admission par voie universitaire

EPREUVE COMMUNE DE MATHEMATIQUES et PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 2 heures.

L'emploi de tous documents (dictionnaires, imprimés, ...) et de tous appareils (traductrices, calculatrices électroniques, ...) est interdit dans cette épreuve.

Cette épreuve est un questionnaire à choix multiples.

Les questions sont numérotées de 1 à 20 pour l'épreuve de mathématiques.
et de 21 à 40 pour l'épreuve de physique.

Chaque question peut admettre, de façon variable,
entre une et cinq réponses correctes.

Dans toutes les questions vous indiquerez les assertions correctes.
Exprimer les réponses exactes en noircissant la ou les cases correspondantes.

Toute réponse incorrecte sera pénalisée.

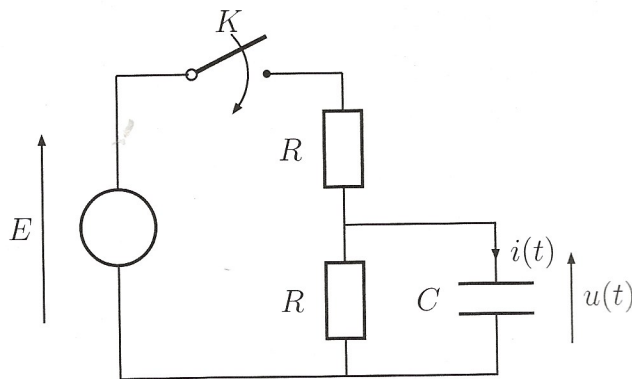
Les feuilles dont l'entête d'identification n'est pas entièrement
renseigné ne seront pas prises en compte pour la correction.

Respectez scrupuleusement les consignes de remplissage
des cases du document réponse.

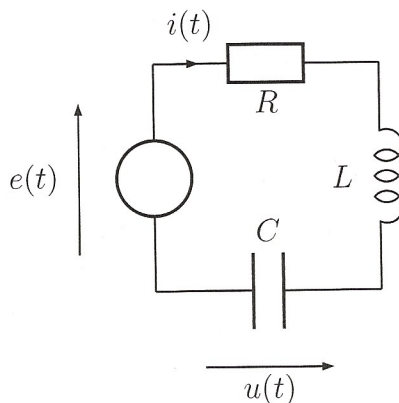
QCM - Physique

Questions 21 à 40

21. Considérons le circuit ci-dessous composé d'une source idéale de tension de force électromotrice E , d'un condensateur de capacité C et de deux conducteurs ohmiques de même résistance R . L'interrupteur K est ouvert au dates $t < 0$ où un régime permanent est établi. On ferme l'interrupteur à la date $t = 0$. On note $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur et $i(t)$ l'intensité du courant le traversant.

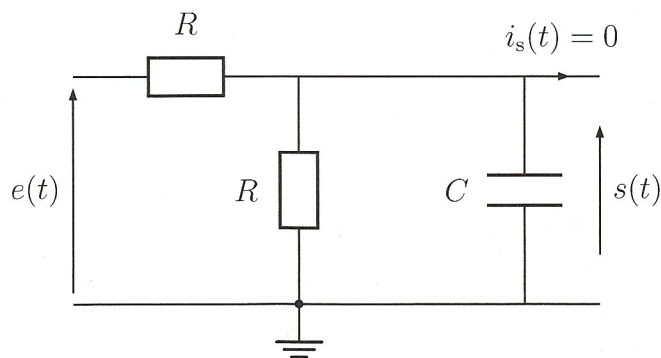


- A. Juste après fermeture de l'interrupteur, on a $u(0^+) = 0$.
 - B. Lorsque le nouveau régime permanent est atteint, on a $u(\infty) = E$.
 - C. Lorsque le nouveau régime permanent est atteint, on a $u(\infty) = \frac{E}{2}$.
 - D. L'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ s'écrit : $\frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = \frac{E}{RC}$.
 - E. L'intensité $i(t)$ est continue à la fermeture de l'interrupteur.
22. Le circuit ci-dessous est composé d'une source idéale de tension de force électromotrice $e(t) = E_m \cos(\omega t)$, d'un condensateur de capacité C , d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'autoinductance L . On note $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur et $i(t)$ l'intensité du courant dans le circuit. On définit l'imaginaire pur j tel que $j^2 = -1$. Le facteur de qualité du circuit vaut $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.



- A. L'impédance complexe du dipôle aux bornes de la source de tension vaut $\underline{Z} = R + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)$.
- B. L'intensité $i(t)$ présente toujours une résonance, quelle que soit la valeur de Q .
- C. La tension $u(t)$ présente toujours une résonance, quelle que soit la valeur de Q .
- D. La résonance en intensité a lieu pour $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
- E. La résonance en tension aux bornes du condensateur a lieu pour $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

23. On considère le filtre ci-dessous avec $e(t)$ signal périodique.



- A. La fonction de transfert de ce filtre s'écrit : $\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$.
- B. Il s'agit d'un filtre passe-bas.
- C. La pulsation de coupure vaut $\omega_c = \frac{2}{RC}$.
- D. La valeur moyenne de $s(t)$ est identique à celle de $e(t)$.
- E. La valeur moyenne de $s(t)$ est deux fois plus faible que celle de $e(t)$.

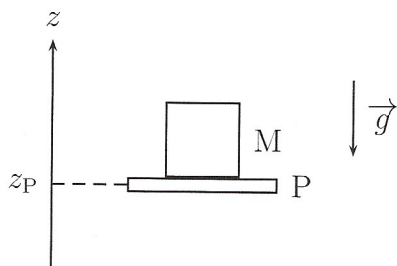
24. Un point M décrit une spirale logarithmique dans le plan (xOy) . En coordonnées polaires (r, θ) , de repère $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, l'équation de sa trajectoire s'écrit : $r = r_0 e^\theta$. La vitesse angulaire $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ reste constante au cours du mouvement. On note \vec{OM} le vecteur position et \vec{v} le vecteur vitesse.

- A. La composante radiale (selon \vec{u}_r) du vecteur vitesse est nulle.
- B. La composante orthoradiale (selon \vec{u}_θ) du vecteur vitesse vaut $r_0 \omega e^\theta$.
- C. L'angle (\vec{OM}, \vec{v}) est égal à $\frac{\pi}{2}$.
- D. L'angle (\vec{OM}, \vec{v}) est égal à $\frac{\pi}{4}$.
- E. Le temps mis pour faire un tour de l'origine O est égal à $\frac{2\pi}{\omega}$.

25. Un objet M de masse m est relié à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible et sans masse de longueur ℓ . La position de M est repérée par l'angle $\theta = (\vec{u}_x, \vec{OM})$ que forme le fil avec la verticale descendante \vec{u}_x . On lâche l'objet M au bout du fil tendu sans vitesse initiale avec un angle θ_0 . Le mouvement de M est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose le champ de pesanteur uniforme $\vec{g} = g\vec{u}_x$. Les frottements sont négligés.

- A. La force de tension exercée sur M par le fil est colinéaire au vecteur position.
- B. La force de tension exercée sur M par le fil est colinéaire au vecteur accélération.
- C. L'équation différentielle du mouvement s'écrit $\frac{d^2\theta}{dt^2} - \frac{g}{\ell} \sin \theta = 0$.
- D. Au petits angles, la période du mouvement est indépendante de θ_0 .
- E. La norme de la force de tension exercée sur M par le fil est constante au cours du temps.

26. Un solide M de masse m est posé sur un plateau horizontal P, animé d'un mouvement vibratoire vertical d'équation $z_P(t) = a \cos(\omega t)$. Les frottements sont négligés. On note g l'intensité du champ gravitationnel supposée uniforme. Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

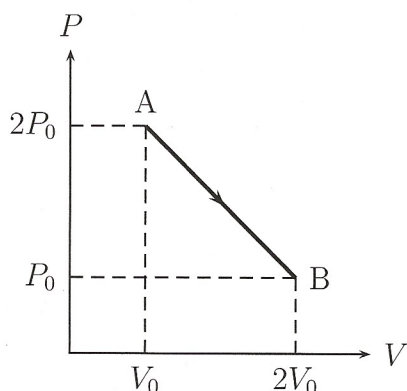


- A. Le mouvement du plateau est celui d'un oscillateur harmonique.
- B. La norme de l'accélération du plateau est proportionnelle à ω^2 .
- C. Il est légitime de supposer galiléen le référentiel lié au plateau.
- D. Le solide posé sur le plateau n'est soumis qu'à son poids.
- E. Le solide reste toujours en contact avec le plateau à condition que $\omega > \sqrt{\frac{g}{a}}$.

27. Un satellite de masse m est en orbite circulaire de rayon R autour d'un astre de masse M . On néglige toute autre interaction que celle de nature gravitationnelle, entre le satellite et l'astre. On note G la constante de gravitation universelle. Le problème est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

- A. La norme de la vitesse du satellite ne dépend pas de m .
- B. Le vecteur accélération du satellite est constant.
- C. L'énergie cinétique du satellite s'écrit $E_c = \frac{GmM}{2R}$.
- D. L'énergie potentielle du satellite s'écrit $E_p = \frac{GmM}{R}$.
- E. L'énergie mécanique du satellite est constante.

28. Un gaz parfait au repos macroscopique subit, dans une enceinte fermée, la transformation $A \rightarrow B$ quasistatique représentée ci-dessous dans un diagramme de Watt. Les variables P et V correspondent respectivement à la pression et au volume du gaz.



- A. La température du gaz est identique en A et en B.
- B. La transformation $A \rightarrow B$ est isotherme.
- C. La variation d'énergie interne du gaz est nulle au cours de la transformation $A \rightarrow B$.
- D. Le transfert thermique reçu par le gaz est nul au cours de la transformation $A \rightarrow B$.
- E. Le transfert thermique reçu par le gaz est strictement négatif au cours de la transformation $A \rightarrow B$.

29. Une résistance électrique délivrant une puissance constante égale à 2 kW est utilisée pour chauffer 1 kg d'eau liquide à la température initiale de 20°C. L'expérience est réalisée à pression atmosphérique égale à 1 bar. L'eau est assimilée à une phase condensée idéale de capacité thermique massique $c = 4 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et d'enthalpie massique de vaporisation $\Delta h_{\text{vap}} = 2 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ à 100°C. On néglige la capacité thermique du récipient contenant l'eau.

- A. La transformation thermodynamique associée au chauffage de l'eau est monobare.
- B. L'eau commence à bouillir au bout de 40 s.
- C. L'eau commence à bouillir au bout de 160 s.
- D. À partir du début de l'ébullition, il faut 1000 s pour que toute l'eau passe à l'état vapeur.
- E. Dans cette expérience, la température de l'eau continue à augmenter au cours de sa vaporisation.

30. Un solide de température initiale T_1 et de capacité thermique C est mis en contact avec un thermostat de température $T_2 \geq T_1$. L'entropie du solide de température T assimilé à une phase condensée idéale s'écrit : $S = C \ln T + \text{cte}$. On note $x = \frac{T_1}{T_2}$ la variable appartenant à l'intervalle $]0, 1]$.

- A. L'entropie échangée par le solide avec le thermostat vaut $\mathcal{S}_e = C \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$.
- B. L'entropie échangée par le solide avec le thermostat vaut $\mathcal{S}_e = C \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$.
- C. L'entropie créée \mathcal{S}_c au cours de la transformation est positive ou nulle.
- D. L'entropie créée \mathcal{S}_c au cours de la transformation est une fonction décroissante de x .
- E. La transformation est réversible pour $x = 1$.

31. On considère un moteur thermique ditherme dans lequel un fluide caloporteur reçoit de manière algébrique sur un cycle de fonctionnement :

- un transfert thermique Q_C de la part d'un thermostat à la température T_C ;
- un transfert thermique Q_F de la part d'un thermostat à la température $T_F < T_C$
- un travail W .

Le rendement de ce moteur est défini par $\eta = -\frac{W}{Q_C}$.

- A. Le fonctionnement moteur nécessite $W < 0$.
- B. Dans un diagramme de Watt (P, V) , le cycle de fonctionnement est parcouru dans le sens horaire.
- C. Le premier principe appliqué au fluide caloporteur s'écrit $Q_C + Q_F - W = 0$.
- D. Le deuxième principe appliqué au fluide caloporteur s'écrit $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \geq 0$.
- E. En limitant au maximum les pertes dans ce moteur, il est a priori possible de dépasser le rendement de Carnot $\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$.

32. Un objet virtuel est placé à 2 cm d'une lentille mince sphérique divergente de distance focale image $f' = -3$ cm. Pour une image A' associée à un objet A de l'axe optique, la relation de conjugaison de Descartes avec origine au centre O de la lentille s'écrit :

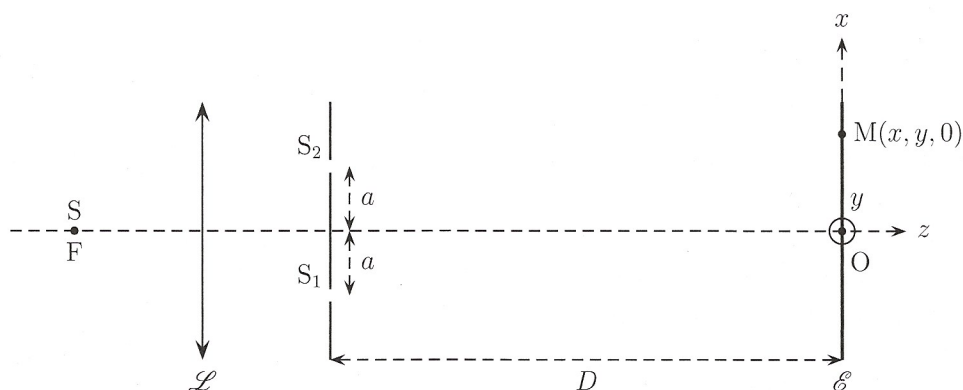
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}.$$

- A. Le foyer objet de la lentille est réel.
- B. L'image de l'objet par la lentille est réelle.
- C. La distance sur l'axe optique entre l'image et le centre optique est égale à 6 cm.
- D. L'image est dans le même sens que l'objet.
- E. L'image est 3 fois plus grande que l'objet.

33. On considère une lunette afocale formée d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente \mathcal{L}_1 , de distance focale f'_1 , et d'un oculaire constitué d'une lentille mince convergente \mathcal{L}_2 , de distance focale $f'_2 = \frac{f'_1}{5}$. Le grossissement de cette lunette correspond au rapport de l'angle sous lequel est vu l'objet observé à travers la lunette sur celui sous lequel il est vu à l'œil nu : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Dans la relation précédente, α et α' sont des angles algébriques mesurés par rapport à l'axe optique.

- A. L'image d'un objet à l'infini à travers la lunette se forme à l'infini.
 - B. Le plan focal image de l'objectif est confondu avec le plan focal image de l'oculaire.
 - C. L'image à travers la lunette est 5 fois plus grosse que l'objet.
 - D. À l'œil nu ou à travers la lunette, un observateur regardant un arbre le voit dans le même sens.
 - E. L'œil n'a pas besoin de s'accomoder pour observer un objet à l'infini à travers la lunette.
34. Deux trous de Young quasi ponctuels de coordonnées $S_1(-a, 0, -D)$ et $S_2(a, 0, -D)$ sont éclairés par une source ponctuelle S , monochromatique de longueur d'onde λ , placée au foyer-objet F d'une lentille convergente \mathcal{L} . On observe les interférences lumineuses de ce système en un point $M(x, y, 0)$ d'un écran d'observation \mathcal{E} . Cette observation est réalisée à grande distance ($a \ll D$) et au voisinage du point O ($|x| \ll a$ et $|y| \ll a$). On note I_0 l'intensité sur l'écran de la lumière issue d'un trou unique.



- A. La différence de marche $S_1M - S_2M$ est égale à $\frac{2ax}{D}$.
- B. La distance sur l'écran entre deux franges brillantes est égale à $\frac{2a\lambda}{D}$.
- C. La figure d'interférence est symétrique par rapport à la droite $x = 0$.
- D. En $x = 0$, on observe une frange sombre.
- E. L'intensité des franges brillantes est égale à $2I_0$.

35. Un cylindre infini de rayon R et d'axe (Oz) est chargé électriquement en surface avec une densité surfacique uniforme σ . Le problème est étudié en coordonnées cylindriques (r, θ, z) de base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. On étudie le champ électrostatique \vec{E} créé en tout point M de l'espace par cette distribution. On note ε_0 la permittivité diélectrique du vide.
- A. L'invariance de la distribution de charge par rotation autour de (Oz) permet d'affirmer que \vec{E} est orienté selon \vec{u}_r .
 - B. L'invariance de la distribution de charge par rotation autour de (Oz) permet d'affirmer que la norme de \vec{E} ne dépend pas de θ .
 - C. Pour $r < R$, le champ \vec{E} est nul.
 - D. Pour $r > R$, la norme du champ électrique s'écrit $\|\vec{E}\| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \frac{R}{r}$.
 - E. Le potentiel électrostatique V et le champ \vec{E} sont reliés par la relation $\vec{E} = -\text{grad } V$.
36. Un câble, modélisé par un cylindre infini de rayon R et d'axe (Oz) , est parcouru par un courant de densité volumique uniforme $\vec{j} = j\vec{u}_z$. Le problème est étudié en coordonnées cylindriques (r, θ, z) de base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. On étudie le champ magnétostatique \vec{B} créé en tout point M de l'espace par cette distribution. On note μ_0 la permittivité magnétique du vide.
- A. Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution de courant.
 - B. Le champ \vec{B} est dirigé selon \vec{u}_θ .
 - C. L'intensité du courant à travers une section du câble orthogonale à (Oz) s'écrit $I = \frac{j}{\pi R^2}$.
 - D. Pour $r < R$, la norme du champ magnétique s'écrit $\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 j r}{2}$.
 - E. Les lignes de champ magnétostatique sont des cercles centrés sur l'axe (Oz) .
37. Une corde de masse linéique μ est fixée entre deux murs situés en $x = 0$ et en $x = L$. À l'équilibre, la corde est horizontale. Pour étudier les petits mouvements transverses au voisinage de cette position d'équilibre, on suppose que la corde est sans raideur et qu'on peut négliger le poids et les frottements. On note c la célérité des ondes sur la corde.
- A. La norme de la tension $\vec{T}(x, t)$ est uniforme le long de la corde.
 - B. Les petits mouvements transverses $y(x, t)$ de la corde vérifient l'équation $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$.
 - C. Quand la masse linéique μ diminue, la célérité c augmente.
 - D. Les positions $x = 0$ et $x = L$ correspondent à des nœuds de vibration.
 - E. Les longueurs d'ondes λ des modes propres vérifient la relation $L = n\lambda$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

38. On considère une onde plane se propageant dans le vide dont le champ électrique complexe est donné en coordonnées cartésiennes par : $\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - kx)} \vec{u}_z$ avec $j^2 = -1$. On note c la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.
- L'onde est polarisée selon \vec{u}_x .
 - L'onde se propage selon le sens des x décroissants.
 - Cette onde a pour relation de dispersion $k = \frac{\omega}{c}$.
 - Le champ magnétique complexe associé à cette onde s'écrit $\vec{B} = \frac{E_0}{c} e^{j(\omega t - kx)} \vec{u}_y$.
 - Dans le vide, les ondes électromagnétiques sont longitudinales.
39. Une onde électromagnétique se propage dans le vide entre les plans parfaitement conducteurs $z = 0$ et $z = a$. Le champ électrique associé s'écrit $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{n\pi z}{a}\right) \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y$ avec $n \in \mathbb{N}^*$. On définit la vitesse de phase par la relation $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ et la vitesse de groupe par la relation $v_g = \frac{d\omega}{dk}$. On note c la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.
- Cette onde a pour relation de dispersion $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$.
 - Cette onde a pour relation de dispersion $k^2 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{a^2}}$.
 - Cette onde peut effectivement se propager quelle que soit la pulsation ω .
 - La vitesse de phase est inférieure à c .
 - La vitesse de groupe est inférieure à c .
40. Une particule de masse m est plongée dans un puits quantique infini unidimensionnel caractérisé par un potentiel :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sinon} \end{cases}$$

On étudie les fonctions d'ondes stationnaires $\psi(x, t) = \phi(x)\chi(t)$ à l'intérieur du puits ($0 \leq x \leq a$), solutions de l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2}.$$

- Les fonctions $\chi(t) = e^{-iEt/\hbar}$, avec E l'énergie de la particule, sont des solutions possibles.
- Les fonctions $\phi(x)$ sont continues vis-à-vis des variables d'espace.
- Les fonctions $\phi(x)$ sont sinusoïdales.
- L'énergie du niveau fondamental de la particule est non nulle.
- Les énergies de la particule s'écrivent $E = n \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.


FIN de l'ÉPREUVE de PHYSIQUE