

**Approfondissement disciplinaire-Nombres,
12 avril 2022**

durée : 45 minutes, sans document

Toutes les questions doivent être soigneusement justifiées

Rappel :

On rappelle que tout nombre réel positif x admet un développement décimal, c'est à dire qu'il peut s'écrire sous la forme

$$x = n + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{10^i}, \quad \text{où } n \in \mathbb{N} \text{ et } (a_i)_{i \geq 1} \text{ est une suite de } \{0, \dots, 9\}.$$

Dans ce cas $n, a_1 a_2 a_3 \dots$ désigne l'écriture décimale associée à x .

Exercice 1 - Ecriture des nombres

1. Rappelez les deux propriétés principales qui constituent l'écriture chiffrée dans le système de numération décimal de position.
2. Pour chacune de ces propriétés, proposez un exemple d'activité qui met en évidence la connaissance de celle-ci, en argumentant votre choix.
3. Indiquez ce que vous expliqueriez à un élève qui écrirait " $2,34 > 2,4$ " pour l'aider à comprendre son erreur, en explicitant les liens avec les propriétés précédentes.

Exercice 2 - Etude de $0,14999\dots$

1. Donner la définition d'un nombre décimal.
2. Ecrire ce nombre sous la forme de la limite d'une somme et préciser le type de suite.
3. Calculer cette somme à l'aide des connaissances du lycée, et en déduire la nature de ce nombre. Argumenter votre démarche comme on pourrait le faire devant une classe de terminale.

Exercice 3 - Ecriture décimale de $\frac{24}{105}$

1. Ce nombre est-il un nombre décimal ? Argumenter au niveau des compétences d'un élève du cycle 4.
2. On note $n, a_1 a_2 a_3 \dots$ un développement décimal de ce nombre. Déterminer cette écriture en explicitant rapidement l'algorithme utilisé.
3. Donner un énoncé général permettant de définir la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ au niveau Terminale. Les suites utilisées seront définies avec précision.
4. Démontrer que la définition précédente permet bien de définir le développement décimal de $\frac{24}{105}$. On décomposera chaque étape du raisonnement en l'énonçant comme une propriété, qu'on démontrera ensuite.