

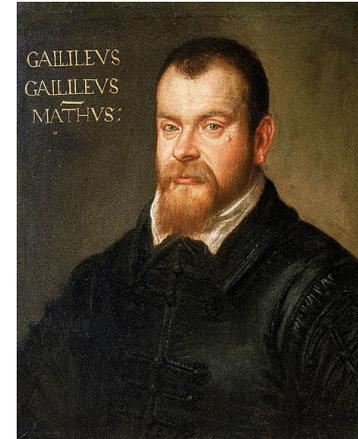
# Chapitre 3 Force de traînée

L'expérience légendaire de chute des corps de la Tour de Pise (1590)



$h \approx 50 \text{ m}$

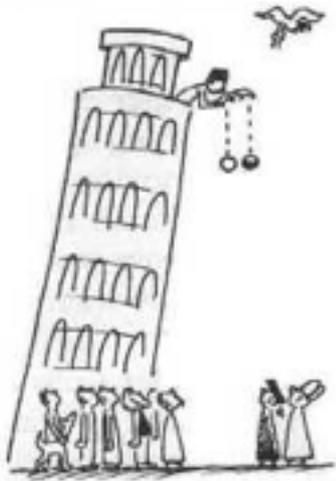
Temps de chute ?



Galilée  
physicien italien  
(1564-1642)

# Chapitre 3 Force de traînée

L'expérience légendaire de chute des corps de la Tour de Pise (1590)



$h \approx 50 \text{ m}$

Temps de chute ?

Si chute libre alors

$$M \frac{dU}{dt} = Mg$$

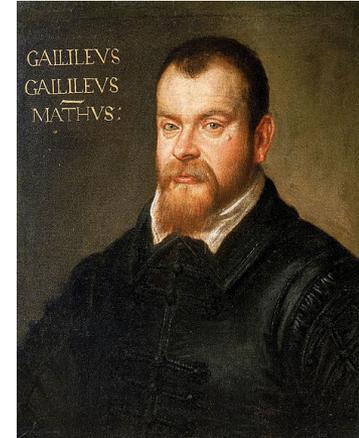
$$U(t) = gt$$

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

$$T_f = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$U_f = \sqrt{2gh}$$

*De Motu : « Le temps de chute est le même pour tous les corps, quelque soient leur poids, leur taille et leur nature »*



Galilée  
physicien italien  
(1564-1642)

Et l'air dans tout ça ?

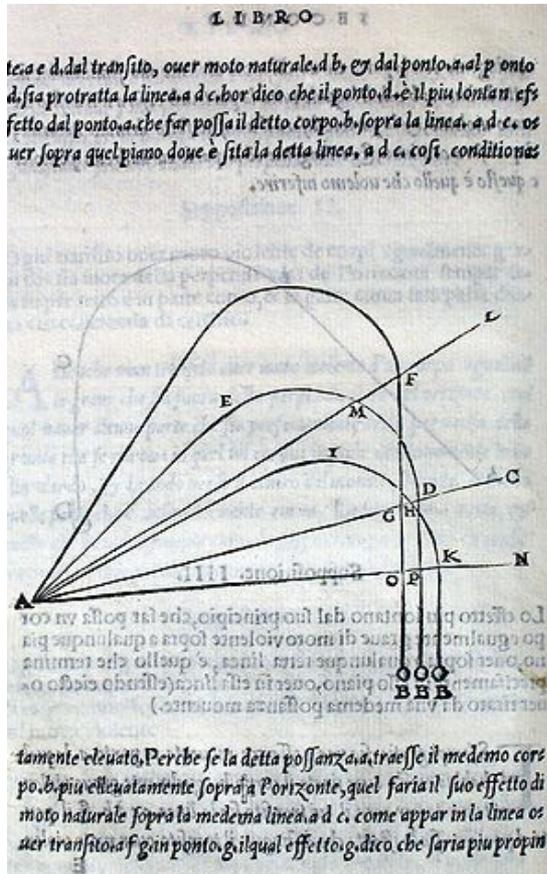
Summary of results of sphere-dropping experiments from the Leaning Tower of Pisa and the World Trade Center

<i>(h = 45 m)</i>		<i>(h = 416 m)</i>		<i>Distance constant</i>	<i>Terminal velocity</i>
<i>Sphere number</i>	<i>Density</i> $\rho_s, \text{g/cm}^3$	<i>Diameter</i> $D, \text{cm}$	<i>Mass</i> $m, \text{g}$	$y_0, \text{m}$	$U_*, \text{m/s}$
1	7.5 (iron)	7.5	1657	695	116.78
2	7.5 (iron)	4.2	291	389	87.39
3	2.5 (rock)	7.5	552	232	67.42
4	2.5 (rock)	4.2	97	130	50.45

<i>Sphere number</i>	<i>Tower of Pisa</i> <i>Impact velocity</i> $U_i, \text{m/s}$	$y = 45 \text{ m}$ <i>Impact time</i> $t_i, \text{s}$	<i>World Trade Center</i> <i>Impact velocity</i> $U_i, \text{m/s}$	$y = 416 \text{ m}$ <i>Impact time</i> $t_i, \text{s}$
1	29.25	3.046	78.37	9.674
2	28.88	3.057	70.82	10.044
3	28.33	3.083	61.55	10.634
4	27.32	3.125	49.41	11.766
<b>Vacuum</b>	29.73	3.027	90.39	9.205

Note:  $\rho_a = 1.2 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ;  $g = 982 \text{ cm/s}^2$ ;  $C_D = 0.45$



## Traité de ballistique pour l'artillerie



Niccolò Fontana, dit Tartaglia (le bègue)  
Mathématicien italien  
(1499-1557)

“Parabole or not parabole” : effet de l'air ?

Qu'est-ce qu'une force de traînée et une force de portance ?



**Force de traînée  $F_t$**  (“drag force”  $F_D$ )

force parallèle à l’écoulement exercée sur un corps en mouvement relatif

**Force de portance  $F_p$**  (“lift force”  $F_L$ )

force perpendiculaire à l’écoulement exercée sur un corps en mouvement relatif

cf cours “Portance”

Que vaut la force de traînée ?

Dans quels cas est-elle importante ?

Influence sur trajectoires et vitesses limites ?

Quelle importance dans les sports de balles ?



et autres situations ?



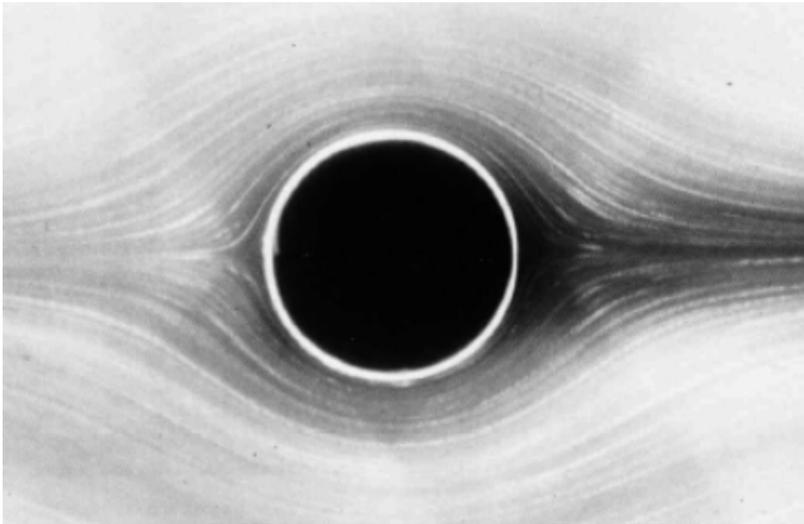
Que vaut la force de traînée ?

Cela dépend du nombre de Reynolds  $Re$  de l'écoulement

$$Re = \frac{\rho UL}{\eta}$$

$\rho$  est la masse volumique du fluide  
 $\eta$  est la viscosité du fluide  
 $U$  la vitesse typique de l'écoulement  
 $L$  la taille caractéristique de l'écoulement

$Re \ll 1$



Force visqueuse

$$F_v \propto \eta RU$$

$Re \gg 1$



Force inertielle

$$F_i \propto \rho R^2 U^2$$

Le nombre de Reynolds  $Re$  peut être vu comme le rapport de ces deux forces :  $Re = \frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho RU}{\eta}$

Le nombre de Reynolds apparaît aussi comme le rapport de deux des termes de l'

Equation de  
Navier-Stokes

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}$$

terme instationnaire    terme inertiel d'advection    terme de gradient de pression    terme de contraintes visqueuses    terme de gravité

$$\text{Re} = \frac{\|\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}\|}{\|\eta \Delta \mathbf{u}\|} = \frac{\rho U^2 / L}{\eta U / L^2} = \frac{\rho U L}{\eta}$$

Re  $\ll$  1 : inertie négligeable, viscosité importante

Re  $\gg$  1 : inertie importante, viscosité négligeable

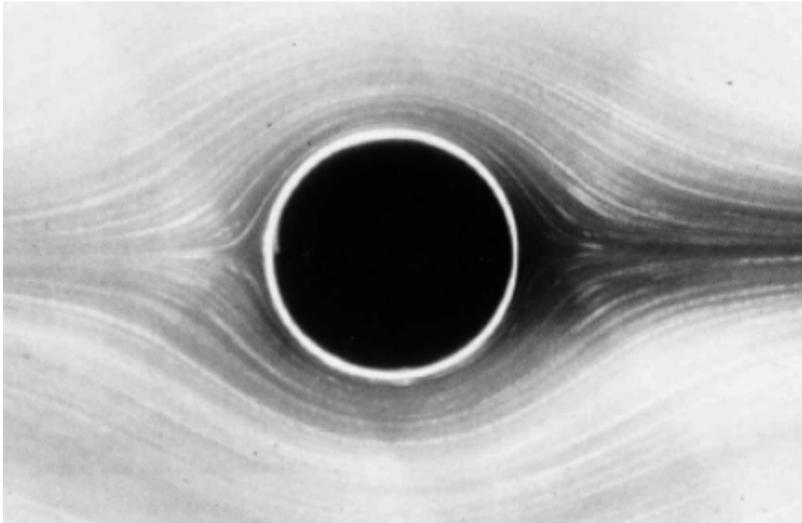
Que vaut la force de traînée ?

Cela dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement

$$\text{Re} = \frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho R U}{\eta}$$

$\text{Re} \ll 1$

$\text{Re} \gg 1$



Force visqueuse

$$F_v \propto \eta R U$$



Force inertielle

$$F_i \propto \rho R^2 U^2$$

Quel nombre de Reynolds et quelle force pour

- une goutte de pluie
- une balle de ping-pong, un ballon de foot
- un cycliste, un poisson

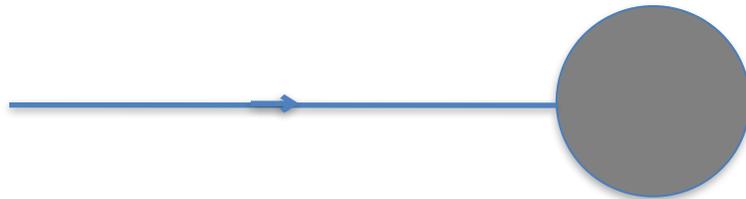
?

D'où vient la force  $F_i \propto \rho R^2 U^2$  à  $Re \gg 1$  ?

$Re \gg 1 \Rightarrow$  viscosité négligeable  
 $\Rightarrow$  pas de dissipation d'énergie  
 $\Rightarrow$  conservation de l'énergie du fluide  
le long d'une ligne d'écoulement

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + p + \rho g z = cte$$

relation de Bernoulli



$Re \gg 1$

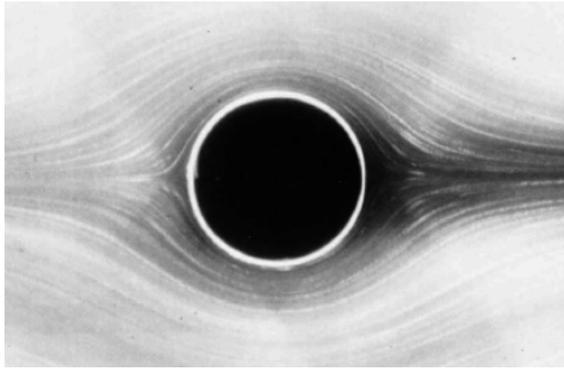


$$F_i \propto \rho R^2 U^2$$



Daniel Bernoulli  
Physicien et mathématicien suisse  
(1770-1782)

Re  $\ll$  1



$$F_v \propto \eta R U$$

Re  $\gg$  1



$$F_i \propto \rho R^2 U^2$$

Le préfacteur numérique dépend de la forme

$$F_i = C_x \frac{1}{2} \rho U^2 S$$

$C_x$  est le “coefficient de traînée”

$S$  est la surface face “au vent”

$C_x \approx 0,5$  pour une sphère

$C_x \approx 1$  pour un disque

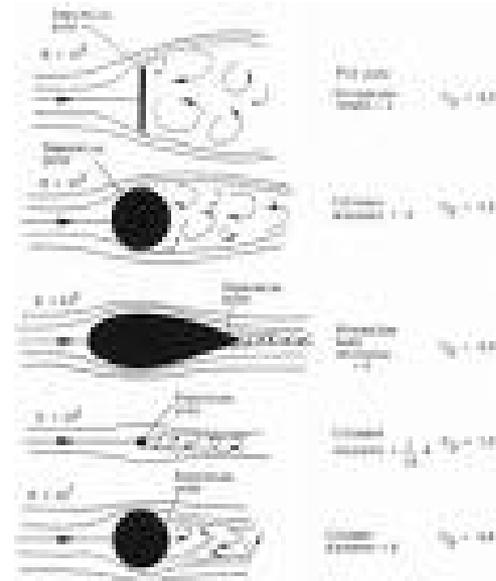
( $S = \pi R^2$  pour le disque et la sphère)

$F_v = 6\pi\eta R U$  pour une sphère (Stokes 1880)

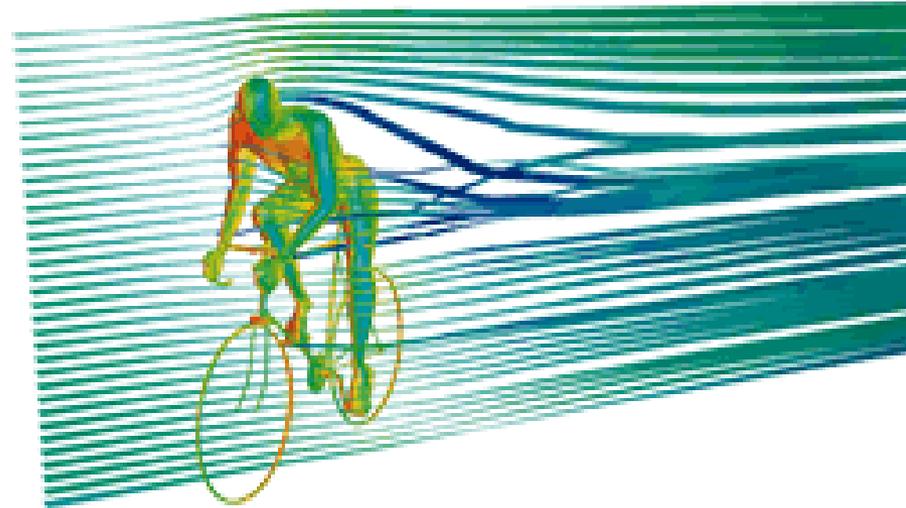
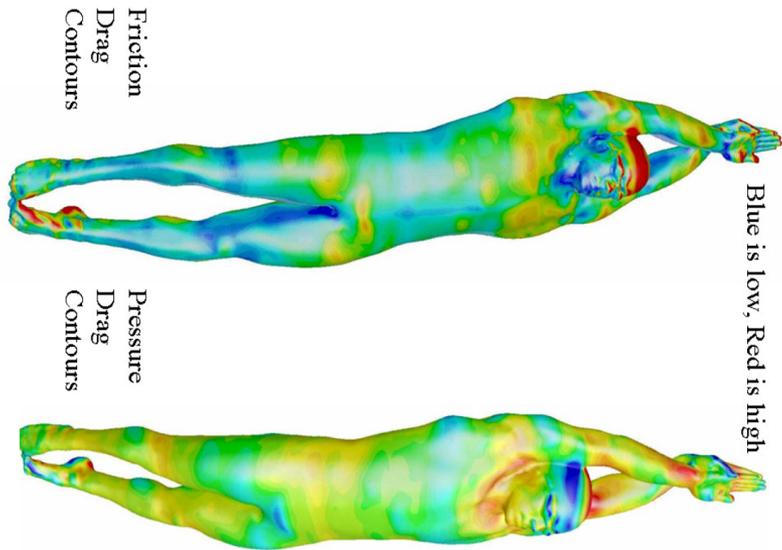
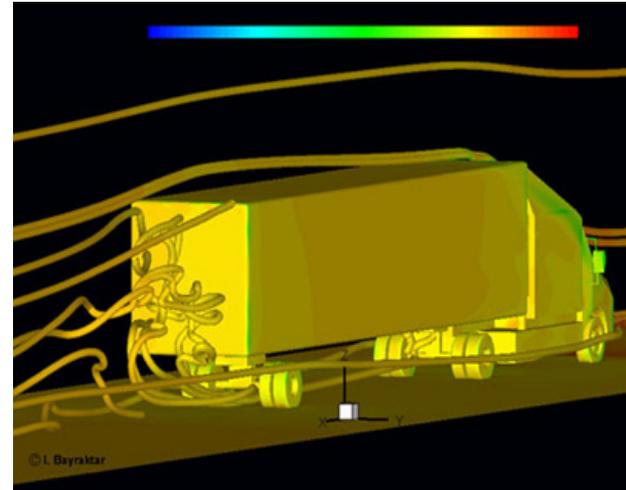
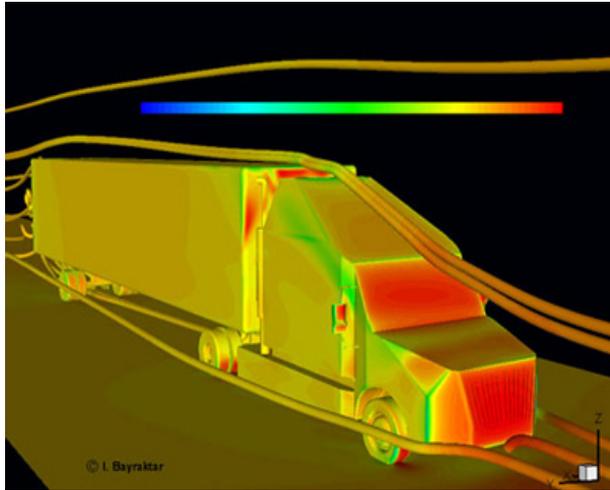
$F_v = 16\pi\eta R U$  pour un disque (Sampson 1891)

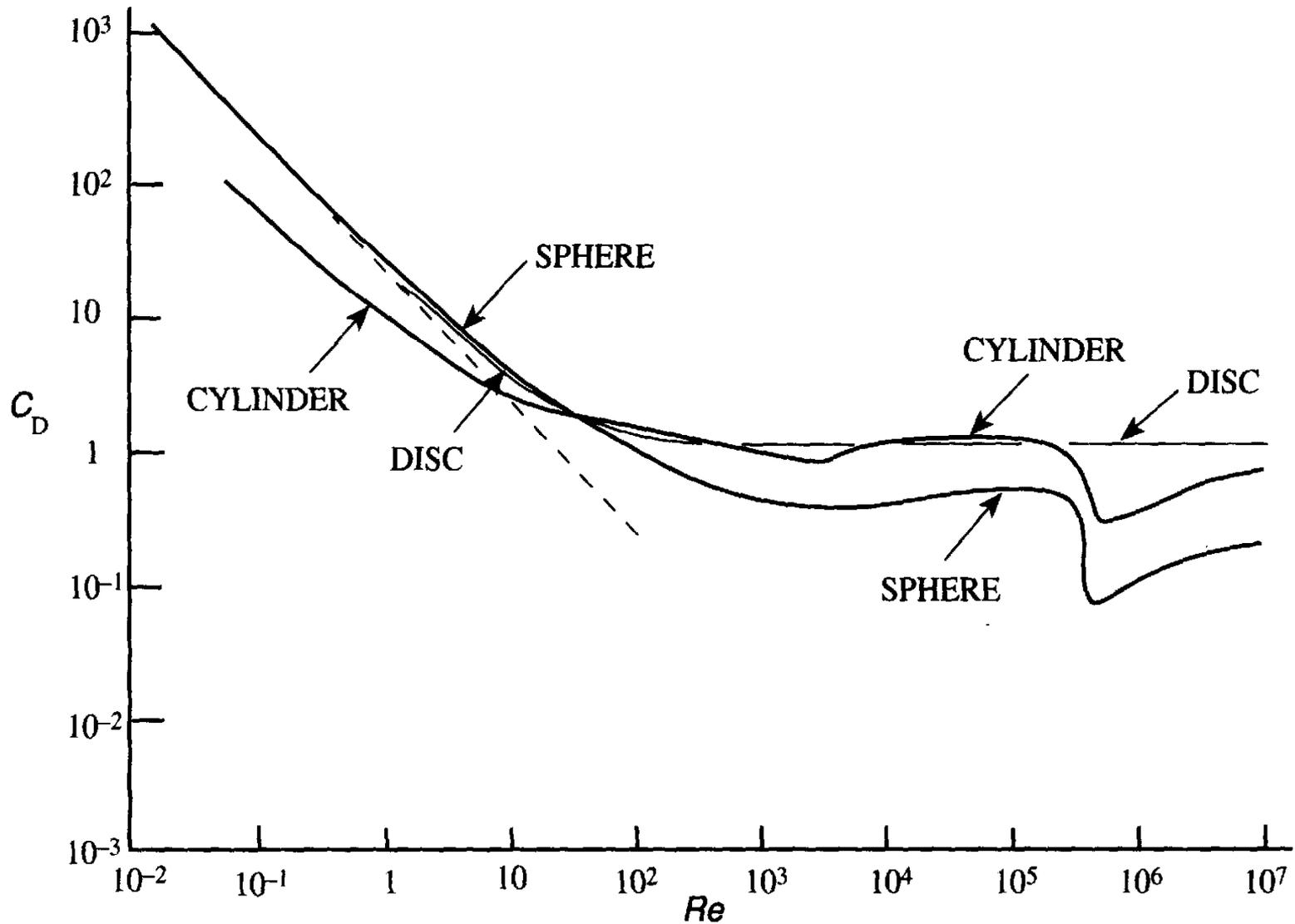
# Influence de la forme à $Re \gg 1$

Shape		Drag Coefficient
Sphere		0.47
Half-sphere		0.42
Cube		1.05
Streamlined Body		0.04
Streamlined Half-body		0.09



# essais en soufflerie ou simulations numériques d'écoulements





Coefficient de traînée  $C_d$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  (en tracé log-log) pour une sphère, et un cylindre ou un disque perpendiculaires à l'écoulement. La ligne pointillée correspond à la force de Stokes sur une sphère à  $Re \ll 1$

Force de traînée hydrodynamique sur une automobile\* roulant à 130 km/h ?

Puissance (en W et chevaux) ?

Nombre de Reynolds ?

\*modèle au choix

Calcul de la force de traînée de n'importe quel objet de forme quelconque

Voir site de calcul en ligne

Lancer : quels sont les temps et distances typiques de décélération ?

Sphère de masse  $M$ , rayon  $R$  lancée à  $t = 0$  en  $x = 0$  à la vitesse  $U_0$  dans un fluide de viscosité  $\eta$  et masse volumique  $\rho$

Lancer : quels sont les temps et distances typiques de décélération ?

Sphère de masse  $M$ , rayon  $R$  lancée à  $t = 0$  en  $x = 0$  à la vitesse  $U_0$  dans un fluide de viscosité  $\eta$  et masse volumique  $\rho$

$Re \ll 1$

$$M \frac{dU}{dt} = -6\pi\eta R U$$

$$\frac{dU}{U} = -\frac{6\pi\eta R}{M} dt$$

$$U = U_0 e^{-t/\tau_v}$$

avec  $\tau_v = \frac{M}{6\pi\eta R}$  temps typique

$\delta_v = U_0 \tau_v = \frac{M U_0}{6\pi\eta R}$  distance typique

$Re \gg 1$

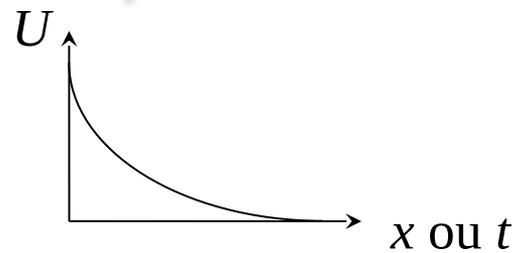
$$M \frac{dU}{dt} = -C_x \frac{1}{2} \rho \pi R^2 U^2$$

$$\frac{dx}{dt} \frac{dU}{dx} = -\frac{C_x \rho \pi R^2}{2M} U^2 \quad \text{où} \quad \frac{dx}{dt} = U$$

$$\frac{dU}{U} = -\frac{C_x \rho \pi R^2}{2M} dx$$

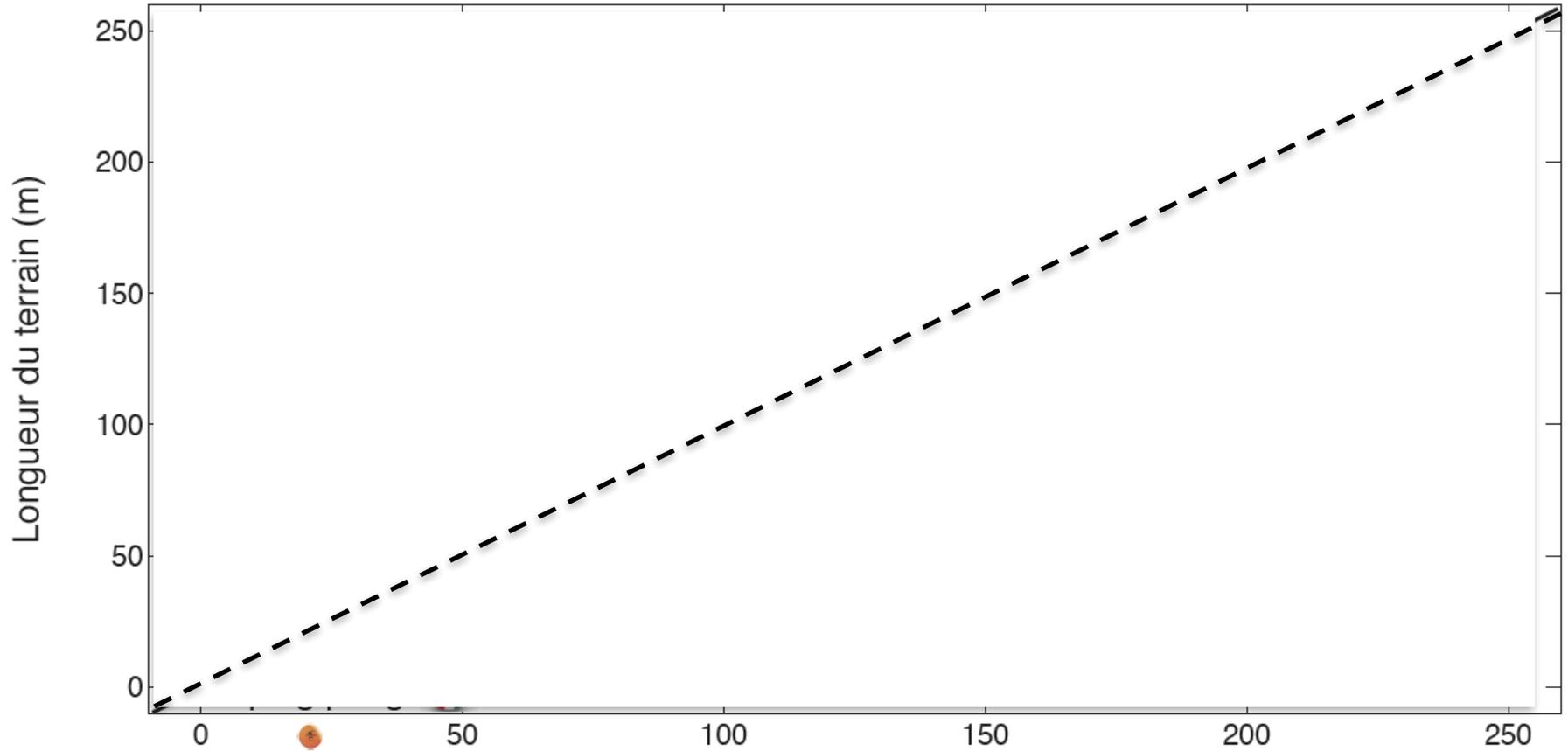
$$U = U_0 e^{-x/\delta_i}$$

avec  $\delta_i = \frac{2M}{C_x \rho \pi R^2}$  distance typique



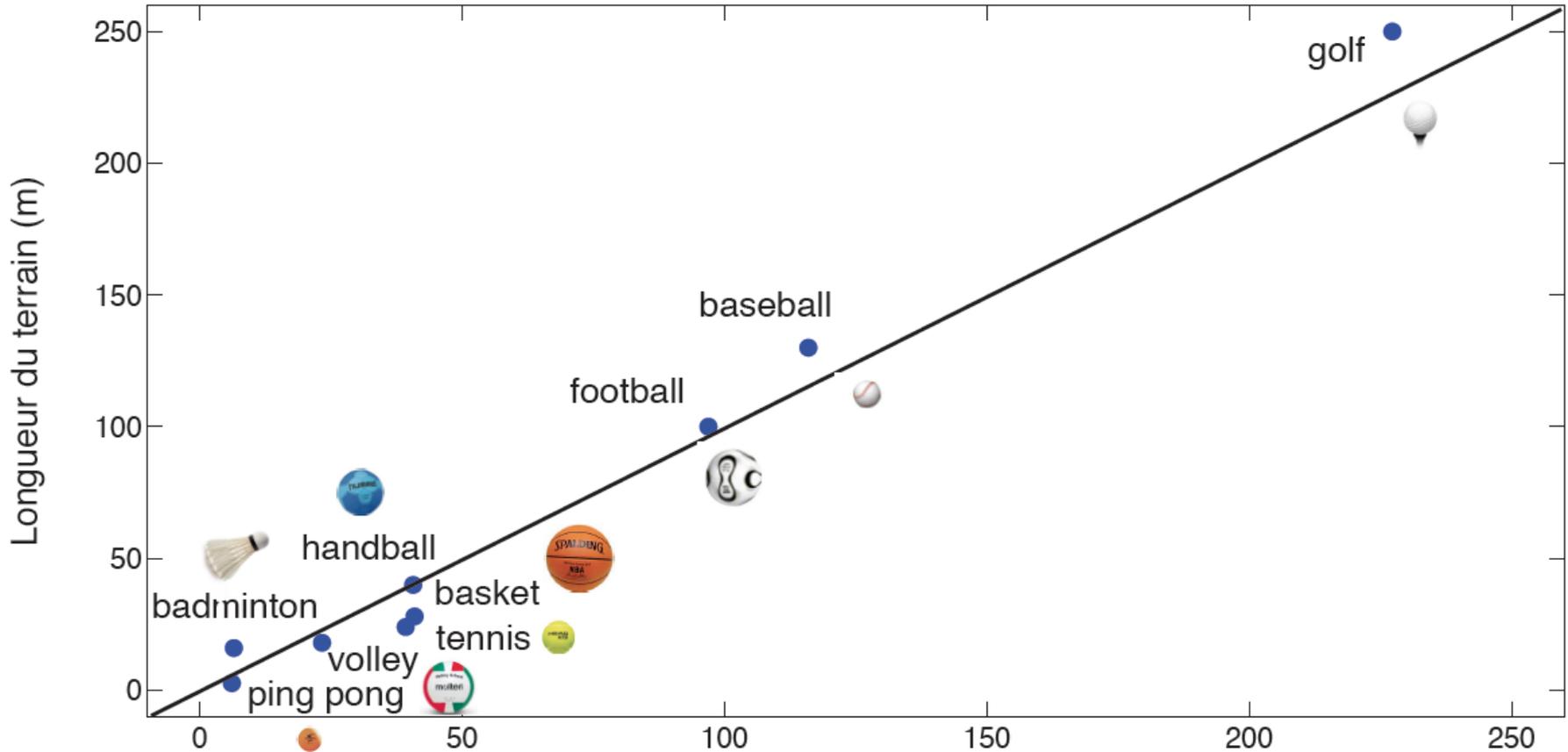
	$M(g)$	$2R$ (cm)	$U_0$ (m/s)	$Re$	$C_D$	$U_0^2 / g\delta$
badminton	5	6.0	60	2.7e+05	0.60	96
table tennis	2	4.0	30	8.0e+04	0.50	14
tennis	55	6.0	60	2.6e+05	0.50	6.6
golf	45	4.0	80	2.2e+05	0.22	2.7
soccer	450	21	40	5.6e+05	0.22	1.7
baseball	145	7.0	40	1.9e+05	0.40	1.0
volley	210	21	20	2.8e+05	0.22	0.89
handball	450	19	20	2.5e+05	0.22	0.34
basket	650	24	10	1.6e+05	0.50	0.21
javelin	800	3.0	30	7.0e+04	0.50	0.033
hammer	7250	12	25	2.0e+05	0.40	0.024

# Importance de la distance caractéristique hydrodynamique $\delta$ sur la taille des terrains de sports de balle

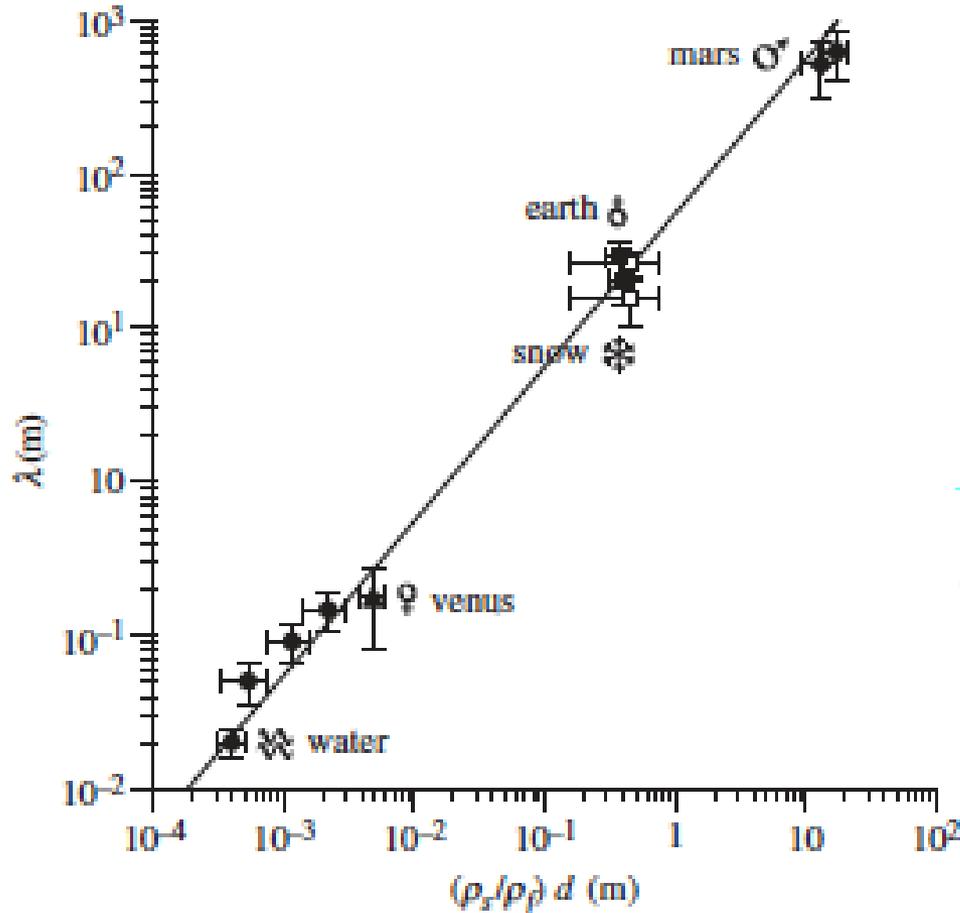


$$\delta = \frac{2M}{\rho\pi R^2 C_D}$$

# Importance de la distance caractéristique hydrodynamique $\delta$ sur la taille des terrains de sports de balle



# Importance de la distance caractéristique hydrodynamique $\delta$ sur la taille $\lambda$ des dunes éoliennes et aquatiques sur la Terre ou d'autres planètes

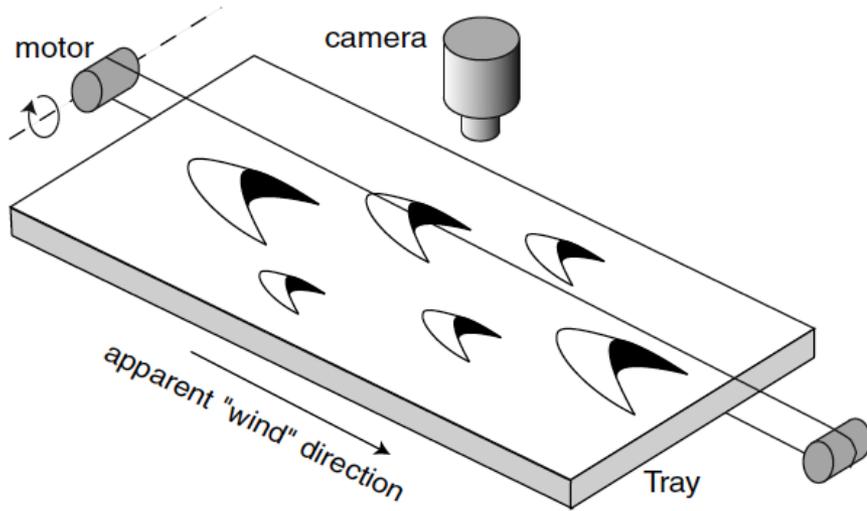


dunes barchanes sur Mars (Nasa)

	Earth ♂	Mars ♂	water ♀	snow *	'Venus' ♀
$g$ (m/s <sup>2</sup> )	9.8	3.7	9.8	9.8	9.8
$\lambda$	20 m	600 m	2 cm	15–25 m	10–20 cm
$d$ ( $\mu$ m)	165 – 185	87	150	1500	110
$\rho_f$ (kg/m <sup>3</sup> )	1.2	$1.5 - 2.2 \cdot 10^{-2}$	$10^3$	1.2	61
$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	2650	3000	2650	360	2650
$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$6.3 \cdot 10^{-4}$	$10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-7}$

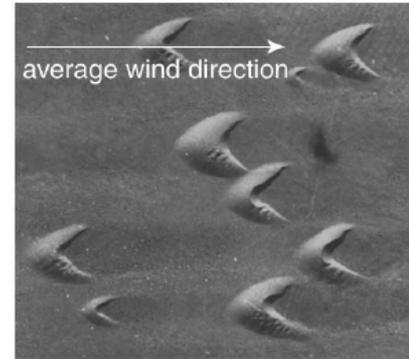
Measured wavelength  $\lambda$  of elementary dunes, formed by linear instability as a function of the grain to fluid density ratio  $\rho_s/\rho_f$  multiplied by the grain size  $d$ . Data from P. Claudin & B. Andreotti, *Earth & Planetary Science Letters* **252**, 30-44 (2006).

# Morphodynamique des dunes : du terrain au laboratoire



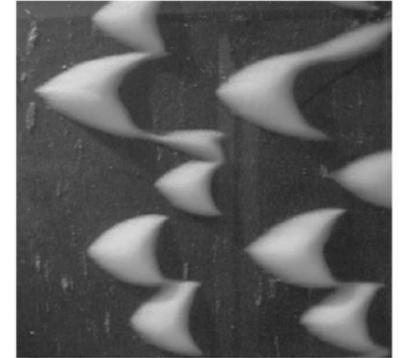
## dunes barchanes

### éoliennes

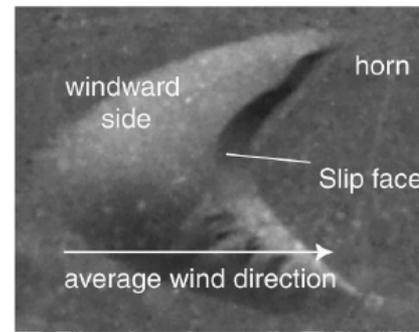


100 m  
aeolian dune field

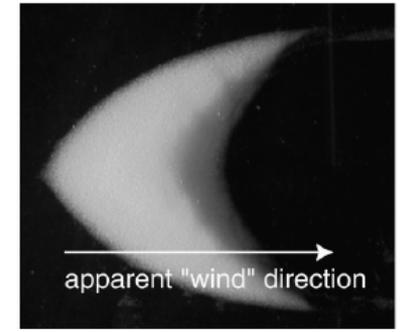
### aquatiques



5 cm  
aquatic dune field



50 m  
dans le désert



5 cm  
en laboratoire

*Relevant lengthscale of barchan dunes by P. Hersen, S. Douady and B. Andreotti in Physical Review Letters vol. 89, p. 264301 (2002)*

En présence de gravité : chute libre ou vitesse limite ?

Sphère de masse  $M$  (masse volumique  $\rho_i$ ) et rayon  $R$  lâchée à  $t = 0$  en  $x = 0$  sans vitesse dans un fluide de viscosité  $\eta$  et masse volumique  $\rho$  ( $\Delta\rho = \rho_i - \rho$ )

$Re \ll 1$

$Re \gg 1$

## En présence de gravité : chute libre ou vitesse limite ?

Sphère de masse  $M$  (masse volumique  $\rho_i$ ) et rayon  $R$  lâchée à  $t = 0$  en  $x = 0$  sans vitesse dans un fluide de viscosité  $\eta$  et masse volumique  $\rho$  ( $\Delta\rho = \rho_i - \rho$ )

Re  $\ll 1$

$$M \frac{dU}{dt} = -6\pi\eta R U + \Delta\rho \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

Re  $\gg 1$

$$M \frac{dU}{dt} = -C_x \frac{1}{2} \rho \pi R^2 U^2 + \Delta\rho \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

Vitesse limite  $U_\infty$  atteinte quand  $dU/dt = 0$  :

$$U_{v\infty} = \frac{2}{9} \frac{\Delta\rho g R^2}{\eta}$$

$$U_v(t) = U_{v\infty} \left[ 1 - e^{-t/\tau_v} \right]$$

avec  $\tau_v = \frac{M}{6\pi\eta R}$  temps typique

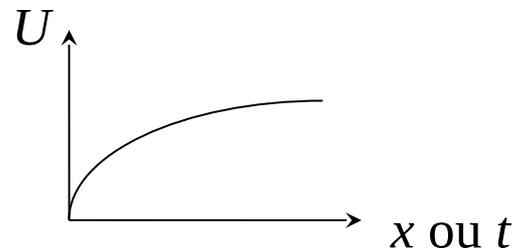
$\delta_v = U_0 \tau_v = \frac{M U_0}{6\pi\eta R}$  distance typique

$$U_{i\infty} = \sqrt{\frac{8}{3C_x} \frac{\Delta\rho g R}{\rho}}$$

$$U_i(x) = U_{i\infty} \left[ 1 - e^{-x/\delta_i} \right]^{1/2}$$

avec  $\delta_i = \frac{2M}{C_x \rho \pi R^2}$  distance typique

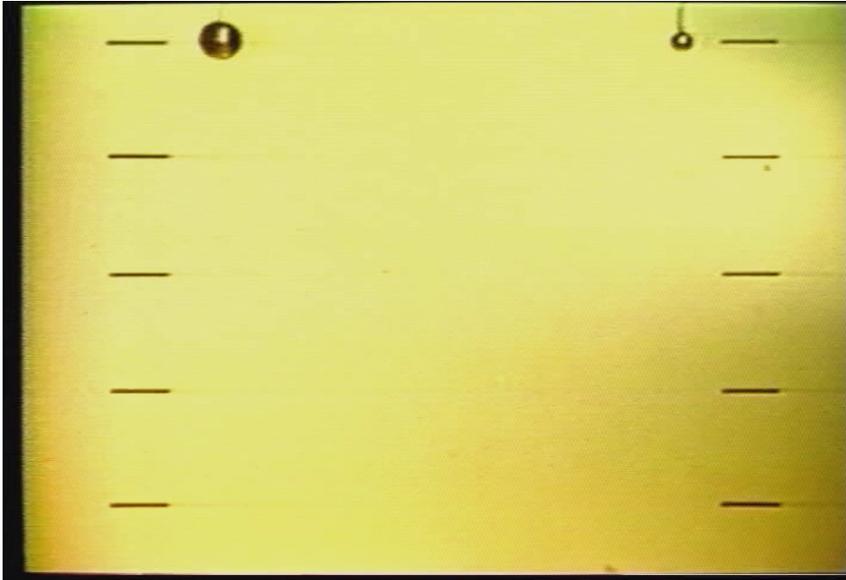
$\tau_v = \frac{\delta_i}{U_0} = \frac{2M}{C_x \rho \pi R^2 U_0}$  temps typique



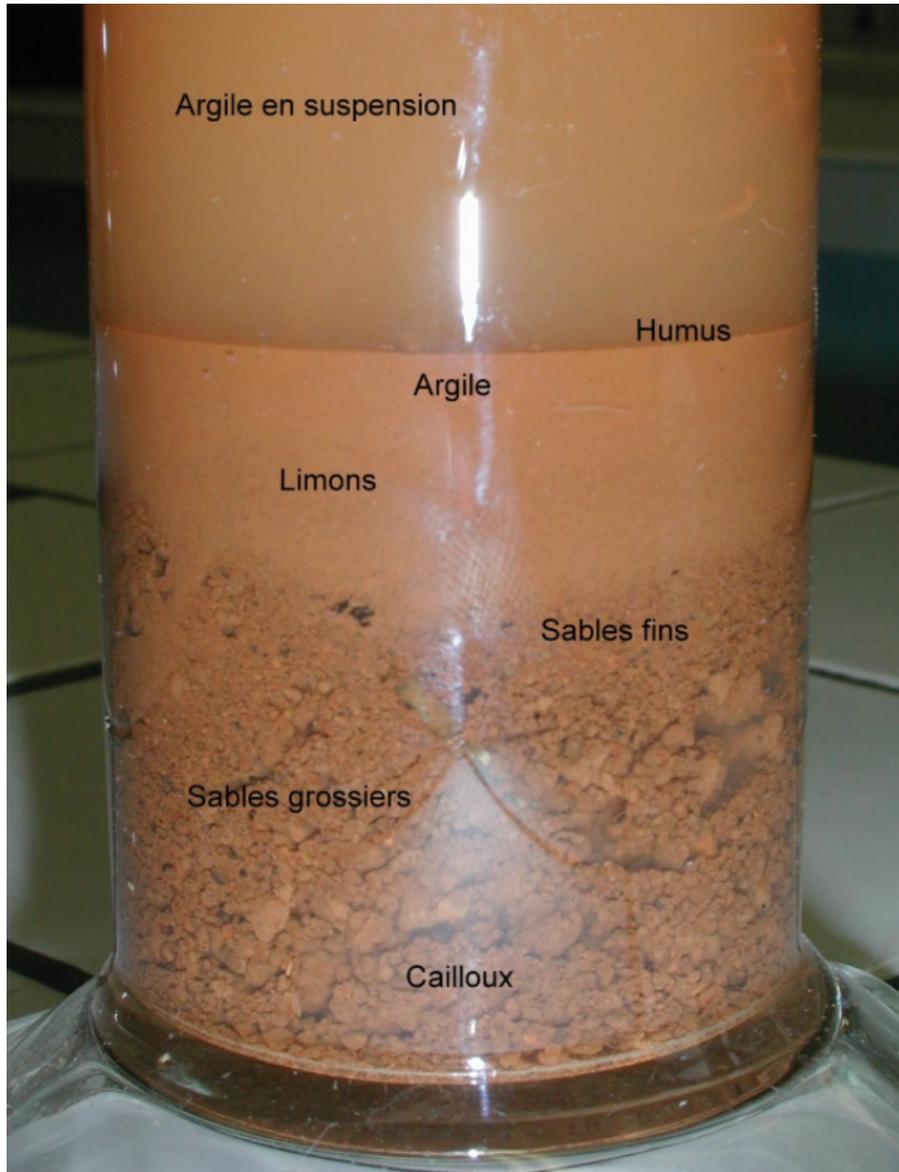
Sédimentation des grains de sable :  $Re \ll 1$  ou  $Re \gg 1$  ?

$$Re \ll 1$$
$$U_{\infty} = \frac{2}{9} \frac{\Delta \rho g R^2}{\eta}$$

$$Re \gg 1$$
$$U_{\infty} = \sqrt{\frac{8}{3C_x} \frac{\Delta \rho g R}{\rho}}$$

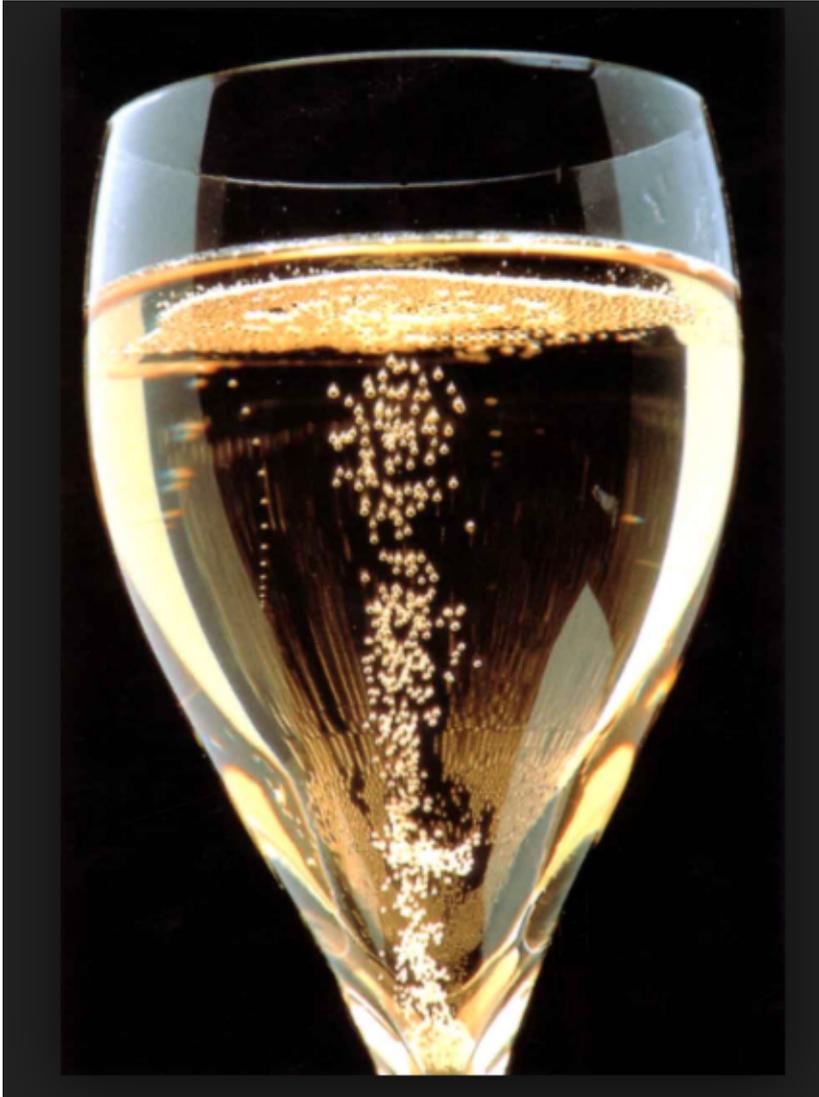


## Exemple de la sédimentation



Quel régime ? Inertiel ou visqueux?  
(cf TD 3)

## Exemple de la remontée de bulles



Vitesse terminale ?  
(cf TD 3)

# Expérimentation de la chute d'un papier filtre à café (dépliée) dans l'air

Vitesse terminale ?

Mesure ?

Calcul ?

Temps et distance de transitoire?

Calcul ?

# Dimensionnement d'un parachute (cf TD 3)

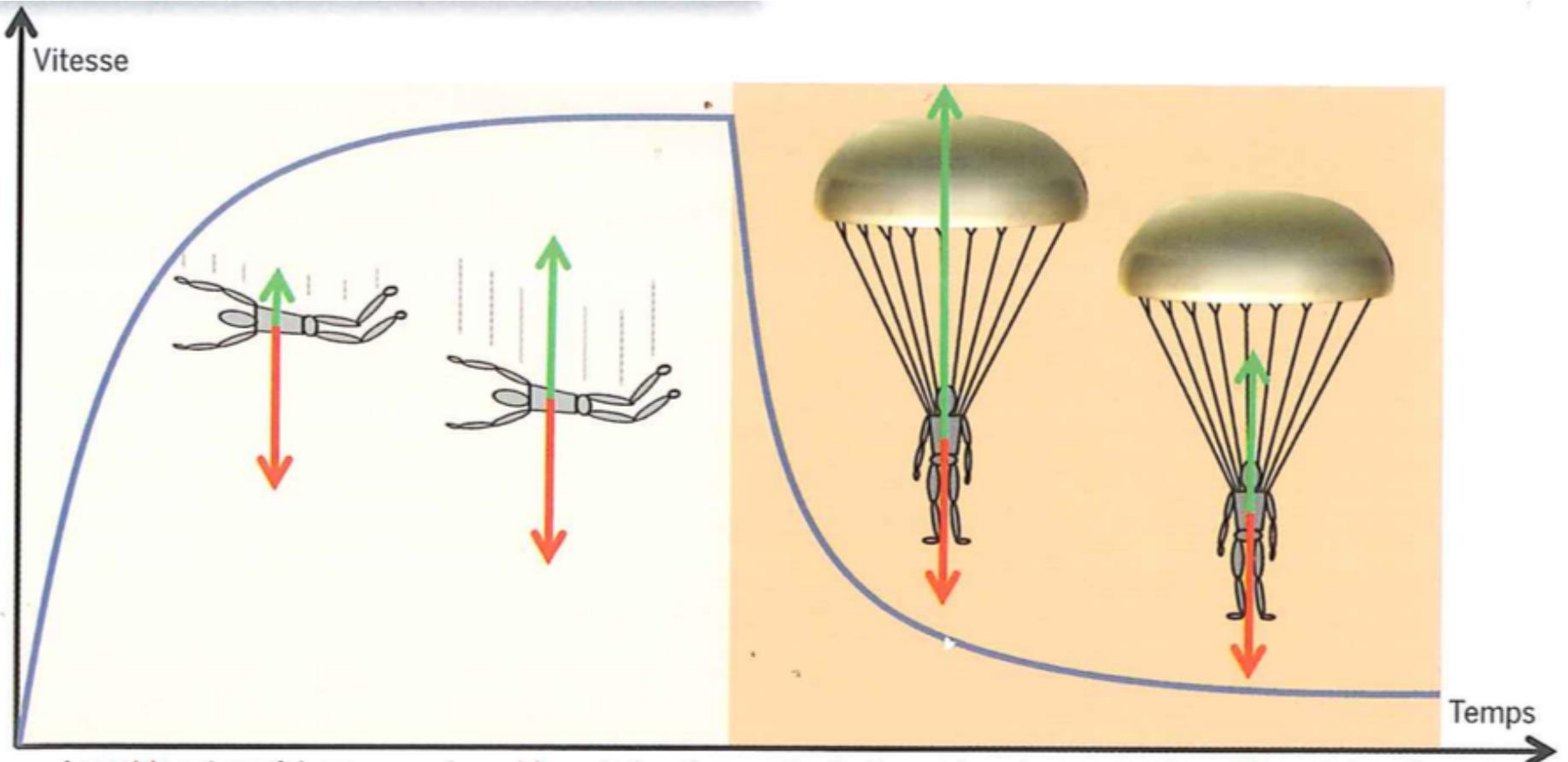


Comment modéliser  
simplement un parachute ?

Quel est son  $C_x$  ?

Quelle est la vitesse limite de  
chute d'un parachutiste?  
avec parachute ?  
sans parachute ?

Quelle est la distance de  
transitoire de chute ?  
avec parachute ?  
sans parachute ?



Le **poids** est supérieur à la **traînée** :  
le parachutiste accélère.

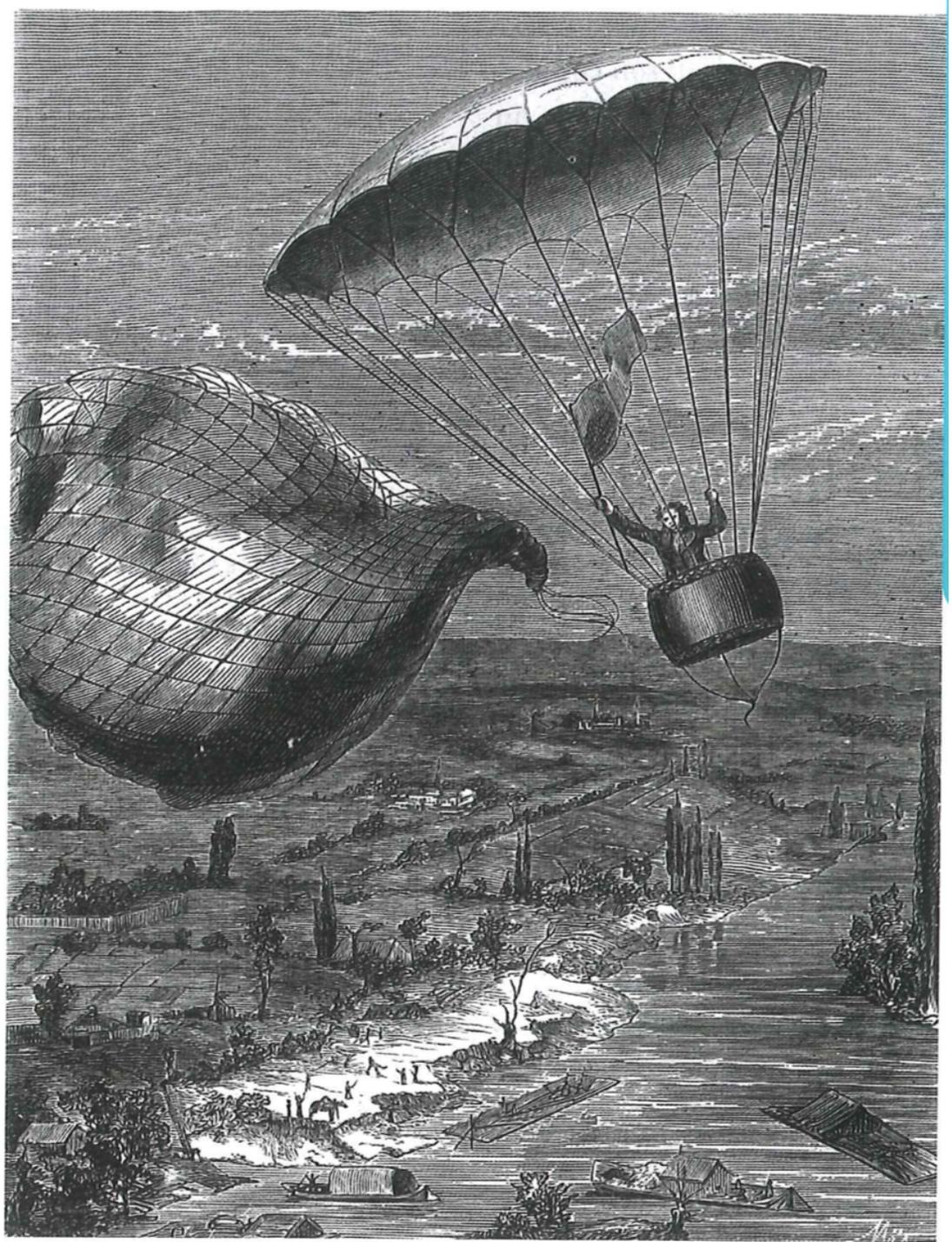
- Le **poids** reste le même.
- La vitesse a augmenté donc la **traînée** est plus grande
- Le **poids** et la **traînée** s'équilibrent.
- La vitesse se stabilise à une valeur limite.

Après l'ouverture du parachute :

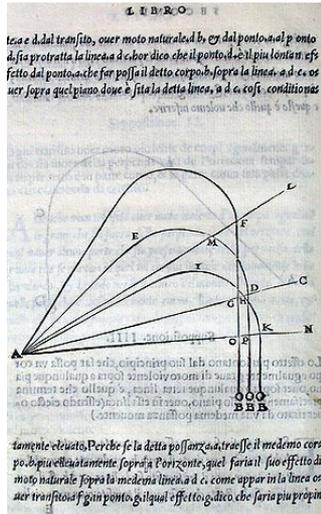
- Le **poids** reste le même.
- La surface de résistance à l'air a subitement augmenté et avec elle la force de **traînée**.
- La traînée est plus grande que le **poids**.
- Le parachutiste ralentit brusquement.

- Le **poids** reste le même.
- La **traînée** diminue car la vitesse a diminué.
- Le **poids** et la **traînée** s'équilibrent.
- La vitesse se stabilise.

Le 22 octobre 1797, Pierre-Jacques Garnerin effectue le premier saut en parachute à Paris, en sautant d'un ballon à hydrogène. Pour le grand jour, il a préparé une toile d'environ 7 m de diamètre et pesant 16 kg accroché à une nacelle de 9 kg. Pierre-Jacques Garnerin pèse lui-même 57 kg.

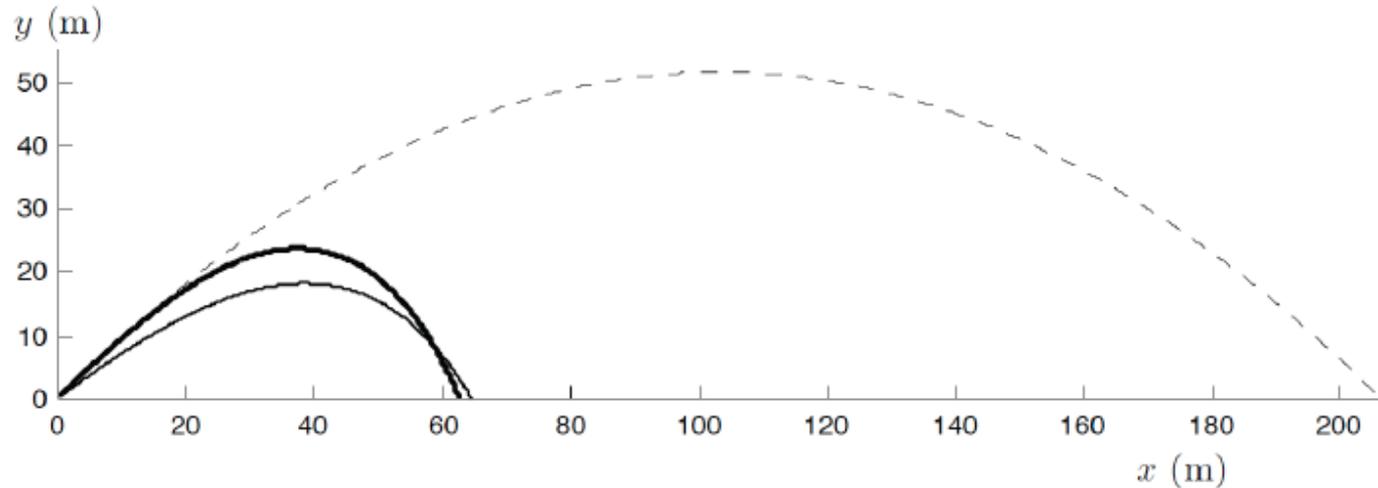


# “Parabole or not parabole” : Effet de l’air ? de l’artillerie au football



Traité de ballistique  
pour l’artillerie

Niccolo Fontana, dit Tartaglia (le bègue)  
Mathématicien italien  
(1499-1557)



“Parabole or not parabole” : Effet de l’air ?  
de la pétanque au ping-pong

$$P = Mg \quad \begin{matrix} ? \\ > \\ < \end{matrix} \quad F_i = C_x \frac{1}{2} \rho \pi R^2 U_0^2$$

Cas de la pétanque

Cas du football

Cas du ping-pong

“Parabole or not parabole” : Effet de l’air ?  
de la pétanque au ping-pong

$$P = Mg \quad \begin{matrix} ? \\ > \\ < \end{matrix} \quad F_i = C_x \frac{1}{2} \rho \pi R^2 U_0^2$$

Cas de la pétanque

$$F_i \ll P$$

Cas du football

$$F_i \sim P$$

Cas du ping-pong

$$F_i \gg P$$

“Parabole or not parabole” : Effet de l’air ?  
de la pétanque au ping-pong

$$P = Mg \quad \begin{matrix} ? \\ > \\ < \end{matrix} \quad F_i = C_x \frac{1}{2} \rho \pi R^2 U_0^2$$

Cas de la pétanque

$$F_i \ll P$$

$$\frac{U_0^2}{g\delta} \ll 1$$

Cas du football

$$F_i \sim P$$

$$\frac{U_0^2}{g\delta} \sim 1$$

Cas du ping-pong

$$F_i \gg P$$

$$\frac{U_0^2}{g\delta} \gg 1$$

“Parabole or not parabole” : Effet de l’air ?  
de la pétanque au ping-pong

$$P = Mg \quad \begin{matrix} ? \\ > \\ < \end{matrix} \quad F_i = C_x \frac{1}{2} \rho \pi R^2 U_0^2$$

Cas de la pétanque

Cas du football

Cas du ping-pong

$$F_i \ll P$$

$$F_i \sim P$$

$$F_i \gg P$$

$$\frac{U_0^2}{g\delta} \ll 1$$

$$\frac{U_0^2}{g\delta} \sim 1$$

$$\frac{U_0^2}{g\delta} \gg 1$$

$$\frac{h}{\delta} \ll 1$$

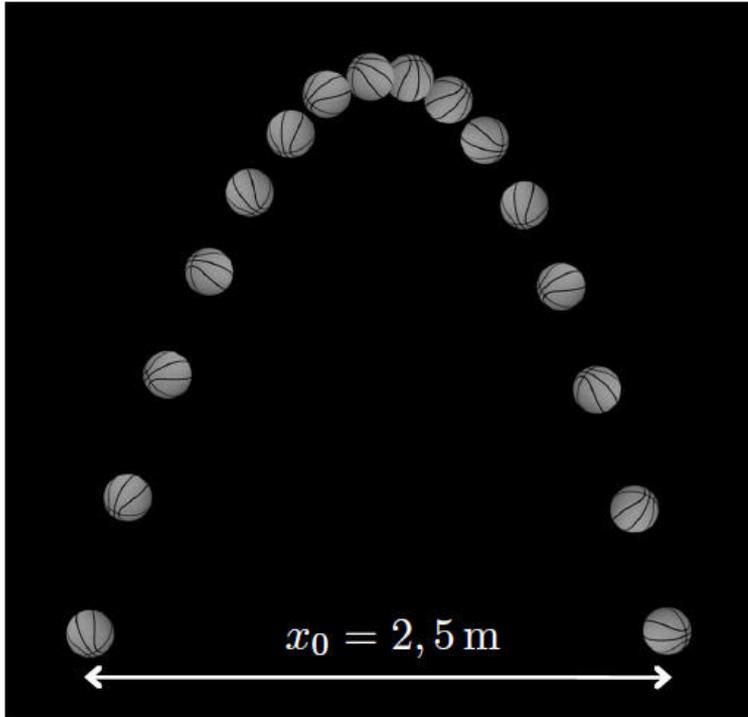
$$\frac{h}{\delta} \sim 1$$

$$\frac{h}{\delta} \gg 1$$

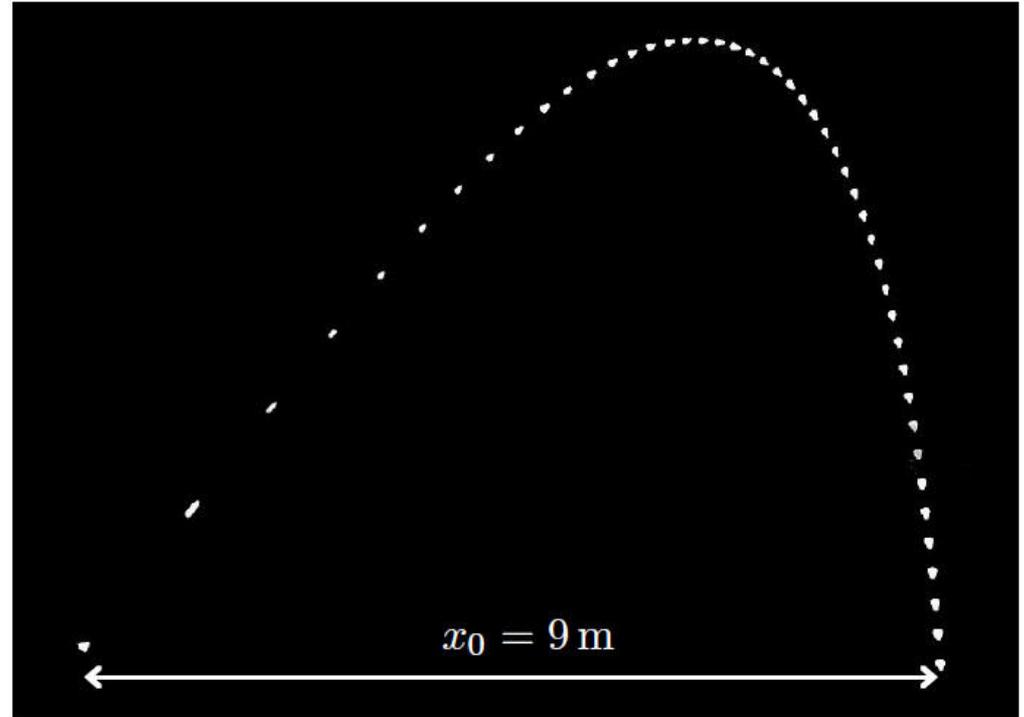
où  $h \sim \frac{U_0^2}{g}$  est la hauteur typique d’ascension sous gravité (dans le vide)

## Exemples de trajectoires

d'un ballon de basket



d'un volant de badminton



Caroline Cohen  
La physique du sport (2014)  
Laboratoire d'Hydrodynamique  
Ecole Polytechnique

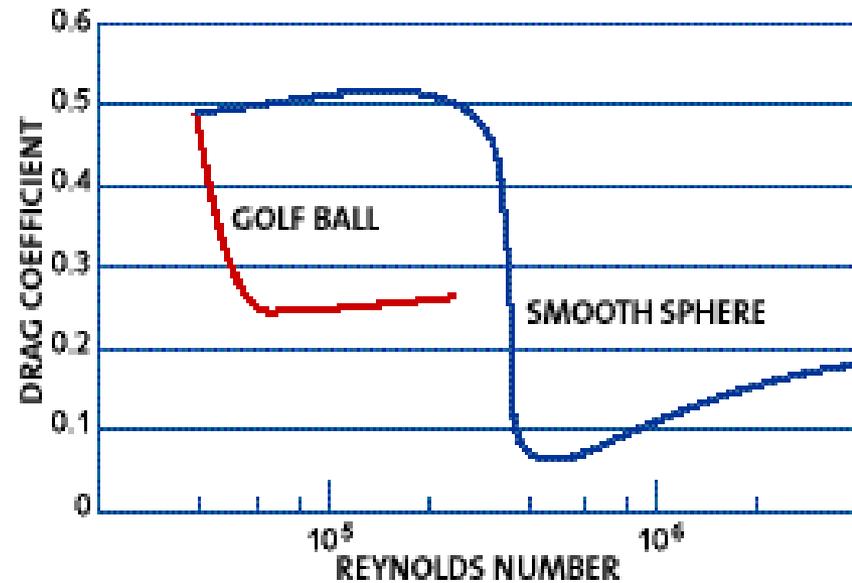
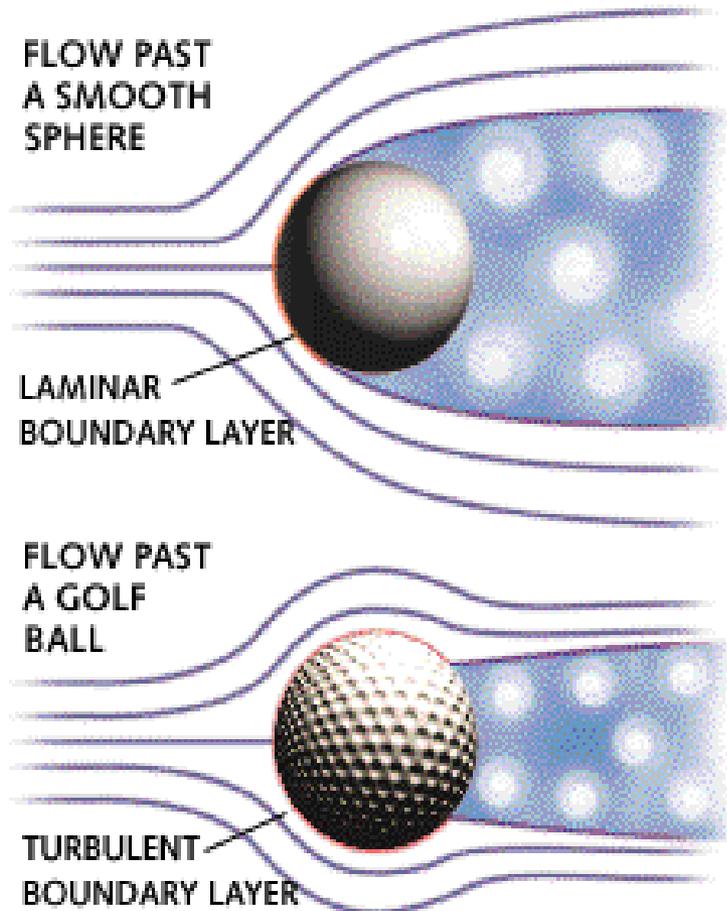


Autres exemples de trajectoires totalement non paraboliques dues à un fort effet de l'air : fusées de feux d'artifice, jet des lances à incendie...

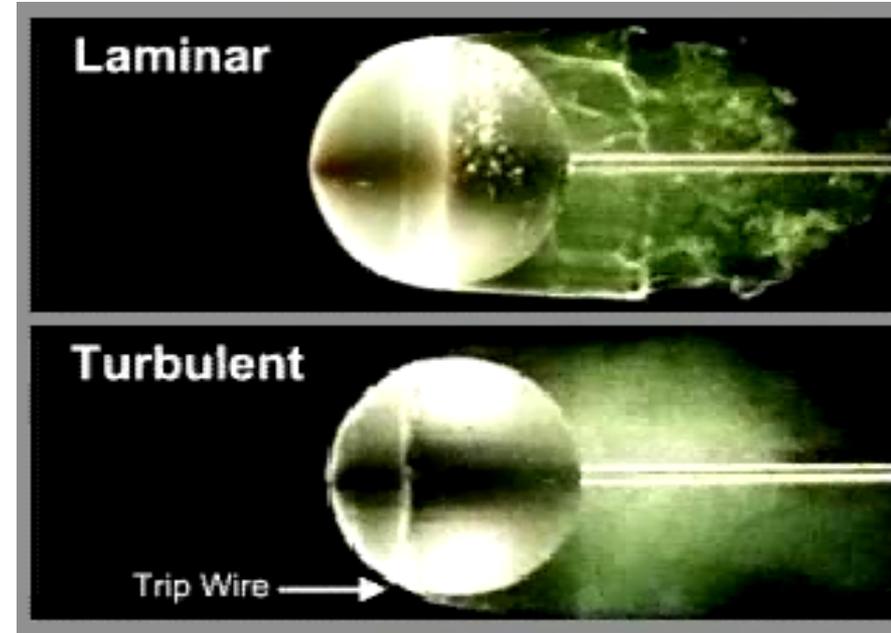
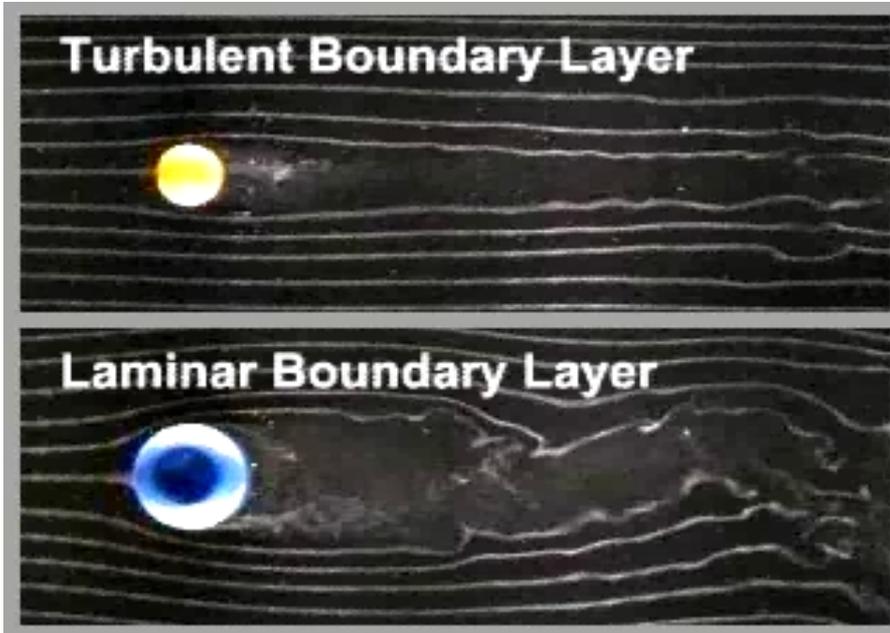


# La crise de traînée utilisée dans les sports de balle

- golf
- base-ball
- tennis



# La crise de traînée



# Aerodynamic forces on projectiles used in various sports F

Cite as: Phys. Fluids 31, 015106 (2019); doi: [10.1063/1.5064700](https://doi.org/10.1063/1.5064700)

Submitted: 7 October 2018 • Accepted: 24 December 2018 •

Published Online: 17 January 2019



Kunjai Shah, Ravi Shakya, and Sanjay Mittal<sup>a)</sup>

## AFFILIATIONS

Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology Kanpur, Kanpur, UP 208016, India

