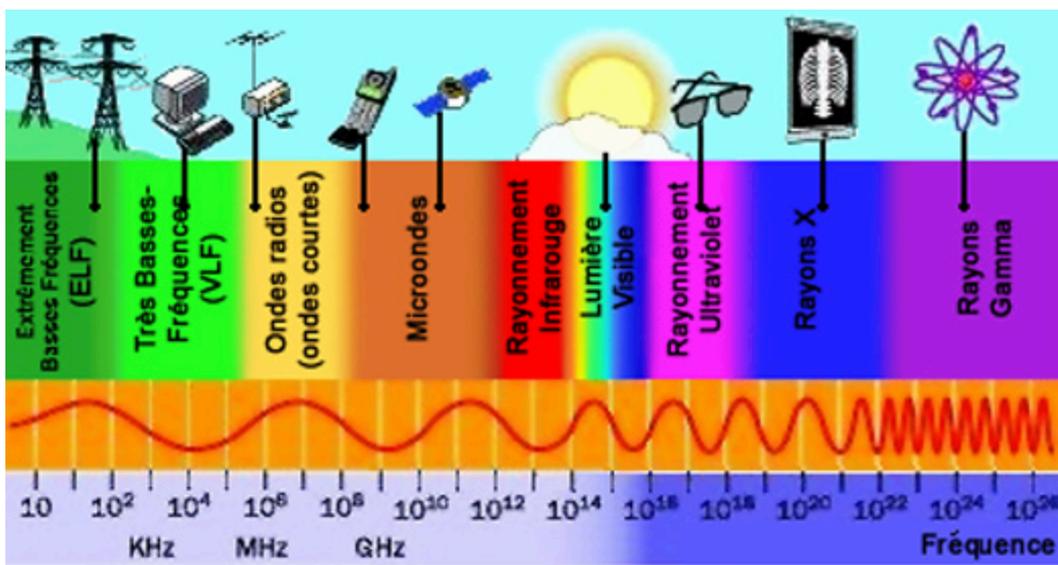


Évolution des conceptions de l'Univers (Phys137)

TD 6

Exercice 1 : quelques applications simples

1. Déterminer la dimension de la constante de Planck, h , et vérifier la dimension de λ avec l'équation reliant λ , h et p .
2. Quelle est la longueur d'onde associée à un électron se déplaçant à $c/100$? Et celle d'un proton à la même vitesse ?
3. À partir des données de la Fig.1, calculer l'énergie (en eV) d'un photon infra-rouge, visible (jaune), ultra-violet et X. Sachant que l'énergie d'ionisation de l'hydrogène depuis l'état fondamental vaut 13,6 eV, quelles conséquences en tirer ?



4. On considère un électron en orbite dans un atome d'hydrogène dont l'ordre de grandeur de la taille est $\Delta x \simeq 10^{-10}$ m. Quelle est l'incertitude sur sa vitesse ?
5. Dans le cadre des fluctuations quantiques du vide qui génère la création-annihilation de paires particule-antiparticule, on considère la création d'une paire électron-antiélectron. Quelle est l'ordre de grandeur de la durée de cette fluctuation ?

Exercice 2 : fonction d'onde

On considère une particule dans un puits de potentiel infini à une dimension $V(x)$, de largeur L :

$$V(x) = 0 \text{ si } 0 \leq x \leq L$$

$$V(x) = +\infty \text{ si } x < 0 \text{ ou } x > L$$

On se place dans le cas stationnaire (la particule est prisonnière du puits de potentiel), l'équation de Schrödinger s'écrit alors :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + V(x)\phi(x) = E\phi(x)$$

Lorsque le potentiel est infini, on se doute intuitivement que la particule ne peut y être présente, donc $\phi(x) = 0$.

1. Vérifier que $\phi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$ est une solution pour $0 \leq x \leq L$ et déduire la valeur de E .
2. A partir des conditions aux limites en 0 et L de ϕ déduire les valeurs de A et B et celle de l'énergie E .

Exercice 3 : effet photo-électrique

On considère une plaque recouverte de sodium. Expérimentalement, on mesure que des électrons commencent à être arrachés sous un rayonnement de fréquence $\nu = 5,1 \cdot 10^{14}$ Hz.

1. Calculer l'énergie d'extraction des électrons.
2. On utilise ensuite un rayonnement de longueur d'onde $\lambda = 0,4 \mu$. Quelle sont l'énergie cinétique et la vitesse maximales d'un électron ?
3. Comparer cette vitesse à celle de l'agitation thermique, sachant que celle-ci correspond à une énergie cinétique $E_{C,therm} = 3k_B T/2$ où k_B est la constante de Boltzmann et T la température (en K), qui vaut ici 300 K.

Exercice 4 : la "catastrophe ultra-violette"

En se basant sur la mécanique statistique et l'électromagnétisme classique, J. Rayleigh établit une loi (corrigée plus tard par J. Jeans) qui donne la luminance spectrale d'un corps noir en fonction de sa température et de la longueur d'onde du rayonnement :

$$L_{RJ}(T) = \frac{2ck_B T}{\lambda^4}$$

1. A partir des unités de chacun de ces termes, déterminer la dimension de $L_\lambda(T)$. Comparer à une puissance par unité de surface et par unité de longueur d'onde.
2. On rappelle la formule décrivant $L_\lambda(T)$ pour le corps noir :

$$L_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

Montrer que pour les faibles énergies, la loi de Rayleigh-Jeans est une approximation de la loi du corps noir.

Exercice 5 : taille atomique

Pour estimer la taille d'un atome d'hydrogène, on va se ramener à une dimension et supposer que l'électron est délocalisé sur une région de taille $a = \Delta x$. Cet électron est soumis à un potentiel électrostatique dû au noyau qui correspond à une énergie potentielle

$U = -K/x$ où $K = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0}$ (donné ici sans unité) où e est la charge de l'électron et ϵ_0 la permittivité du vide.

Rappel : l'écart-type d'une valeur quelconque y vaut $\Delta y = \sqrt{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}$

0. Quelle est l'unité de K ?

1. Déterminer l'écart-type de la quantité de mouvement Δp de l'électron à partir de la relation d'Heisenberg.

2. Estimer l'énergie (somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle) moyenne de l'électron, sachant que l'électron "tourne autour" du noyau (on considérera alors que $\Delta x \simeq a$ et que $\langle v \rangle = 0$ ce qui permet d'estimer $\langle p^2 \rangle$).

3. Pour déterminer a , on va déterminer sa valeur pour laquelle l'énergie est minimum.

Données utiles :

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = 6,24 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$$