TD4



## Exercice n° 1 :

1. $n_{tot} = 10 < 30$

2. $R = \frac{cov(A,B)}{\sigma_A \, \sigma_B} = \frac{33,29}{6,69 \times 5,60} = 0,89$

3. $R \neq 0$, donc A et B sont linéairement corrélés, donc A et B sont corrélés.

4.

| C | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ | $C_7$ | $C_8$ | $C_9$ | $C_{10}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | -2 | -2 | 4 | -2 | -3 | -6 | 2 | -5 | -4 | -6 |

5. $m_c = \frac{-2+(-2)+\dots+(-4)+(-6)}{10} = -2,4$ tonnes

6. $\sum_{i=1}^{n_{tot}} (c_i - m_c)^2 = \sum_{i=1}^{10} (c_i - (-2,4))^2 = \sum_{i=1}^{10} (c_i + 2,4)^2$

$= (-2+2,4)^2 + (-2+2,4)^2 + \dots + (-4+2,4)^2 + (-6+2,4)^2$

$= 96,4$

$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{n_{tot}-1} \sum_{i=1}^{n_{tot}} (c_i - m_c)^2} = \sqrt{\frac{1}{10-1} \times 96,4}$

$\sigma_c = 3,27$ tonnes

7. $Z = \frac{m_c \sqrt{n_{tot}}}{\sigma_c} = \frac{-2,4 \times \sqrt{10}}{3,27} = -2,31$

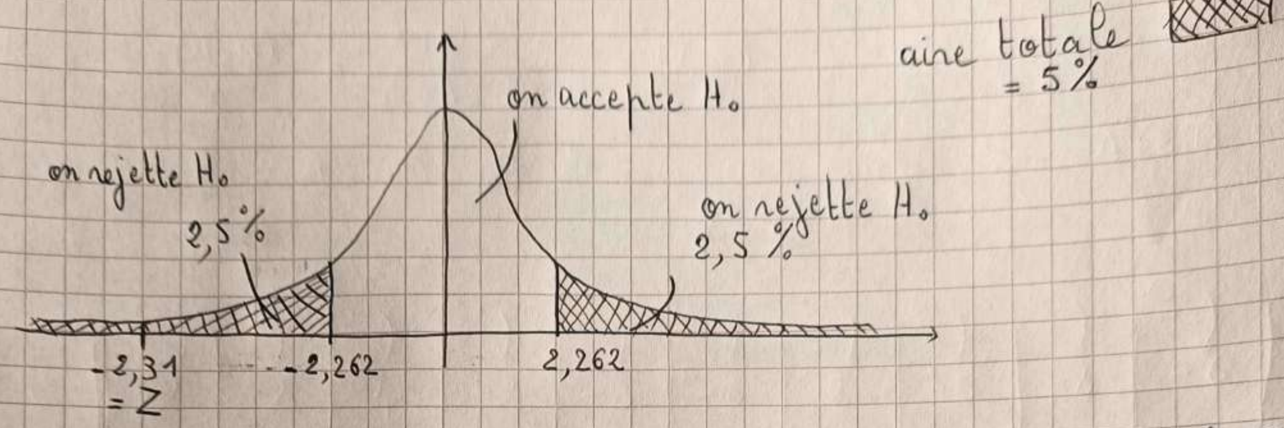
$n_{TOT} < 30$, donc Z suit une loi de Student à 9 degrés de liberté et $P(Z > 2,262) = 2,5\% = P(Z < -2,262)$

8. $H_0$ : " Les rendements sont identiques "
" $m_c = 0$ (i.e. $m_A = m_B$) "

$H_1$ : " Les rendements sont différents "
" $m_c \neq 0$ (i.e. $m_A \neq m_B$) "

test de la moyenne

On trace la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité de la loi de Student à 9 degrés de liberté




Z est dans la zone de rejet, donc on rejette $H_0$ au risque de 5%
On conclut que les rendements sont différents.

## Exercice n° 2 :

1. $$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{n_1 \times (\hat{\sigma}_1)^2 + n_2 \times (\hat{\sigma}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}} = \sqrt{\frac{30 \times 101,5^2 + 10 \times 87,4^2}{30 + 10 - 2}}$$
$\hat{\sigma} = 100,72$

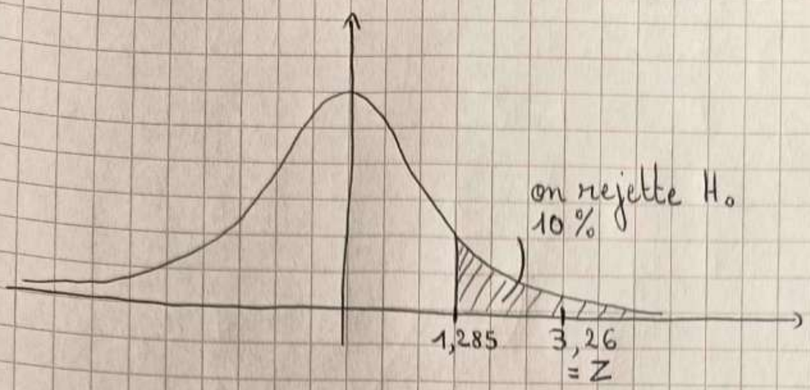
2. $$Z = \frac{\widehat{m}_2 - \widehat{m}_1}{\hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{2800 - 2680}{100,72\sqrt{\frac{1}{30} + \frac{1}{10}}} = 3,26$$

3. $n_1 + n_2 = 30 + 10 = 40 > 30$, donc Z suit une loi normale centrée réduite et $P(Z > 1,285) = 10\%$.

4. $H_0$ : "Les 2 lignes produisent le même nombre de transistors"
"$m_1 = m_2$"

$H_1$ : "La nouvelle ligne produit plus que l'ancienne"
"$m_2 > m_1$"

On trace la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité de la loi normale centrée réduite




Z est dans la zone de rejet, donc l'hypothèse $H_0$ est rejetée avec un risque de 10 %.
On en déduit que la nouvelle ligne produit plus que l'ancienne.

## Exercice n° 3 :

1 . $n_{TOT} = 87 + 47 + 112 + 254 = 500 \geq 30$

$87 \geq 5$ , $47 \geq 5$ , $112 \geq 5$ et $254 \geq 5$

2 . $\frac{87}{500} = 0,174 = 17,4\%$ | $\frac{112}{500} = 0,224 = 22,4\%$

$\frac{47}{500} = 0,094 = 9,4\%$ | $\frac{254}{500} = 0,508 = 50,8\%$

| pub \ achat | oui | non | total |
|---|---|---|---|
| oui | 17,4% | 22,4% | 39,8% |
| non | 9,4% | 50,8% | 60,2% |
| total | 26,8% | 73,2% | 100 % |

$p(\text{achat}) = 26,8\%$
$p(\text{pub vue}) = 39,8\%$
$p(\cancel{\text{pub}}) = 60,2\%$
$p(\cancel{\text{achat}}) = 73,2\%$

3 . $\text{cov}(\text{pub}, \text{achat}) = p(\text{pub et achat}) - p(\text{pub}) \times p(\text{achat})$
$= 0,174 - 0,398 \times 0,268 = 0,067$

$\text{cov}(\text{pub}, \cancel{\text{achat}}) = p(\text{pub et } \cancel{\text{achat}}) - p(\text{pub}) \times p(\cancel{\text{achat}})$
$= 0,224 - 0,398 \times 0,732 = -0,067$

$\text{cov}(\cancel{\text{pub}}, \cancel{\text{achat}}) = p(\text{pub et achat}) - p(\cancel{\text{pub}}) \times p(\cancel{\text{achat}})$
$= 0,508 - 0,602 \times 0,732 = 0,067$

$\text{cov}(\cancel{\text{pub}}, \text{achat}) = p(\cancel{\text{pub}} \text{ et achat}) - p(\cancel{\text{pub}}) \times p(\text{achat})$

$= 0{,}094 - 0{,}602 \times 0{,}268 = -0{,}067$

4. On a toujours $n_{TOT} = 500$

Si A et B indépendants, alors $p(A \text{ et } B) = p(A) \times p(B)$

effectif pub et achat $= 500 \times p(\text{pub}) \times p(\text{achat}) = 500 \times 0{,}398 \times 0{,}268 = 53{,}3$

effectif pub et ~~achat~~ $= 500 \times p(\text{pub}) \times p(\cancel{\text{achat}}) = 500 \times 0{,}398 \times 0{,}732 = 145{,}7$

effectif ~~pub~~ et ~~achat~~ $= 500 \times p(\cancel{\text{pub}}) \times p(\cancel{\text{achat}}) = 500 \times 0{,}602 \times 0{,}732 = 220{,}3$

effectif ~~pub~~ et achat $= 500 \times p(\cancel{\text{pub}}) \times p(\text{achat}) = 500 \times 0{,}602 \times 0{,}268 = 80{,}7$

⚠ Il s'agit d'effectifs <u>théoriques</u>, donc pas d'inquiétude si on n'obtient pas des nombres entiers.

5. $H_0$ : " Voir la pub et acheter le produit sont indépendants "

$H_1$ : " Voir la pub et acheter le produit sont corrélés "

6. $\chi^2_{\text{pub et achat}} = \dfrac{(87 - 53{,}3)^2}{53{,}3} = 21{,}3$

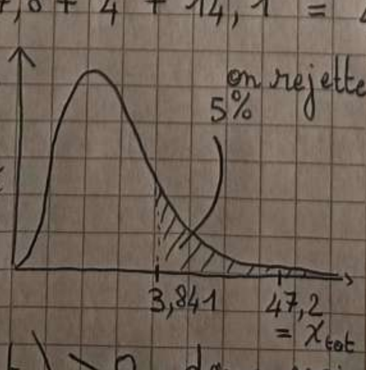
$\chi^2_{\text{pub et } \cancel{\text{achat}}} = \dfrac{(112 - 145{,}7)^2}{145{,}7} = 7{,}8$

$\chi^2_{\cancel{\text{pub}} \text{ et } \cancel{\text{achat}}} = \dfrac{(254 - 220{,}3)^2}{220{,}3} = 4$

$\chi^2_{\cancel{\text{pub}} \text{ et achat}} = \dfrac{(47 - 80{,}7)^2}{80{,}7} = 14{,}1$

7. $\chi^2_{tot} = 21{,}3 + 7{,}8 + 4 + 14{,}1 = 47{,}2$

8. On trace la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité du $\chi^2$ à 1 degré de liberté




$\chi_{tot}$ est dans la zone de rejet, donc on rejette $H_0$ avec un risque de 5 %

On conclut que voir la pub et acheter sont corrélés

9. $\text{cov}(\text{pub}, \text{achat}) > 0$, donc voir la pub influe positivement sur l'achat.