

TD1 : Régression linéaire

I. Introduction

Exercice 1

Le troisième nuage de points.

Exercice 2

La droite en trait plein.

II. Révision : statistiques

Exercice 3

x	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
t	26.2	23.7	21.4	18.5	16.8	15.4	14.6
$y = \sqrt{t}$	5.119	4.868	4.626	4.301	4.099	3.924	3.719

- 1. $n_{tot} = 7$
- 2. cf. tableau
- 3. cf. graphique

Exercice 4

1.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{2005 + \dots + 2011}{7} = 2008 \\ \overline{x^2} &= \frac{2005^2 + \dots + 2011^2}{7} = 4032068 \\ \bar{y} &= \frac{5.119 + \dots + 3.719}{7} = 4.394 \\ \overline{y^2} &= \frac{5.119^2 + \dots + 3.719^2}{7} = 19.514 \\ \overline{xy} &= \frac{2008 \times 5.119 + \dots + 2011 \times 3.719}{7} = 8822.251\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}var(x) &= 4032068 - 2008^2 = 4 \\ var(y) &= 19.514 - 4.394^2 = 0.207\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sqrt{4} = 2 \\ \sigma_y &= \sqrt{0.207} = 0.455\end{aligned}$$

4.

$$cov(x, y) = 8822.251 - 2008 \times 4.394 = -0.901$$

III. Régression linéaire simple

Exercice 5

1.

$$R = \frac{-0.901}{2 \times 0.455} = -0.999$$

$$R^2 = (-0.999)^2 = 0.980$$

2. $R^2 > 0.9$, donc il est pertinent de modéliser notre nuage de points par une droite.

Exercice 6 Droite d'ajustement linéaire

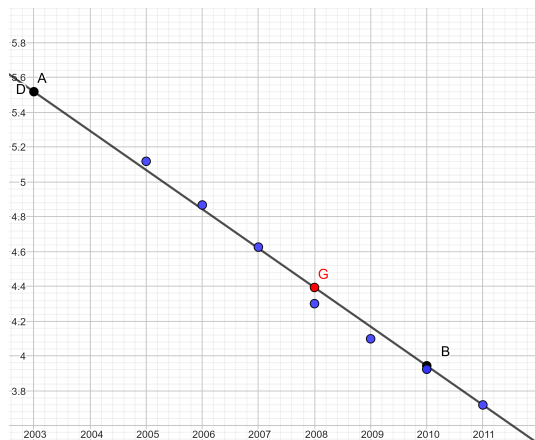
$$a = \frac{-0.901}{4} = -0.255$$

$$b = 4.394 - (-0.255) \times 2008 = 456.194$$

$$D : y = -0.255x + 456.194$$

- $y_A = -0.255 \times 2003 + 456.194 = 5.519$
- $y_B = -0.255 \times 2010 + 456.194 = 3.944$

Donc $A(2003 ; 5.519)$ et $B(2010 ; 3.944)$.



Exercice 7 Prédictions

- $\hat{y} = -0.255 \times 2004 + 456.194 = 5.294$
 - $\hat{t} = \hat{y}^2 = 5.294^2 = 28h$
 - D'après notre modèle, en 2004, on assemble la voiture en 28h.
- $\hat{y} < 5$ correspond à $\hat{t} < 25h$
 -

$$\begin{array}{rcl} -0.255 \times x + 456.194 & < & 5 \\ -0.255 \times x & < & 5 - 456.194 \\ x & > & \frac{5 - 456.194}{-0.255} \\ x & > & 2005.307 \end{array}$$

- D'après notre modèle, à partir de l'année 2006, on assemble la voiture en moins de 25h.
- $\hat{y} = -0.255 \times 2025 + 456.194 = 0.569$
 - $\hat{t} = \hat{y}^2 = 0.569^2 = 0.324h = 20min$
 - D'après notre modèle, en 2025, on assemble la voiture en 20 min.
 - $\hat{y} < 2$ correspond à $\hat{t} < 4h$.
 -

$$\begin{array}{rcl} -0.255 \times x + 456.194 & < & 2 \\ -0.255 \times x & < & 2 - 456.194 \\ x & > & \frac{2 - 456.194}{-0.255} \\ x & > & 2018,64 \end{array}$$

- D'après notre modèle, à partir de l'année 2019, on assemble la voiture en moins de 4h.