

# Table des matières

I	Tableaux récapitulatifs . . . . .	2
II	Dérivées usuelles . . . . .	3
III	Propriétés . . . . .	4
IV	Dérivées d'une fonction composée . . . . .	5

# I Tableaux récapitulatifs

Fonction	Fonction dérivée
$ax + b$	$a$
$x^n$	$nx^{n-1}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$e^x$	$e^x$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Fonction	Fonction dérivée
$(f + g)'$	$f' + g'$
$(k \times f)'$	$k \times f'$
$(f \times g)'$	$f' \times g + g' \times f$
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'g - g'f}{g^2}$

Fonction	Fonction dérivée
$f(g(x))$	$g'(x) \times f'(g(x))$
$u^n(x)$	$n \times u'(x) \times u^{n-1}(x)$
$\frac{1}{u^n(x)}$	$-\frac{n \times u'(x)}{u^{n+1}(x)}$
$e^{u(x)}$	$u'(x) \times e^{u(x)}$
$\ln u(x)$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$

## II Dérivées usuelles

- Fonction affine :

$$\mathbf{f(x) = ax + b}$$

$$\mathbf{f'(x) = a}$$

Dans le cas d'une fonction affine, la courbe représentative  $C_f$  est confondue avec les tangentes à la courbe.

**Exemples :**

1.  $f(x) = -3.2x + 6$

$$f'(x) = -3.2$$

2.  $f(x) = x - \pi$

$$f'(x) = 1$$

3.  $f(x) = x\sqrt{7}$

$$f'(x) = \sqrt{7}$$

4.  $f(x) = 9$

$$f'(x) = 0$$

- $\mathbf{f(x) = x^n}$

$$\mathbf{f'(x) = nx^{n-1}}$$

**Exemples :**

1.  $f(x) = x^2$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(1) = 2$$

2.  $f(x) = x^{-4}$

$$f'(x) = -4x^{-5}$$

$$f'(2) = -4 \times 2^{-5} = \frac{-1}{8}$$

3.  $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(4) = \frac{1}{2}4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

- Fonction exponentielle :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{f}'(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^{\mathbf{x}}$$

- Fonction logarithme

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \ln(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{f}'(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x}}$$

- Fonction racine carrée

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sqrt{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{f}'(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\sqrt{\mathbf{x}}}$$

### III Propriétés

- $(\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}))' = \mathbf{f}'(\mathbf{x}) + \mathbf{g}'(\mathbf{x})$

**Exemple :**

$$f(x) = x^2 - 3x$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

- $(\mathbf{kf}(\mathbf{x}))' = \mathbf{kf}'(\mathbf{x})$

**Exemple :**

$$f(x) = 8 \ln(x)$$

$$f'(x) = 8 \times \frac{1}{x} = \frac{8}{x}$$

- $(\mathbf{f}(\mathbf{x}) \times \mathbf{g}(\mathbf{x}))' = \mathbf{f}'(\mathbf{x}) \times \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}) \times \mathbf{g}'(\mathbf{x})$

**Exemples :**  $u(x) = (-3x + 1)x^2$

$$f(x) = -3x + 1$$

$$f'(x) = -3$$

$$g(x) = x^2$$

$$g'(x) = 2x$$

$$u'(x) = -3x^2 + (-3x + 1) \times 2x = -9x^2 + 2x$$

$$\bullet \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \times g(x) - f(x) \times g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\text{Exemples : } u(x) = \frac{-3x+1}{x^2}$$

$$f(x) = -3x + 1$$

$$f'(x) = -3$$

$$g(x) = x^2$$

$$g'(x) = 2x$$

$$u'(x) = \frac{-3x^2 - (-3x+1)2x}{(x^2)^2} = \frac{3x^2 - 2x}{x^4}$$

## IV Dérivées d'une fonction composée

$$\bullet (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\bullet (f(g(x)))' = g'(x)f'(g(x))$$

$$\bullet (u^n(x))' = nu'(x)u^{n-1}(x)$$

$$\text{Exemple : } u(x) = f(g(x)) = (2x - 5)^{-4}$$

$$y = g(x) = 2x - 5$$

$$g'(x) = 2$$

$$f(y) = y^{-4}$$

$$f'(y) = -4y^{-5}$$

$$u'(x) = g'(x)f'(g(x)) = 2 \times -4(2x - 5)^{-5}$$

$$u'(x) = -8(2x - 5)^{-5} = \frac{-8}{(2x-5)^5}$$

$$\bullet (e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$$

$$\text{Exemple : } g(x) = e^{x^2+1}$$

$$u(x) = x^2 + 1$$

$$u'(x) = 2x$$

$$g'(x) = 2xe^{x^2+1}$$

- $\ln(\mathbf{u}(\mathbf{x}))' = \frac{\mathbf{u}'(\mathbf{x})}{\mathbf{u}(\mathbf{x})}$

**Exemple :**  $g(x) = \ln(x^2 + 1)$

$$u(x) = x^2 + 1$$

$$u'(x) = 2x$$

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$