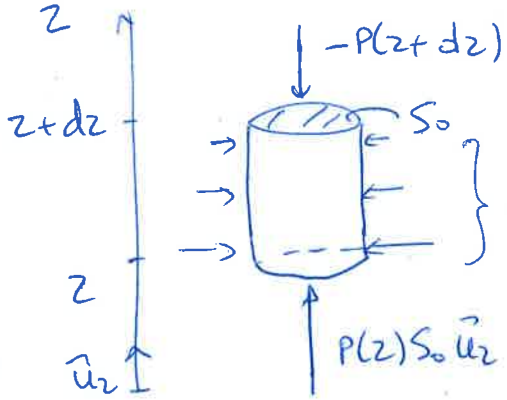
Force volumique de pression

On fait la démonstration sur 1 cas particulier : on considère 1 petit volume cylindrique d'axe vertical qui délimite une partie d'un fluide que l'on isole par la pensée, situé entre les hauteurs z et $z+dz$.

On considère les forces de pression exercées de la part du fluide situé au voisinage du cylindre, à l'extérieur de celui-ci.



$-P(z+dz)S_0\,\vec{u}_z$: force exercée sur la surface supérieure du cylindre

les forces exercées sur la surface latérale se compensent par symétrie

$P(z)S_0\,\vec{u}_z$: force exercée sur la surface inférieure du cylindre

La résultante totale des forces de pression exercées sur le cylindre est donc :

$$d\vec{f}_{pression} = \left[-P(z+dz)S_0 + P(z)S_0\right]\vec{u}_z$$

$$= -\frac{dP}{dz}\underbrace{dz\,S_0}_{dV = \text{volume du cylindre}}\vec{u}_z$$

Donc la force par unité de volume est :

$$\frac{d\vec{f}_{pression}}{dV} = -\frac{dP}{dz}\vec{u}_z = -\vec{\nabla}P$$ car P ne dépend que de z dans ce pbl.

On retrouve bien l'expression donnée en cours.