Bilan feuille 4 :

⊗ Autour du noyau : $u : E \to F$

- $\ker(u)$ est un EV (sev de E)

- $E_\lambda = \{x \in E \mid u(x) = \lambda x\}$

$= \ker(u - \lambda\, id)$: ensemble des vecteurs propres associés à la valeur propre λ.

- $\ker(u) = \{0\} \Leftrightarrow u$ injective

↳ si $x \neq y$, $u(x) \neq u(y)$

* Autour de l'image :

- $\mathrm{Im}(u) = \mathrm{Vect}(u(e_1), \dots, u(e_n))$ si $e_1, \dots, e_n$ est génératrice de E

- $\mathrm{Im}(u)$ est un EV (SEV de F).

- $\mathrm{Im}(u) \subset F$ mais on peut avoir

  $\mathrm{Im}(u) = F$] u est surjective

  ou $\mathrm{Im}(u) \subsetneq F$

* Endomorphisme :

- C'est une application linéaire $u : E \to E$

- Permet de définir $u(u(x))$, $u(u(u(x)))$, ...

$$\underset{\text{"u puissance n"}}{u^n}(x) = \underbrace{u(u(\ldots u(x)))}_{\text{appliqué } n \text{ fois } u}$$

* Montrer qu'une famille est libre :

"Montrer que v_1, v_2, v_3 est libre".

- On pose $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3 = 0$.

• Montrons que $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 0$.

Inclusion entre espaces :

$E \subset F$

* Posons $x \in E$. Montrons que $x \in F$.

* Si $E = \mathrm{vect}(e_1, \ldots, e_n)$, il suffit de mq pour tout $i \in \{1, \ldots, n\}$, $e_i \in F$.

(et de conclure avec la stabilité de F).