

Examen d'Electromagnétisme - 11 Janvier 2024

Durée 3h. Documents, téléphones portables... non autorisés. Calculatrice autorisée.

Les exercices 1,2 sont indépendants.

1 EXERCICE 1 - Effet Tcherenkov

Dans cet exercice, on s'intéresse à la modélisation d'effets de type rayonnement Tcherenkov dans différentes configurations. Les parties 1.1, 1.2, 1.3 sont largement indépendantes.

1.1 Cône de Mach

On considère un milieu homogène caractérisé par une perméabilité $\mu = \mu_0$ (milieu magnétiquement vide) et une permittivité constante $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ indépendante de la pulsation ω . Une particule de charge q se déplace à vitesse supposée constante, en norme et en direction, $\mathbf{v} = v \mathbf{u}_z$, et est située en $(x = 0, y = 0, z = 0)$ à l'instant initial $t = 0$.

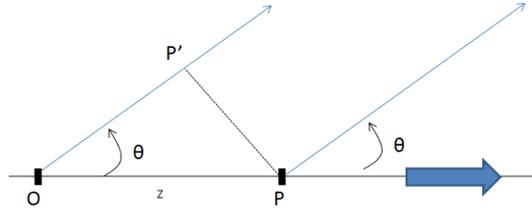


FIGURE 1 – Une particule chargée se déplace à la vitesse v dans un milieu d'indice $n = \sqrt{\varepsilon_r}$

1. On suppose qu'une onde est émise lors du passage de l'électron au niveau du point O à l'instant t ainsi que lors du passage au dessus d'un point arbitraire P à un instant t' , dont on donnera l'expression. À quelle condition sur l'angle θ et sur la vitesse de phase de l'onde plane générée $v_{\text{phase}} = c/\sqrt{\varepsilon_r}$, les ondes planes issues de O et de P vont-elles être en phase en un point M situé à une distance très grande devant OP ? On justifiera que, pour atteindre un point M situé à très grande distance de la particule, l'onde issue de O doit parcourir une distance supplémentaire, que l'on indiquera, par rapport à celle issue de P.
2. Un rayonnement Tcherenkov peut avoir lieu lorsque toutes les ondes émises le long de la trajectoire de l'électron interfèrent constructivement à grande distance. En déduire la condition pour qu'un rayonnement Tcherenkov ait lieu et montrer que son angle θ_T d'émission est donné par $\cos \theta_T = v_{\text{phase}}/v$.
3. Afin de préciser la forme du rayonnement émis, y compris à proximité de la particule, on se propose de vérifier que les potentiels scalaire, V , et vecteur, \mathbf{A} , de Liénard-Wiechert sont non nuls dans une certaine région de l'espace lorsque $v > c_n$ où on définit $c_n = c/\sqrt{\varepsilon_r} = c/n$. On rappelle ces potentiels au point d'observation \mathbf{r} , à l'instant t , dans un milieu caractérisé par une permittivité relative ε_r et une vitesse de phase des ondes c_n :

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{q}{|R - (\mathbf{v}/c_n) \cdot \mathbf{R}|} \right]_{\text{ret}} \quad \text{et} \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{v}}{c_n^2} V(\mathbf{r}, t)$$

où $\mathbf{R}(t) = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$, $R = \|\mathbf{R}\|$ et $[\dots]_{\text{ret}}$ indique que l'expression entre crochet doit être évaluée au temps retardé. Écrire l'équation vérifiée par le temps retardé en fonction de t , $R(t_{\text{ret}})$ et c_n .

4. Montrer que $\mathbf{R}(t_{\text{ret}}) = \mathbf{R}(t) + \mathbf{v}(t - t_{\text{ret}})$. Dédurre de cette équation et de celle qui précède que $t - t_{\text{ret}}$ vérifie une équation du second degré que l'on écrira et où $\mathbf{R}(t_{\text{ret}})$ n'apparaît pas.
5. Par définition du temps retardé, on a $t - t_{\text{ret}} > 0$. Toujours dans le cas où $v > c_n$, donner les conditions sur $\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}$ et $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{R})^2$ pour remplir cette condition.
6. En repérant le point d'observation \mathbf{r} par ses coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) dans un repère dont l'origine est la position de la particule à un instant t , montrer que les conditions obtenues à la question 5 se traduisent par :
 - (a) $\theta > \pi/2$
 - (b) $\sin \theta \leq \sin \theta_C$ où l'on a introduit θ_C défini par $\sin \theta_C = c_n/v$
7. En déduire que les potentiels et donc les champs sont nuls en dehors d'une zone que l'on définira et représentera sur une figure. Quel est le lien entre θ_C et la direction d'émission du rayonnement Tcherenkov θ_T calculé à la question 2.

1.2 Calcul du spectre Tcherenkov rayonné

Cette partie, au contraire de la partie 1.3 est assez calculatoire et peut mener à des développements assez longs. Beaucoup de résultats intermédiaires sont donnés si bien que l'on devra veiller à bien justifier les différentes étapes de calcul et à soigner la qualité de l'écriture.

L'utilisation des potentiels de Liénard ne se prêtent pas bien au calcul des spectres rayonnés. On se propose donc ici de calculer ces spectres à partir des équations vérifiées par les potentiels dans le domaine de Fourier.

On considère un milieu homogène linéaire et dispersif caractérisé par une perméabilité $\mu = \mu_0$ (milieu magnétiquement vide) et une permittivité $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega)$ dépendant de la pulsation ω . Le milieu étant linéaire, on a $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$. Une particule de charge q se déplace à vitesse supposée constante, en norme et en direction, $\mathbf{v} = v \mathbf{u}_z$, et est située en $(x = 0, y = 0, z = 0)$ à l'instant initial $t = 0$.

1. Exprimer la densité de charge $\rho(\mathbf{r}, t)$ et le courant $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ en fonction de la charge q , de la vitesse v , et de distributions δ de Dirac. (Note : on utilisera des coordonnées cartésiennes.)
2. Exprimer dans le domaine de Fourier les valeurs de $\rho(\mathbf{r}, \omega) = \int_{\mathbb{R}} \rho(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt$ et $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{\mathbb{R}} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt$. On rappelle que :
 - (a) $\delta(\alpha t) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(t)$.
 - (b) La transformée de Fourier inverse est donnée par $\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \rho(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$
3. Écrire les équations de Maxwell en régime harmonique vérifiées par les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} dans le milieu. Les dépendances temporelles des champs seront choisies en $e^{-i\omega t}$.
4. On rappelle la jauge de Lorenz dans le vide : $\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0$. Donner la jauge de Lorenz dans le vide en régime harmonique. Quel changement doit-on apporter dans le cas d'un milieu simple caractérisé par $\varepsilon_r(\omega)$?
5. Écrire les équations vérifiées par les potentiels scalaire V et vecteur \mathbf{A} . Dans le cadre de la jauge précédemment mise en évidence, montrer que les équations vérifiées par les

potentiels sont découplées et sont alors données par :

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(\omega) \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) = -\mu_0 \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\Delta V(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(\omega) V(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{\rho(\mathbf{r}, \omega)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega)}$$

6. Afin de résoudre ces équations, on se place dans le domaine de Fourier spatial si bien qu'un champ $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \omega)$ s'écrira $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{\mathbb{R}^3} \mathbf{F}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dk_x dk_y dk_z$ avec $\mathbf{F}(\mathbf{k}, \omega) = \iiint_{\mathbb{R}^3} \mathbf{F}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3r$. Écrire les équations vérifiées par $\mathbf{A}(\mathbf{k}, \omega)$ et $V(\mathbf{k}, \omega)$ en fonction de $\rho(\mathbf{k}, \omega)$ et $j(\mathbf{k}, \omega)$, que l'on explicitera. On rappelle que $\int_{\mathbb{R}} e^{i(\omega-a)t} dt = 2\pi\delta(\omega-a)$. (Indication : $\rho(\mathbf{k}, \omega)$ est proportionnel à $\delta(\omega/v - k_z)$)
7. Donner l'expression de $V(\mathbf{k}, \omega)$ et montrer que $\mathbf{A}(\mathbf{k}, \omega) = \varepsilon_r(\omega) \frac{v}{c^2} V(\mathbf{k}, \omega)$
8. En déduire $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$ et $\mathbf{B}(\mathbf{k}, \omega)$
9. On va s'intéresser au champ $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0, \omega)$ en un point $\mathbf{r}_0 = (b, 0, 0)$. Écrire ce champ sous la forme d'une intégrale triple.
 - (a) Par des arguments de symétrie ou de parité, montrer que $E_y(\mathbf{r}_0, \omega) = 0$ sans faire de calcul.
 - (b) Montrer que

$$E_x(\mathbf{r}_0, \omega) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega)} \frac{1}{v} \iint_{\mathbb{R}^2} ik_x \frac{e^{ik_x b}}{k_x^2 + k_y^2 + \kappa^2} dk_x dk_y$$

où $\kappa^2 = \frac{\omega^2}{v^2}(1 - \beta^2 \varepsilon_r(\omega))$ et $\beta = \frac{v}{c}$. Notez bien que cette forme ne préjuge en rien du caractère réel ou imaginaire pur de κ .

- (c) En déduire que

$$E_x(\mathbf{r}_0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega)} \frac{1}{v} \kappa K_1(\kappa b)$$

où K_1 est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1. On donne les intégrales suivantes : $\int_{\mathbb{R}} \frac{1}{k^2 + \gamma^2} dk = \frac{\pi}{\gamma}$ et $\int_{\mathbb{R}} \frac{ik e^{i\alpha k}}{\sqrt{k^2 + 1}} dk = -2K_1(\alpha)$

- (d) Montrer que :

$$E_z(\mathbf{r}_0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{iq\omega}{\varepsilon_0 v^2} \left(\beta^2 - \frac{1}{\varepsilon_r(\omega)} \right) K_0(\kappa b)$$

où K_0 est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0. On donne l'intégrale $\int_{\mathbb{R}} \frac{e^{i\alpha k}}{\sqrt{k^2 + 1}} dk = 2K_0(\alpha)$

10. Montrer que :

- (a) $B_z(\mathbf{r}_0, \omega) = 0$
- (b) $B_x(\mathbf{r}_0, \omega) = 0$
- (c) $B_y(\mathbf{r}_0, \omega) = \beta \varepsilon_r(\omega) \frac{1}{c} E_x(\mathbf{r}_0, \omega)$

11. Écrire les trois composantes non nulles des champs à grande distance de la particule, en utilisant le fait que, pour $|\kappa b| \gg 1$, $K_0(\kappa b) \approx K_1(\kappa b) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2\kappa b}} e^{-\kappa b} + O((\kappa b)^{-3/2})$
12. Calculer le vecteur de Poynting complexe $\mathbf{\Pi}$. À quelle condition peut-on dire qu'il y a rayonnement ? En considérant les invariances du problème, de quelle type d'onde peut-il s'agir ?

13. À partir des coordonnées du vecteur de Poynting, calculer le rapport Π_x/Π_z pour déterminer la direction d'émission Tcherenkov θ_T . Comparez là avec celle trouvée dans la section 1.1
14. En supposant ε_r constant, donner la dépendance du vecteur de Poynting avec la fréquence et donner la couleur perçue par l'oeil humain du rayonnement Tcherenkov dans ce cas. On rappelle que l'oeil humain voit typiquement de 380 nm (violet très sombre) à 780 nm (rouge très sombre) mais que la sensibilité au violet est très faible comparée à la sensibilité au bleu (450 nm).

1.3 Particule au dessus d'un demi espace rempli de diélectrique :

On s'intéresse maintenant au cas où la particule de charge q , toujours animée d'une vitesse constante en norme et en direction, $\mathbf{v} = v\mathbf{u}_z$ se déplace dans le vide au dessus d'un diélectrique de permittivité relative ε_r occupant tout le demi-espace $x < 0$. La particule est située en $(x = d, y = 0, z = 0)$ à l'instant initial $t = 0$, où d est une distance arbitraire fixée. Les calculs des champs dans ce cas d'un milieu inhomogène s'avèrent assez délicats et on se propose de faire le raisonnement qualitatif suivant afin d'estimer la possibilité d'un rayonnement Tcherenkov dans ce cas.

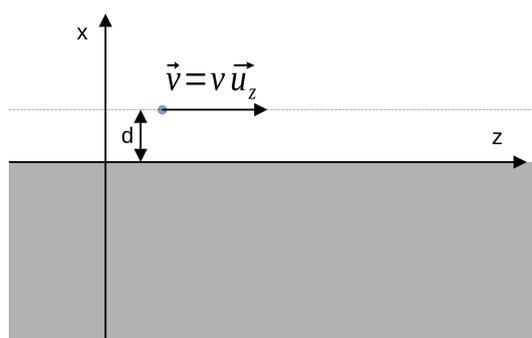


FIGURE 2 – Particule se déplaçant au dessus d'un demi-espace diélectrique et parallèlement à celui-ci.

1.3.1 1^{er} modèle

On se place tout d'abord dans le cas de l'électrostatique et on considère donc une particule immobile. On cherche le potentiel V créé dans tout l'espace par la méthode des images. Celle-ci va nous permettre de remplacer le problème initial par un problème dans un milieu homogène. On note V_+ et V_- les potentiels dans les demi-espaces $x > 0$ et $x < 0$ respectivement. On suppose le diélectrique linéaire si bien que l'on peut écrire $\mathbf{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}$.

1. Écrire les conditions de continuité pour le champ $\mathbf{E} = -\nabla V$ à l'interface vide/diélectrique. En déduire la condition de continuité vérifiée par $\partial V/\partial x$ à l'interface. Quelle condition de continuité pour le potentiel V à l'interface ?
2. Pour trouver le potentiel V_+ dans le demi-espace $x > 0$, on considère que tout l'espace est vide et on introduit en plus de la charge q en $x = d$, une charge image q_- en $x = -d$. Donner l'expression de $V_+(x, y, z)$ dans ce cas en fonction de q et q_- .
3. Pour trouver le potentiel V_- dans le demi-espace $x < 0$, on considère que tout l'espace est rempli avec un diélectrique de permittivité relative ε_r et on introduit à la place de

la charge q une charge image q_+ en $x = d$. Donner l'expression de $V_-(x, y, z)$ dans ce cas en fonction q_+ .

4. Exprimer q_+ et q_- en fonction de q et ε_r afin de satisfaire les conditions de continuité du potentiel en $x = 0$. En déduire que le potentiel $V = \begin{cases} V_+ & \text{si } x > 0 \\ V_- & \text{sinon} \end{cases}$ est la solution du problème initial (On écrira et commentera l'équation vérifiée par V sur tout l'espace ainsi que les conditions aux limites vérifiées par le potentiel trouvé).
5. On s'intéresse maintenant à la particule en mouvement à une vitesse v au dessus du demi-espace diélectrique. On suppose que l'on peut remplacer ce problème de rayonnement par celui du rayonnement des mêmes charges images que celles obtenues dans le cas statique mais animées d'une vitesse v . Le potentiel dans le demi plan supérieur sera ainsi donné par celui de deux charges q et q_- animées d'une vitesse v dans le vide et dans le demi-plan inférieur par celui d'une charge q_+ animée d'une vitesse v dans un diélectrique de constante relative ε_r . Que pouvez-vous conclure sur les caractéristiques du rayonnement Tcherenkov obtenu si $v < c/\sqrt{\varepsilon_r}$? Si $v > c/\sqrt{\varepsilon_r}$? Faire un schéma montrant la direction du rayonnement et la position de ce qui sera l'équivalent du cône de Mach introduit dans la partie 1.1.
6. En fait, l'approximation proposée ne permet pas de remplir les conditions de continuité du potentiel à l'interface. Pouvez-vous proposer une explication à l'origine de cette différence avec le cas statique. Faire un schéma. Dans quelles conditions l'approximation proposée pour résoudre le problème initial ne s'avère-t-elle pas trop éloignée de la solution réelle.

1.3.2 2^{ème} modèle

On rencontre couramment dans la littérature une autre technique de modélisation qui consiste à calculer le courant de polarisation induit à la surface du plan. On se propose dans la suite de voir les premières étapes de cette modélisation.

On considère toujours dans un premier temps une particule statique de coordonnées (d, y, z) au dessus d'un demi espace diélectrique infini de constante diélectrique relative ε_r . Le milieu est supposé linéaire. On note \mathbf{E}_+ et \mathbf{E}_- les champs dans les demi-espaces $x > 0$ et $x < 0$ respectivement.

1. Montrer que densité de charge de polarisation volumique ρ_P est nulle dans le diélectrique et exprimer la densité de charge de polarisation surfacique σ_P en fonction la polarisation \mathbf{P} puis du champ \mathbf{E}_- .
2. Donner l'expression du champ électrique juste au-dessus de l'interface diélectrique en remarquant que celui-ci est la somme du champ créé par la particule et du champ créé par la densité de charge surfacique précédemment introduite.
3. Grâce à l'expression de continuité des champs à l'interface, déterminer la densité de charge surfacique σ_P en fonction des coordonnées y et z .
4. On s'intéresse maintenant au courant généré et au champ rayonné lorsque la particule est en mouvement uniforme de vitesse constante $\mathbf{v} = v\mathbf{u}_z$ avec $v \ll c$. Donner le courant surfacique de polarisation $\mathbf{J}_P(x, y, z, t)$ en fonction de d, y, z et v . On introduira une distribution de dirac $\delta(x)$ pour décrire le confinement du courant sur une surface en $x = 0$.

2 EXERCICE 2 - Bobine de Helmholtz pour la mesure des propriétés magnétiques

Une bobine de Helmholtz est un dispositif constitué de deux bobines circulaires de même rayon R , parallèles, et placées l'une en face de l'autre à une distance d égale à leur rayon (voir figure 3). Ici, chaque bobine circulaire d'un rayon de 6.5 cm est constituée de 98 spires. Nous considérons dans la suite que la largeur de chaque bobine est négligeable. Un courant I parcourt les spires dans le même sens.

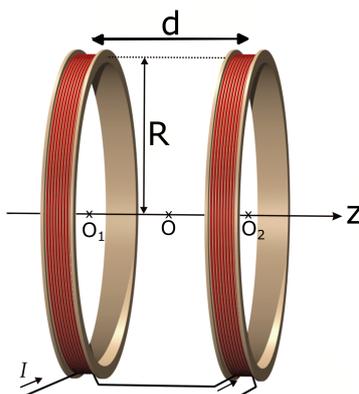


FIGURE 3 – Schéma du dispositif de la Bobine de Helmholtz.

2.1 Champ magnétique d'une spire

- 2.1.1 Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(\vec{r})$ créé par une spire parcourue par un courant I le long de son axe en utilisant la loi de Biot et Savart. Exprimez le résultat en fonction des paramètres géométriques R et z .
- 2.1.2 À partir du champ obtenu dans la question précédente, tracez cette valeur de $\vec{B}(\vec{r})$ selon l'axe \vec{u}_z . Que pouvez-vous dire du comportement du champ à $z = \pm R/2$?
Indice : déterminer la valeur de la dérivée seconde du champ magnétique par rapport à z à $z = \pm R/2$.
- 2.1.3 Quelle est le champ magnétique créé par N spires jointives formant une nouvelle spire d'épaisseur négligeable ? Argumentez.
- 2.1.4 Rédémontrer en intégrant l'équation de Maxwell-Faraday la force électromotrice $V_e = -d\Phi/dt$ en l'appliquant à une spire jointive. Indiquez la valeur de Φ obtenue pour la spire jointive.

2.2 Champ magnétique de la bobine de Helmholtz

- 2.2.1 Déterminer les propriétés de symétrie du champ $\vec{B}(\vec{r})$ généré par une bobine de Helmholtz dans un point quelconque de l'espace : i) quel système de coordonnées serait-il judicieux d'employer ? ii) quelles sont les composantes non nulles de $\vec{B}(\vec{r})$ en indiquant les variables dont dépendent ces composantes, iii) sont-elles des fonctions paires ou impaires par rapport aux plans de symétrie ?
- 2.2.2 Dédurre l'expression approximative de $\vec{B}(\vec{r})$ générée par une bobine de Helmholtz au voisinage de son centre O_i , c'est à dire lorsque z et r sont tous les deux très inférieurs

aux grandeurs R et d .

Indice : nous vous conseillons de décrire le champ autour du point O_i par une approximation polynômiale jusqu'au deuxième ordre et d'utiliser les conditions $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ et $\nabla \times \vec{B} = 0$ pour obtenir les valeurs des prefacteurs.

2.2.3 Calculer le champ magnétique $\vec{B}_{total}(\vec{r})$ généré par deux bobines circulaires coaxiales parcourues par un courant I constant et de même sens le long de leur axe sachant que la distance entre les centres O_1 et O_2 des bobines vaut d .

2.2.4 Montrer que le champ magnétique dans l'espace entre les deux bobines circulaires est quasi-uniforme si $d = R$.

Indice : effectuez un développement limité pour z petit et regarder à partir de quel ordre une variation du champ magnétique non nulle existe.

2.2.5 Représenter les lignes de champ de ce dispositif.

2.3 Fluxmètre à Bobine de Helmholtz

Pour calculer le flux magnétique à travers l'ensemble de la bobine de Helmholtz, on réalise l'intégration $\int \vec{B} \cdot d\vec{S}$ non pas sur le disque porté par chaque bobine circulaire, mais sur la calotte sphériques (S_i) de centre O_i contenant les cercles de rayon R ce qui permet de travailler à r_{fixe} , voir figure 4.

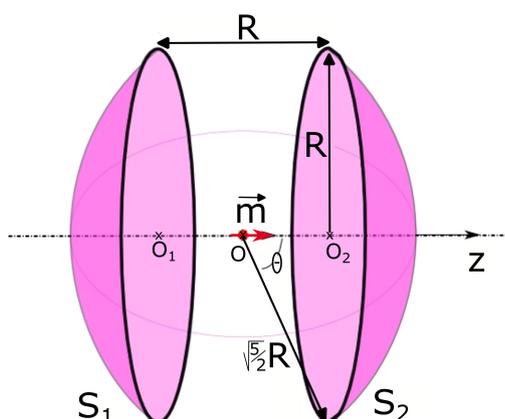


FIGURE 4 – Modélisation de la Bobine de Helmholtz par deux calottes sphériques S_i avec emplacement d'un moment magnétique dipolaire \vec{m} au point O , milieu du dispositif.

2.3.1 Justifier qu'intégrer sur la calotte est égal à intégrer sur le disque à partir de la conservation du flux magnétique sur une surface fermée.

On place au milieu du dispositif au point O des coordonnées $(0, 0, 0)$ un dipôle magnétique orienté selon l'axe du problème $\vec{m} = m\vec{u}_z$ générant un champ dipolaire magnétique \vec{B} d'équation générale :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{u}_r)\vec{u}_r - \vec{m}}{r^3} \quad (1)$$

2.3.2 Donnez l'expression du champ magnétique du dipôle dans les coordonnées du problème.

2.3.3 Calculer le flux généré par le dipôle sur la bobine de Helmholtz en fonction du rayon et du moment magnétique du dipôle.

Indice : intégrer en coordonnées sphériques sur les deux calottes formant la bobine de Helmholtz.

Considérons à partir de cette question que le dipôle magnétique est remplacé par un aimant placé au même point O . Cet aimant est un milieu ferromagnétique homogène de volume $60 \times 20 \times 5 \text{ mm}^3$ et d'aimantation rémanente, M_r , non nulle même sans application d'un champ magnétique extérieur.

2.3.4 À partir de la question 2.2, démontrer que la position précise de l'aimant autour de $O(0, 0, 0)$ n'est pas critique dans le calcul du flux dans le problème.

2.3.5 Déterminer :

- i Le lien entre le moment magnétique total de l'aimant \vec{m}_{total} et son aimantation rémanente M_r .
- ii Le champ magnétique rémanent B_r de l'aimant en fonction de M_r .
- iii Le flux magnétique en fonction des propriétés de l'aimant.

Les bobines circulaires sont branchées en série à un oscilloscope qui mesure le voltage dans le dispositif, de telle manière que le sens de rotation de l'intensité électrique est le même dans les deux bobines. À l'instant initial, l'aimant est positionné à l'origine, son aimantation moyenne alignée avec l'axe Oz , puis il est déplacé rapidement et éloigné du dispositif. Le voltage obtenu en fonction du temps lors de ce déplacement est tracé dans la figure 5.

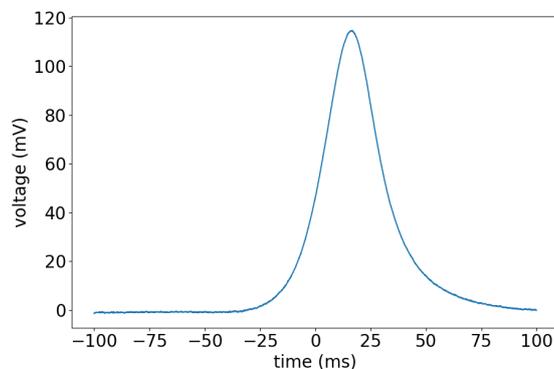


FIGURE 5 – Mesure de la variation de la force électromotrice générée par le déplacement d'un aimant permanent de taille $60 \times 20 \times 5 \text{ mm}^3$ hors des bobines de Helmholtz. Rappel : une bobine de Helmholtz est constituée des deux bobines circulaires de 98 spires chacune, de rayon $R = 6.5 \text{ cm}$ et séparées d'une distance $d = R$.

2.3.6 En intégrant la loi de l'induction de Lenz-Faraday, montrez que l'intégrale de $V(t)$ ne dépend pas de la vitesse ni de la direction selon laquelle on a retiré l'aimant.

2.3.7 À partir de la mesure de l'oscilloscope de la figure 5 et des données géométriques de la bobine de Helmholtz et de l'aimant permanent, indiquez la valeur du moment magnétique \vec{m}_{total} et la valeur de l'aimantation rémanente M_r . N'oubliez pas de préciser les unités.