Mécanique

Acquis d'apprentissage n°7 : Théorème de l'énergie cinétique - Théorème de l'énergie mécanique

Consignes : Justifier toutes les réponses. Une réponse correcte non justifiée est considérée comme fausse en devoir. Soigner la rédaction des réponses et respecter les notations de l'énoncé. Une réponse qui utilise une autre notation est considérée comme fausse en devoir.

Cette série d'exercices doit vous permettre de maîtriser les savoir-faire suivants :

1. Savoir utiliser le théorème de l'énergie mécanique.
2. Savoir calculer le travail d'une force constante.
3. Savoir utiliser le théorème de l'énergie cinétique.

1 Les savoir-faire à connaître

Savoir utiliser le théorème de l'énergie mécanique

Exercice 1 : Vitesse d'impact

Sheldon lâche une balle d'une hauteur h sans vitesse initiale. Nous négligeons les frottements de l'air sur la balle.

1. Que vaut l'énergie mécanique de la balle juste avant que Sheldon ne lâche la balle ?
2. Que vaut l'énergie mécanique de la balle juste avant que la balle ne touche le sol ?
3. Montrer que la vitesse de la balle au moment de l'impact a pour expression $v_f = \sqrt{2gh}$

Exercice 2 : Choc de balles

Nous considérons deux balles de masse m et M que nous laissons tomber l'une au-dessus de l'autre d'une même hauteur h. La balle de masse m rebondit sur la balle de masse M au moment du choc et remonte à une hauteur H tandis que la balle de masse M reste au niveau du sol (voir figure 1). Nous négligeons les frottements de l'air.

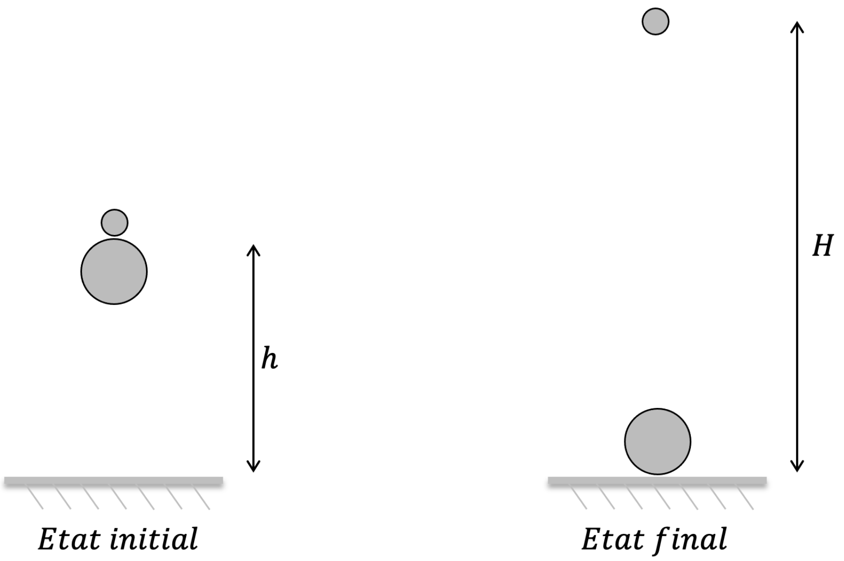
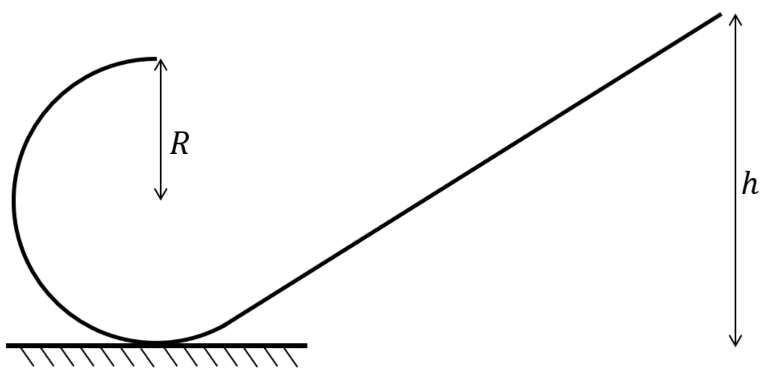


FIGURE 1 – Illustration du vol parabolique d'un avion

1. Quelle est l'expression de l'énergie mécanique des deux balles dans l'état initial ?
2. Quelle est l'expression de l'énergie mécanique des deux balles dans l'état final ? Montrer que $H = h(\frac{m+M}{m})$ dans le cas où les pertes d'énergie au moment du choc sont négligeables.

Exercice 3 : En piste

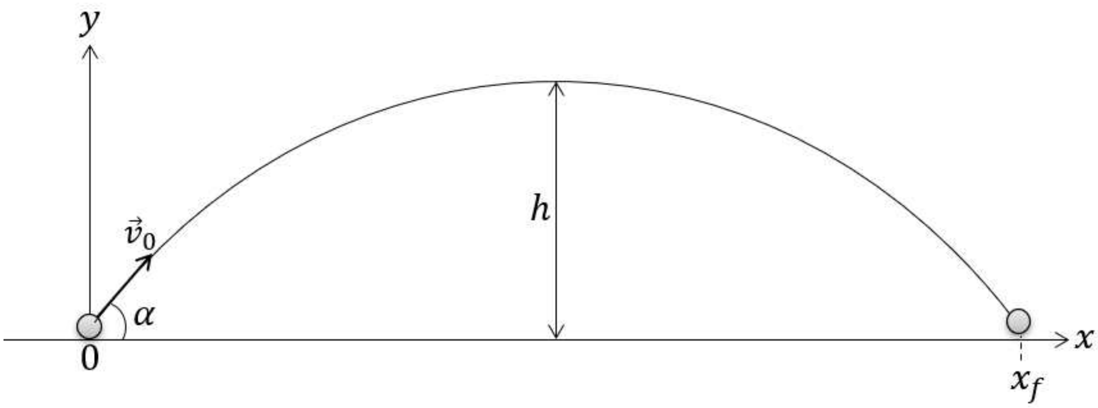
1. Un bloc est lâché en haut de la piste sans vitesse initiale et glisse sans frottements. Montrer que la vitesse d'éjection du bloc a pour expression $v = \sqrt{2g(h - 2R)}$.



2. Le bloc est lâchée en haut de la même piste sans vitesse initiale et glisse sur la piste avec frottements. Déterminer l'expression de l'énergie qui doit être dissipée par les frottements pour que le bloc atteigne le point le plus haut de la partie en arc de cercle avec une vitesse finale nulle.

Exercice 4 : Aspect énergétique de la chute libre

On considère dans cet exercice un golfeur qui lance une balle de golf avec la vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \cos\alpha \widehat{u}_x + v_0 \sin\alpha \widehat{u}_y$. On néglige les frottements qui s'exercent sur la balle de golf. On étudie le mouvement de la balle de golf dans un repère cartésien Oxy dont l'origine coïncide avec la balle de golf à $t = 0$. La hauteur maximale atteinte par la balle de golf a pour expression $h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$. On prend l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} nulle en $y = 0$.

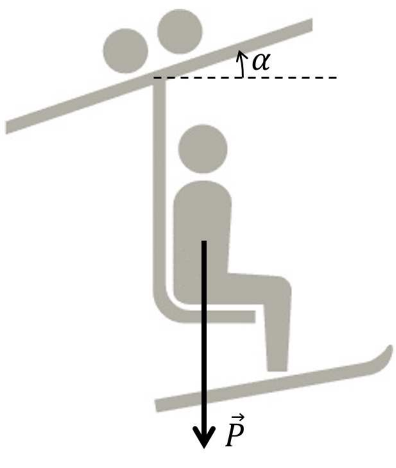


1. Donner l'expression de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle de golf en $t = 0$.
2. Montrer que $v_x = v_0 \sin \alpha$ au point le plus haut de la trajectoire grâce au théorème de l'énergie mécanique.
3. Déterminer l'expression de la norme de la vitesse v_l de la balle de golf au point d'impact.
4. La balle de golf a une vitesse 8 fois plus faible après avoir rebondit sur le sol. Montrer que la balle de golf atteint au maximum $60\,\text{cm}$ après son rebond supposé vertical pour $v_0 = 100\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$?

Savoir calculer le travail d'une force constante

Exercice 5 : Skieur sur un télésiège

La figure ci-contre montre un skieur sur un télésiège. Le télésiège se déplace rectilignement sur $500\,\text{m}$.



1. Montrer que le travail du poids du skieur vaut $-95\,\text{kJ}$ pour un angle $\alpha = 15°$ et un skieur de masse $75\,\text{kg}$.
2. Le travail du poids est-il moteur ou résistant ?

Exercice 6 : Tambour en rotation

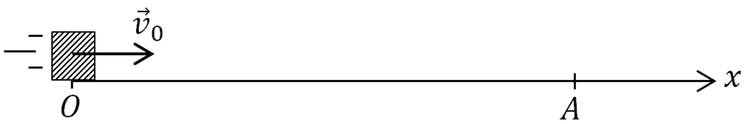
Un tambour de 30 cm de diamètre tourne à 10 tours par minute autour de son axe. Un fil est enroulé autour du tambour. Ce fil porte à son extrémité une charge de 20 kg.

1. Quel est le travail effectué par le fil sur la charge s'il la hisse à vitesse constante pendant 2 minutes ?

Savoir utiliser le théorème de l'énergie cinétique

Exercice 7 : Glissement d'un objet sur le sol

Nous allons analyser une expérience que vous pouvez faire chez vous. Prenez un objet rectangulaire et lancez le en le faisant glisser sur le sol. Nous voulons déterminer la distance que peut atteindre l'objet avant de s'arrêter en fonction de sa vitesse initiale notée $\vec{v}_0$. L'objet subit une force de frottement de glissement en glissant sur le sol. Cette force est toujours opposée à la vitesse de glissement de l'objet et son intensité est donnée par $\|\vec{R}_T\| = \mu\|\vec{R}_N\|$.

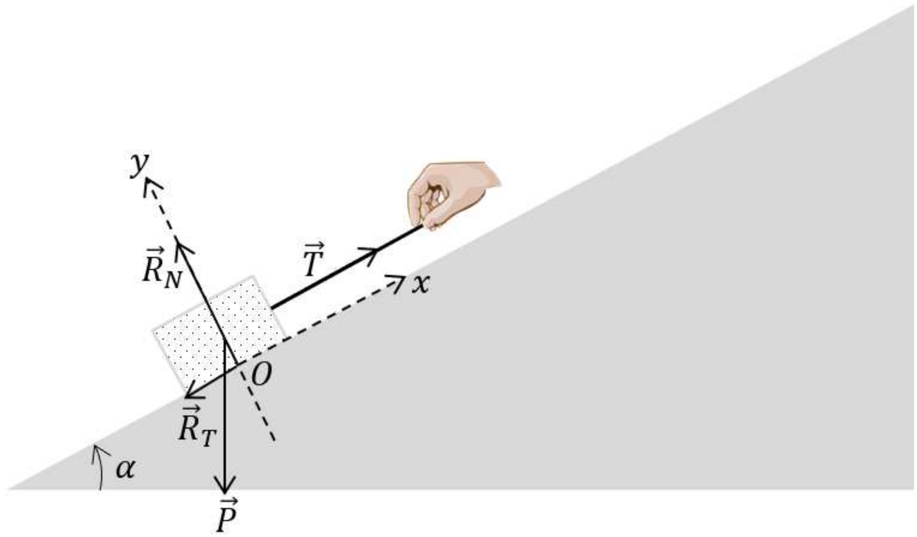


1. Refaire le schéma et rajouter les forces subies par l'objet.
2. L'objet s'arrête au point A. Nous nommons d la distance OA. Montrer, grâce au théorème de l'énergie cinétique que $d = \frac{v_0^2}{2\mu g}$.
3. Application numérique : Calculer d pour $\mu = 0,4$ (contact bois/bois) et $v_0 = 0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. La valeur de μ diminue avec la lubrification. Comment évolue d dans ce cas ?

2 La mise en œuvre pour maitriser l'apprentissage

Exercice 8 : Un bloc tiré sur un plan incliné

Nous considérons un bloc de masse m tiré sur un plan incliné par l'intermédiaire d'une corde parallèle au plan. Le plan incliné fait un angle α positif avec la verticale. Le bloc est soumis à la tension $\vec{T}$ dans la corde, à son poids $\vec{P}$, à la force de frottement de glissement $\vec{R}_T$ qu'exerce le sol sur le bloc et la réaction du support $\vec{R}_N$. La force $\vec{R}_T$, qui est opposée à $\vec{T}$, a pour norme $||\vec{R}_T|| = \mu||\vec{R}_N||$. On repère les points avec un repère cartésien, l'axe Oy est orienté positivement dans le sens de $\vec{R}_N$ et l'axe Ox est orienté positivement dans le sens de $\vec{T}$. Le bloc est tiré à vitesse constante.



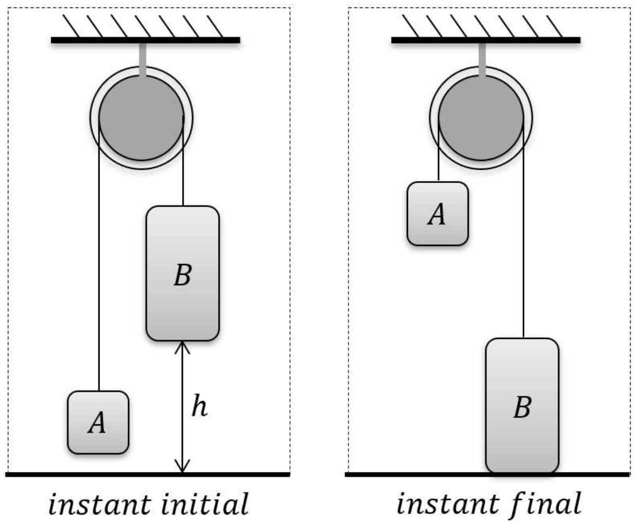
1. Appliquer le principe d'inertie pour déterminer l'expression de $||\vec{R}_N||$ en fonction de $||\vec{P}||$ et de l'angle α.
2. De même, déterminer l'expression de $||\vec{R}_T||$ en fonction de $||\vec{T}||$, de $||\vec{P}||$ et de l'angle α.
3. Montrer que la tension dans la corde a pour expression $||\vec{T}|| = ||\vec{P}||(\mu \cos\alpha + \sin\alpha)$.

Le bloc est tiré le long du plan incliné d'angle α sur une longueur L.

4. Déterminer l'expression du travail $W(\vec{T})$ de la force de tension dans la corde lors du déplacement du bloc.
5. Déterminer l'expression du travail $W(\vec{P})$ du poids lors du déplacement du bloc.
6. Montrer que $W(\vec{T}) + W(\vec{P}) = ||\vec{P}||\mu L \cos\alpha$. Interpréter le signe $W(\vec{T}) + W(\vec{P})$.

Exercice 9 : Deux blocs reliés par une corde

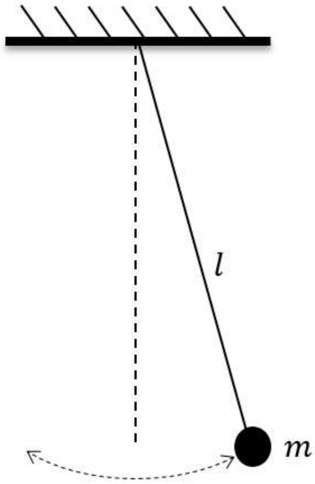
La figure ci-dessous montre deux blocs reliés par une corde de masse négligeable qui passe par une poulie de masse négligeable. La masse du bloc A est de $200\,\text{g}$. La masse du bloc B est de $2\,\text{kg}$. Déterminer la valeur de la vitesse du bloc B lorsqu'il touche le sol sachant que sa vitesse est nulle à l'instant initial. Nous négligeons les frottements du fil sur la poulie. On donne $h = 30\,\text{cm}$.



Exercice 10 : Énergie mécanique d'un pendule

La figure ci-dessous montre un pendule simple. Un pendule simple est constitué d'une masse m reliée à un point fixe par une liaison de masse négligeable. Nous prenons le minimum de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule à son point le plus bas. Le pendule est écarté initialement d'un angle θ_m puis lâché sans vitesse initiale.

1. Écrire l'expression de l'énergie mécanique du pendule à $t = 0$.
2. Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du pendule pour un temps t quelconque.



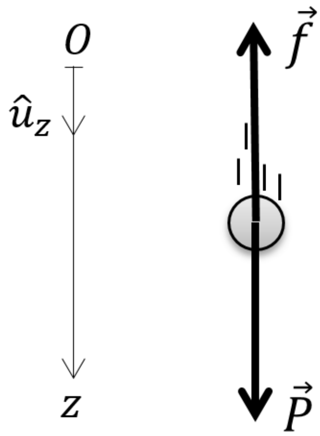
Exercice 11 : Déménagement

Une caisse vide est lancée avec une vitesse v_0 au sommet d'un plan incliné. La caisse arrive en bas de la pente avec une vitesse v et une énergie cinétique E_c. On néglige les frottements de l'air et le coefficient de frottement de glissement est constant.

1. Établir l'expression de la vitesse de la caisse en bas de la pente. On note L la longueur de la pente. Décrire précisément les étapes de votre raisonnement et expliciter le repère choisi.
2. On refait la même expérience mais après avoir rempli la caisse de livres de telle sorte que la masse de la caisse soit multipliée par quatre. Quelle est la vitesse v' et l'énergie cinétique E_c' lorsque la caisse pleine arrive en bas de la pente ?

Exercice 12 : Travail d'une force de frottement fluide

Nous allons étudier la chute d'une petite bille dans l'air sans vitesse initiale. Nous commençons par étudier l'aspect dynamique. La figure montre les forces s'exerçant sur la bille en train de tomber. $\overrightarrow{P}$ est le poids de la bille et $\overrightarrow{f}$ est la force de frottement aérodynamique qu'exerce l'air sur la bille. Nous considérons que la force de frottement augmente linéairement avec la vitesse et nous posons $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$.



1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique en version "vitesse" au système {bille}. On note $\overrightarrow{v} = v(t)\widehat{u}_z$ la vitesse de la bille. Projeter alors l'équation obtenue à partir du principe fondamental de la dynamique sur l'axe vertical dirigé vers le bas.
2. Montrer que cette équation a pour solution $v(t) = v_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ avec $v_0 = \frac{mg}{\alpha}$ et $\tau = \frac{m}{\alpha}$. La bille est lâchée sans vitesse initiale.
3. Calculer le travail de toutes les forces extérieures s'exerçant sur la bille entre $t = 0$ et $t = \infty$. C'est à dire que vous devez calculer $W = \int_0^\infty \overrightarrow{F}.\vec{v}\,\mathrm{d}t$ avec $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{f} + \overrightarrow{P}$. Montrer que $W = \frac{1}{2}mv_0^2$.
4. Montrer que le résultat précédent se retrouve très facilement grâce au théorème de l'énergie cinétique.