Mécanique
Acquis d'apprentissage n°2 : le principe d'inertie

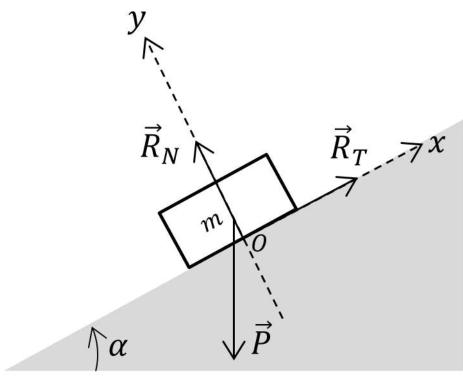
Consignes : Justifier toutes les réponses. Une réponse correcte non justifiée est considérée comme fausse en devoir. Soigner la rédaction des réponses et respecter les notations de l'énoncé. Une réponse qui utilise une autre notation est considérée comme fausse en devoir.

1 Les savoir-faire à connaître

Savoir utiliser le principe d'inertie

Exercice 1 : Bloc sur un plan incliné

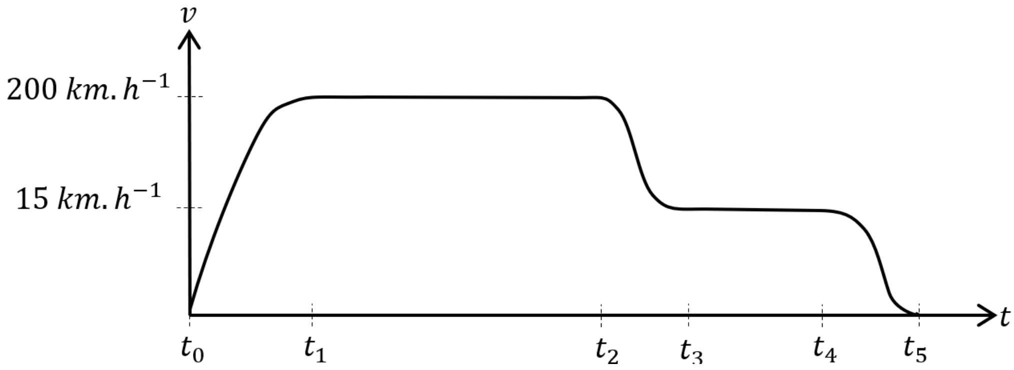
On considère l'équilibre d'une masse $m = 750\ g$ sur un plan incliné d'angle $\alpha = 34°$.



1. Établir l'expression de R_T en fonction de m, g et α. Calculer la valeur numérique correspondante. On donne $g = 9,81\ m.s^{-2}$.
2. Montrer que $\frac{R_T}{R_N} = \tan\alpha$.
3. Rappeler le lien entre R_T et R_N lorsque la masse se met à glisser.
4. La masse glisse sur le support à partir de $\alpha = 48°$. Trouver la valeur du coefficient de frottement statique correspondant.

Exercice 2 : Saut en parachute

Un parachutiste enregistre sa vitesse au cours de son saut et trace le graphe suivant de sa vitesse de chute en fonction du temps.



1. Déterminer les intervalles de temps pour lesquels le principe d'inertie est applicable au parachutiste.
2. Que se passe-t-il physiquement aux temps t_0, t_1, t_2, t_3 et t_5 ?

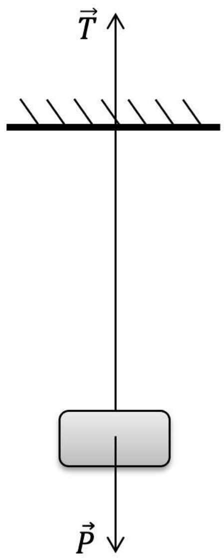
On note m la masse du parachutiste qui est soumis à une force de frottement de l'air d'expression $\vec{f} = -CSv^2\widehat{u}$ où v est la vitesse de chute, S est la surface apparente que présente le parachutiste avec l'air et C est un facteur de proportionnalité considéré constant ici. Le vecteur $\widehat{u}$ est un vecteur unitaire orienté dans le sens du vecteur vitesse du parachutiste. On note S_1 la surface apparente du parachutiste parachute fermé et S_2 la surface apparente du parachutiste parachute ouvert.

3. Déterminer l'expression de la vitesse du parachutiste lorsque celui-ci est à vitesse constante en utilisant un axe Oz orienté positivement vers le bas.
4. Déterminer l'expression de $\frac{S_2}{S_1}$ et calculer la valeur numérique de ce rapport.
5. Tracer qualitativement l'évolution de la force de frottement au cours du temps entre t_0 et t_4.

Savoir utiliser différents systèmes

Exercice 3 : Masses en équilibre

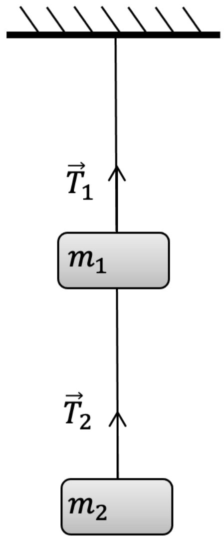
La figure suivante représente une masse M reliée à un support par un fil de masse négligeable et inextensible



1. Appliquer le principe d'inertie au système {masse} pour trouver l'expression de la tension dans le fil en fonction de M et $\vec{g}$.
2. Appliquer le principe d'inertie au système {masse + fil} pour trouver l'expression de la force $\vec{T}$ exercée par le fil sur le support en fonction de M et $\vec{g}$.

Exercice 4 : Masses en équilibre

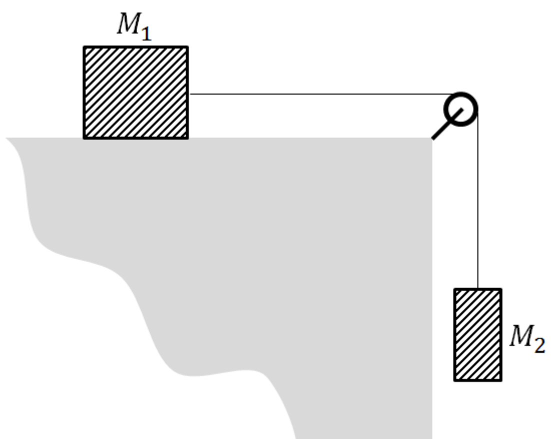
La figure suivante représente deux masses m_1 et m_2 reliées à un support par un fil de masse négligeable et inextensible.



1. Appliquer le principe d'inertie au système {masse 2} pour trouver l'expression de $\vec{T}_2$ en fonction de m_2 et $\vec{g}$.
2. Appliquer le principe d'inertie au système {masse 1} pour trouver l'expression de $\vec{T}_1$.

Exercice 5 : Masses en équilibre

La figure suivante représente deux masses en équilibre reliées par un fil inextensible de masse négligeable.

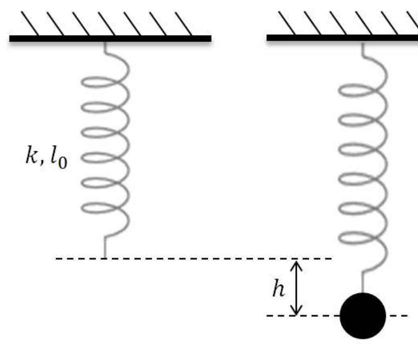


1. Appliquer le principe d'inertie au système {masse M_2} pour trouver la tension dans le fil. Représenter les forces que subit ce système sur votre schéma.
2. Considérons maintenant le système {masse M_1}. Représenter les forces que subit ce système sur votre schéma.
3. Appliquer le principe d'inertie au système {masse M_1}. En déduire l'expression de la valeur limite que ne doit pas dépasser M_2 pour que cette masse ne glisse pas.
4. Considérons maintenant le système {fil}. Représenter les forces subies par ce système sur votre schéma. Appliquer le principe d'inertie au système {fil}. En déduire l'expression de la réaction normale de la poulie.

2 La mise en œuvre pour maîtriser l'apprentissage

Exercice 6 : Mesure de l'accélération de la pesanteur

Un ressort de raideur $k = 33\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ est suspendu verticalement. Sa longueur au repos est l_0. On accroche à l'autre extrémité une masse m. La masse du ressort est négligeable devant m.



1. Exprimer g en fonction de l'allongement h du ressort.
2. Application numérique. On mesure $h = 59{,}5\,\mathrm{mm}$ pour $m = 0{,}2\,\mathrm{kg}$. En déduire la valeur de g.

Exercice 7 : Vitesse de chute d'un nuage

Nous considérons un nuage formé de gouttelettes d'eau de rayon $r = 1\,\mu\mathrm{m}$ dans un air statique. Les gouttes d'eau tombent sous l'effet de leur poids et atteignent très rapidement une vitesse limite sous l'effet des frottements qu'exerce l'air sur la goutte. Nous souhaitons calculer cette vitesse de chute. La vitesse de chute d'une gouttelette d'eau est suffisamment faible pour pouvoir modéliser les frottements par la formule de Stokes $\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$ où $\eta = 1{,}8 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa\,s}$ est la viscosité dynamique de l'air.

1. Donner l'expression de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur a goutte en fonction de la masse volumique de l'air ρ_{air}, du rayon de la goutte r et de $\vec{g}$. On rappelle que le volume d'une sphère a pour expression $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.
2. Écrire le principe d'inertie appliqué à une goutte.
3. Montrer que la vitesse de chute de la goutte est donnée par $v = \Delta\rho\frac{2r^2g}{9\eta}$ où $\Delta\rho = \rho_{eau} - \rho_{air}$.
4. En déduire la vitesse de chute de la goutte. On donne $\rho_{air} = 0{,}46\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ à $7{,}7\,\mathrm{km}$.

Exercice 8 : Force d'interaction gravitationnelle

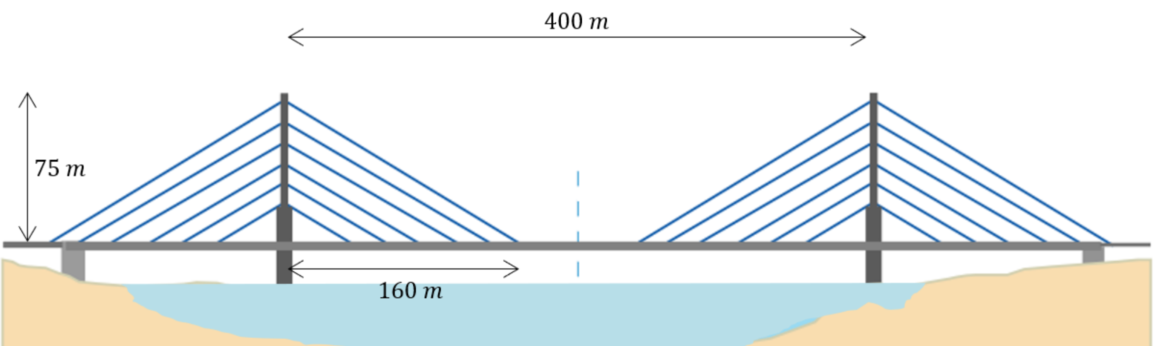
1. Calculer la norme de la force d'interaction gravitationnelle qui s'exerce entre la Terre et le Soleil.
2. Calculer la norme de la force d'interaction gravitationnelle qui s'exerce entre la Terre et la Lune. En déduire la valeur du rapport $\frac{F_{L/T}}{F_{S/T}}$. Les marées terrestres sont principalement dues à la lune ce qui semble contradictoire avec le résultat précédent. C'est en fait la variation spatiale de la force d'attraction gravitationnelle qui est responsable des marées. On peut montrer que la force d'attraction gravitationnelle exercée par la lune a une variation spatiale plus forte que celle exercée par le Soleil au niveau de la Terre.

Exercice 9 : Pont de l'Iroise

La photo ci-dessous montre le pont de L'iroise. C'est un pont à haubans qui enjambe l'Elorn entre Quimper et Brest. La partie horizontale du pont s'appelle le tablier. On trouve sur Wikipedia que le tablier de ce pont a une masse de 26 500 t.

Le but de l'exercice est de déterminer la tension dans les haubans, la taille des câbles à utiliser et la masse d'acier qu'il faut utiliser pour construire les haubans qui supportent le tablier. Afin de simplifier le problème, nous allons considérer que les haubans font tous le même angle avec le tablier.

Ainsi, nous allons schématiser le pont avec la figure ci-dessous. Le nombre réel de haubans n'est pas représenté pour alléger le schéma. La photo précédente montre qu'il y a 4×26 haubans.



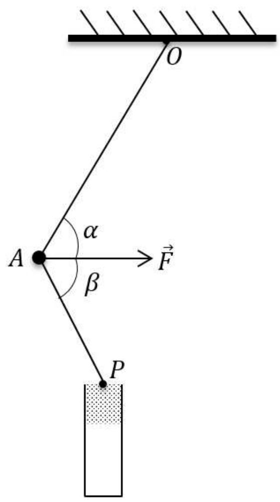
1. Calculer l'angle que fait un hauban avec le tablier du pont (les distances sont indiquées sur le schéma).
2. Représenter les vecteurs forces qui s'appliquent sur le tablier.
3. On suppose que la moitié du poids du pont est supporté par les piles des pylônes et les culées. En déduire la tension dans un hauban en supposant qu'ils sont tous soumis à la même tension.
4. La tension de rupture par unité de surface de l'acier est de 350 MPa. Déterminer le diamètre que doit avoir un hauban pour supporter le tablier sachant que nous utilisons un facteur de sécurité de 10.
5. La masse volumique de l'acier est de $8000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. En déduire la masse du hauban le plus grand.
6. On trouve sur wikipedia qu'il a fallu 740 t d'acier pour construire les haubans. Est-ce que cette valeur vous semble plausible ?

Exercice 10 : Sur la corde raide

Un équilibriste dont la masse est de 70 kg est en équilibre sur une corde tendue. La corde est inclinée de 10° par rapport à l'horizontale de part et d'autre du pied. Déterminer le module de la tension dans la corde.

Exercice 11 : Force exercée par un piston

Pour comprimer un corps à l'aide d'un piston P, on réalise le montage de la figure suivante. Les tiges OA et AP sont articulées en O, A et P. Le point O est relié au bâti. On applique en A une force horizontale $\vec{F}$ tel que le système est à l'équilibre. On nomme $\vec{T}_1$ la tension dans la barre OA et $\vec{T}_2$ la tension dans la barre AP.



1. Appliquer le principe d'inertie en A pour déterminer l'expression de T_2 en fonction de α, β et F.
2. En déduire l'expression de la composante verticale f_y de la force $\vec{f}$ qu'exerce la tige AP sur le piston.
3. On suppose $\alpha = \beta$, donner l'expression de f_y dans ce cas. Que devient f_y dans le cas où α tend vers 0 ?

Exercice 12 : Deux ballons en équilibre

Nous souhaitons connaitre l'ordre de grandeur de la charge sur un ballon frotté par de la laine. Pour ce faire, on attache deux ballons de masse m à deux ficelles identiques de longueur L l'un à coté de l'autre. Une fois chargés, les ballons s'écartent d'un angle α par rapport à la verticale et sont alors séparés de la distance d.

1. Rappeler l'énoncé du principe d'inertie.
2. Donner l'expression de la charge Q d'un ballon en fonction des paramètres du problème.
3. On donne $m = 4\,\text{g}$, $\alpha = 30°$ et $d = 40\,\text{cm}$. En déduire la valeur de la charge Q d'un ballon.