Chapitre 2

Principe d'inertie et forces

Objectifs :

- savoir identifier un référentiel Galiléen.
- savoir appliquer le principe d'inertie à un système physique simple.
- savoir énumérer les principales forces rencontrées en mécanique.
- connaître l'expression mathématique des principales forces utilisées en mécanique.

2.1 Référentiel et principe d'inertie

Qu'est-ce qu'un référentiel ? A notre niveau, nous allons définir le référentiel comme l'objet auquel l'observateur est lié pour faire des mesures. Attention à ne pas confondre la notion de repère et de référentiel. Le repère correspond au système d'axes que nous choisissons pour repérer les points.

Dans le cas où l'objet auquel est lié l'observateur a une trajectoire rectiligne uniforme (c'est-à-dire que $\vec{v}_{\text{objet}} = \overrightarrow{cst}$, c'est le cas d'un train qui roule en ligne droite à vitesse constante par exemple), alors le référentiel est qualifié de Galiléen.

Les référentiels Galiléens sont donc des référentiels en translation à vitesse constante les uns par rapport aux autres (par exemple, si nous sommes dans un train qui roule à vitesse constante et en ligne droite, alors un autre train avec une trajectoire rectiligne uniforme nous apparaît comme roulant en ligne droite à vitesse constante).

Le **principe d'inertie** stipule que la somme des forces qui s'exercent sur un corps qui se déplace à vitesse constante dans un **référentiel Galiléen** est égale au vecteur nul. Autrement dit :

$$\boxed{\vec{v} = \overrightarrow{cst} \Longleftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{O}} \tag{2.1}$$

Si un corps se déplace à $\vec{v} = \overrightarrow{cst}$ dans un référentiel Galiléen alors il se déplace à $\vec{v} = \overrightarrow{cst}$ quelque soit le référentiel Galiléen d'après la définition d'un référentiel Galiléen et le principe d'inertie est respecté pour tout référentiel Galiléen [1].

Supposons que nous soyons dans un train à l'arrêt fenêtres fermées et que nous tenions une

1. Nous pouvons donc également définir un référentiel Galiléen comme un référentiel dans lequel le principe d'inertie est respecté.

masse suspendue par une ficelle (figure 2.1). Nous sommes alors dans un référentiel Galiléen et la somme des forces (le poids et la tension du fil) qui s'exercent sur la masse est nulle. Si le train démarre et roule en ligne droite à vitesse constante alors nous sommes toujours dans un référentiel Galiléen et la somme des forces qui s'exercent sur la masse est nulle. Elle a alors exactement la même position qu'à l'arrêt.

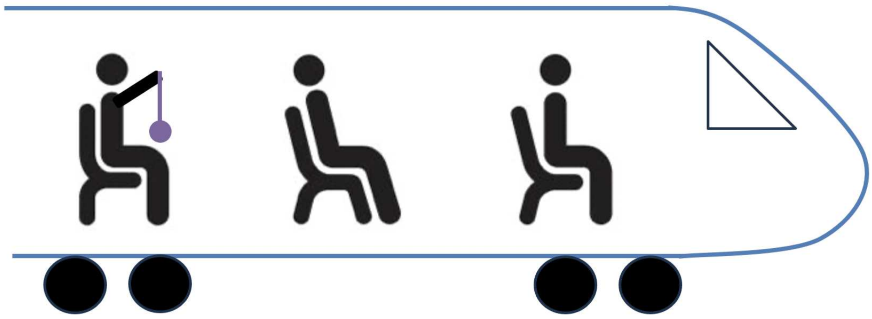


FIGURE 2.1 – Le train roule en ligne droite à vitesse constante ou est immobile.

Autrement dit, le mouvement rectiligne uniforme est comme rien, Il n'y a absolument aucune différence entre être dans un référentiel qui se déplace à vitesse constante ou être immobile (la vitesse nulle est un cas particulier de la vitesse constante). Autrement dit, vous ne pouvez pas savoir si vous vous déplacez à vitesse constante ou si votre vitesse est nulle en réalisant une expérience de physique.

Exercice d'application

Vous êtes debout dans un train qui se déplace à vitesse constante et vous laissez tomber une balle. Est-ce que la balle tombe devant vos pieds, à vos pieds ou derrière vos pieds ?

Réponse : à vos pieds comme-ci le train était à l'arrêt. La balle tombe avec la vitesse "horizontale" du train.

Par contre, entre le moment où le train est à l'arrêt et le moment où le train roule en ligne droite à vitesse constante, le référentiel n'est pas un référentiel Galiléen puisque le train accélère. La masse se déplace et le fil n'indique plus la verticale, tout ce passe comme si une force supplémentaire agissait sur nous et sur la masse lorsque le train accélère. On parle de forces d'inertie pour qualifier ces forces. L'inertie est la propension qu'à un corps à conserver l'état de son mouvement. Plus la masse du corps est grande, plus la tendance qu'à le corps à garder son mouvement est grande.

Dans l'exemple du train initialement à l'arrêt qui accélère, la masse a tendance à garder son mouvement initial et à rester immobile. Elle se décale donc vers l'arrière du train lorsque celui-ci démarre ce qui tire sur la ficelle et nous devons exercer une force supplémentaire - la force d'inertie - pour tenir la ficelle (figure 2.2). Nous verrons dans le chapitre sur le principe fondamental de la dynamique comment déterminer l'expression de cette force d'inertie.

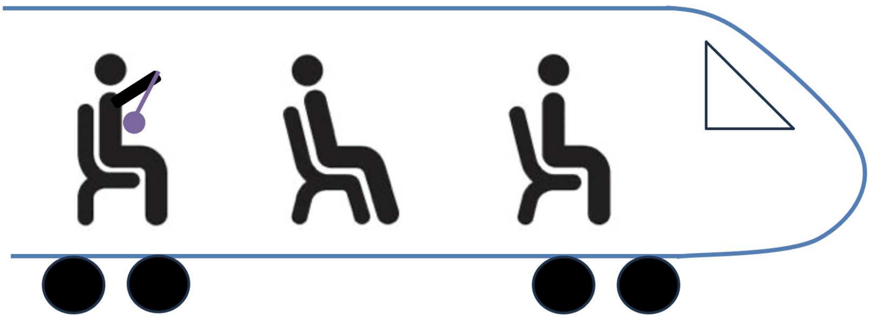


FIGURE 2.2 – Le train démarre : tout se passe comme-ci la masse était soumise à une force supplémentaire.

Dans le cas où le train freine, la masse tend à garder son mouvement à vitesse constante et se décale vers l'avant du train ce qui tire la ficelle avec une force supplémentaire (figure 2.3).

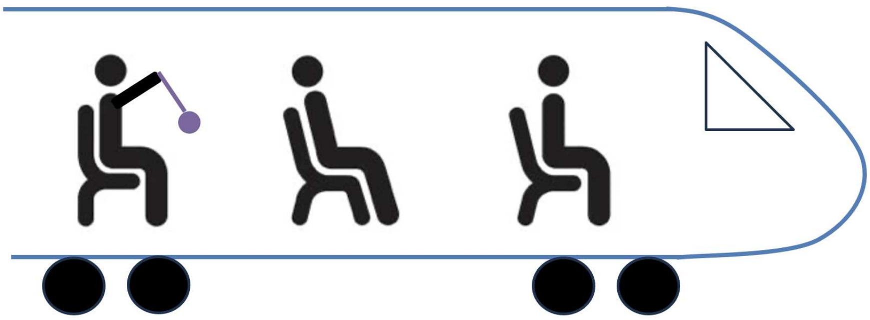


FIGURE 2.3 – Le train freine : tout se passe comme-ci la masse était soumise à une force supplémentaire.

Autrement dit, il apparait dans les référentiels non Galiléen des forces supplémentaires et nous pouvons donc résumer l'ensemble de la façon suivante :

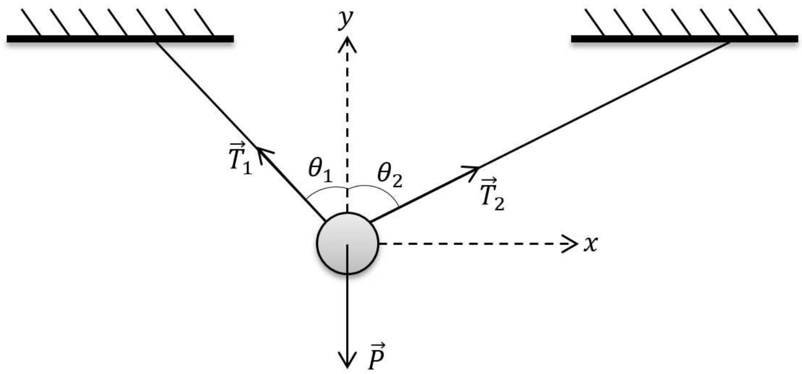
$$\boxed{\begin{aligned}\text{Forces en physique} &= \text{Forces qui existent quelque soit le référentiel}\\ &\quad + \text{Forces d'inertie à ajouter si le référentiel n'est pas Galiléen}\end{aligned}} \tag{2.2}$$

Pour pouvoir appliquer le principe d'inertie dans un référentiel non Galiléen, nous devons tenir compte des forces d'inertie et connaître leurs expressions mathématiques.

Nous allons dans la suite du chapitre nous intéresser uniquement aux forces qui existent quelque soit le référentiel et nous travaillerons toujours dans un référentiel Galiléen.

Exercice d'application

On considère une masse m accrochée à deux fils. Les forces $\vec{T_1}$ et $\vec{T_2}$ représentent la tension dans les fils. P est le poids de la masse.



1. Appliquer le principe d'inertie au système masse. Projeter la relation obtenue sur l'axe Ox.
2. Montrer que nous devons nécessairement avoir $T_2 < T_1$ dans le cas $\theta_2 > \theta_1$.
3. Projeter la relation obtenue à partir du principe d'inertie sur l'axe vertical.

Réponse : 1)$-T_1 \sin\theta_1 + T_2 \sin\theta_2 = 0$. 2) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$. 3) $T_1 \cos\theta_1 + T_2 \cos\theta_2 - P = 0$.

2.2 Forces fondamentales

Les forces fondamentales que nous allons étudier sont seulement la force d'attraction gravitationnelle et la force électrique.

2.2.1 La force d'interaction gravitationnelle

La force d'interaction gravitationnelle qu'exerce une masse ponctuelle M sur une masse ponctuelle m a pour expression (figure 2.4) :

$$\boxed{\vec{F}_{M/m} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{u}_r} \tag{2.3}$$

où G est une constante de la physique nommée constante universelle de la gravitation et qui a pour valeur $G = 6{,}672 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$. Cette force est **toujours attractive**.

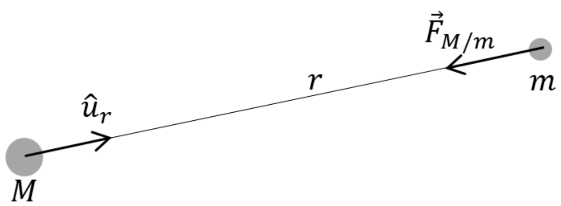


FIGURE 2.4 – Force d'interaction gravitationnelle entre deux masses M et m.

Cette force s'exerce entre toutes les masses et partout dans l'univers. Cependant, son expression est une approximation d'une théorie qui décrit mieux la gravitation : la théorie de la relativité générale. La force d'attraction gravitationnelle permet cependant déjà d'expliquer une très grande quantité de phénomènes.

Puisque cette force est une force purement attractive, les corps dans l'univers devraient tous s'attirer et l'univers devrait se contracter. Hors, nous observons que les corps dans l'univers s'éloignent de la Terre. L'univers est en expansion. Nous n'avons pas d'explication de ce phénomène pour l'instant.

Nous pouvons également raisonner de façon légèrement différente en écrivant $\vec{F}_{M/m} = m\left(-G\frac{M}{r^2}\widehat{u}_r\right)$ où $-G\frac{M}{r^2}\widehat{u}_r$ est alors une quantité uniquement produite par la masse M. Cette quantité se nomme le champ de gravitation produit par la masse M qui existe que la masse m soit présente ou non. Avec ce point de vue, tous les corps massiques produisent en permanence un champ de gravitation dans tout l'espace environnant. Lorsqu'une autre masse est placée dans ce champ de gravitation, elle interagit avec le champ de gravitation ce qui se traduit par une force d'attraction entre les deux masses.

Cette force s'exerce entre des masses ponctuelles mais nous pouvons montrer que son expression reste valide dans les deux cas de figures suivant :

— un corps de forme quelconque si la distance qui nous sépare du corps est grande devant sa taille (le corps nous apparaît quasiment ponctuel dans ce cas)

— pour un corps sphérique (l'expression de la force d'attraction gravitationnelle est valide quelque soit la distance qui nous sépare de la surface du corps dans ce cas)

Dans les deux cas, le point d'application de la force est alors le centre de masse du corps.

Exercice d'application

1. Montrer que l'accélération de la pesanteur d'un corps à la surface de la Terre a pour expression $g = \frac{GM_T}{R_T^2}$ où R_T est le rayon de la Terre et M_T est la masse de la Terre.
2. En déduire la valeur de g à la surface de la Terre. On donne $R_T = 6371\,\mathrm{km}$ et $M_T = 5{,}972 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$.

Réponse : 1)La norme de la force d'attraction de la pesanteur à la surface de la Terre a pour expression $F = G\frac{Mm}{R_T^2} = m\frac{GM}{R_T^2}$. L'accélération de la pesanteur a donc pour expression $g = \frac{GM_T}{R_T^2}$. 2) Sa valeur numérique vaut $9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

2.2.2 La force électrique

Expérimentalement, nous constatons que la force d'interaction électrique entre deux charges q_1 et q_2 est inversement proportionnelle à la distance entre les charges et proportionnelle au produit des charges. Dans le vide, nous écrivons cette force sous la forme :

$$\boxed{\vec{F}_{1/2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\widehat{u}_{12}} \tag{2.4}$$

où $\widehat{u}_{12}$ est un vecteur unitaire qui va de la charge 1 à la charge 2 et $\vec{F}_{1/2}$ est la force électrique qui s'exerce entre les deux particules de charges q_1 et q_2 séparées de la distance r_{12}. Cette loi est la **loi de Coulomb**. ϵ_0 se nomme la permittivité du vide et a pour valeur $8{,}854 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2\,N^{-1}\,m^{-2}}$. Le facteur $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ a pour valeur $8{,}987 \times 10^{9}\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$. La charge d'un électron vaut $-1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ et la charge d'un proton vaut $1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

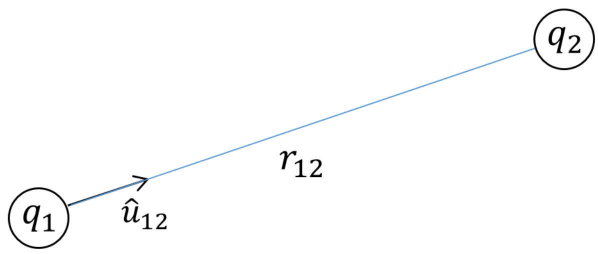


FIGURE 2.5 – Notations utilisées dans la loi de Coulomb.

De la même manière que nous avons introduit le champ de gravitation nous pouvons introduire le champ produit par une charge. C'est le champ électrique. Le champ électrique produit par la charge q_2 a par exemple pour expression $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r^2}\widehat{u}$.

La force subie par une particule de charge q plongée dans un champ électrique $\vec{E}$ a donc pour expression :

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}} \tag{2.5}$$

Vous verrez en étudiant l'électromagnétisme que le champ électrique peut également être produit par un champ magnétique variable.

2.3 La réciprocité des forces

Les forces fondamentales sont toujours des forces réciproques. Prenons par exemple la force d'attraction gravitationnelle entre la Terre et la Lune. La valeur de la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune est égale à la valeur de la force d'attraction exercée par la Lune sur la Terre mais les deux forces sont de sens opposés. Prenons un autre exemple : la force électrique. Le module de la force exercée par une charge A sur une charge B est égale au module de la force exercée par une charge B sur la charge A mais les deux forces sont de sens opposés. Nous notons $\vec{F}_{A/B}$ la force exercée par la particule A sur la particule B. Nous notons $\vec{F}_{B/A}$ la force exercée par la particule B sur la particule A. Des forces réciproques ont donc la propriété suivante :

$$\boxed{\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}} \tag{2.6}$$

Cette réciprocité des forces au niveau microscopique se retrouve généralement au niveau macroscopique.

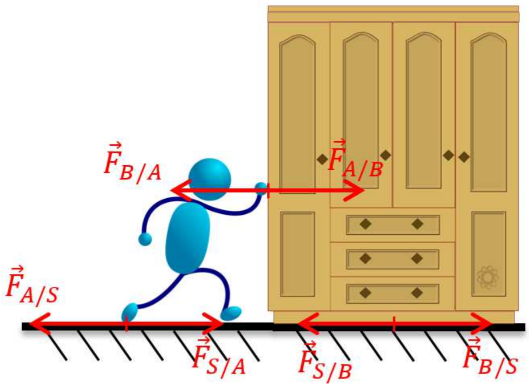
Ainsi, quelqu'un qui appuie sur un mur exerce une force sur le mur qui a la même intensité que la force exercée par le mur sur la personne.

Application

Ce principe est utilisé pour se déplacer. Nous pouvons avancer en marchant uniquement car le sol exerce une force sur nous. Cette force a la même intensité que la force que nous exerçons sur le sol.

Exercice d'application

La figure suivante montre les forces en présence lors du déménagement d'une armoire (nous n'avons pas représenté le poids qui est compensé par la réaction du support).



1. Appliquer le principe d'inertie au système {homme+armoire}. En déduire à quelle condition le système avance.
2. Appliquer le principe d'inertie au système {armoire}. En déduire a quelle condition l'armoire avance.
3. Appliquer le principe d'inertie au système {homme}. En déduire à quelle condition l'homme glisse sur le sol ?

Réponse : 1)$F_{S/A} - F_{S/B} = 0$. Le système avance si $F_{S/A} > F_{S/B}$. 2) $F_{A/B} - F_{S/B} = 0$. L'armoire avance si $F_{A/B} > F_{S/B}$. 3) $-F_{B/A} + F_{S/A} = 0$. L'homme glisse sur le sol si $F_{B/A} > F_{S/A}$.

2.4 Quelques forces macroscopiques

2.4.1 Force de rappel d'un ressort

Un ressort est dit idéal si son comportement obéit à la loi des ressorts. La force qu'il exerce est proportionnelle à son étirement dans ce cas.

Considérons un opérateur qui étire un ressort idéal en exerçant une force $\vec{F}_{op}$ à son extrémité. Le ressort exerce **une force de rappel** $\vec{F}$ sur l'opérateur (figure 2.6). L'intensité de la force de rappel est donnée par la loi des ressorts qui s'écrit :

$$\boxed{\vec{F} = -k(l - l_0)\hat{u}_x} \tag{2.7}$$

Précisons le vocabulaire que nous allons utiliser par la suite :

1. **l_0 est la longueur au repos du ressort.**
2. **$l - l_0$ est l'élongation du ressort.** Le ressort est étiré si $l - l_0 > 0$ et le ressort est comprimé si $l - l_0 < 0$.
3. **k est la raideur du ressort en $\mathrm{N\,m^{-1}}$.**

La loi des ressorts 2.7 est bien vérifiée pour un ressort quelconque tant que son élongation relative $\frac{l-l_0}{l_0}$ est faible.

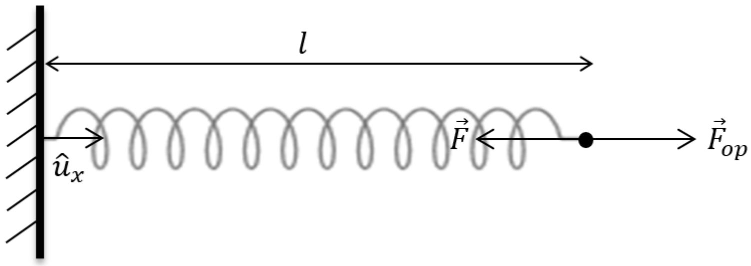


FIGURE 2.6 – Ressort étiré par un opérateur.

Exercice d'application

Un ressort de raideur k est suspendu verticalement. Sa longueur au repos est l_0. On accroche à l'autre extrémité une masse m telle que la masse du ressort est négligeable devant m. On mesure un allongement du ressort de $\Delta l = 59{,}5\,\text{mm}$ pour $m = 0{,}2\,\text{kg}$.

1. Faire un schéma en représentant les vecteurs forces.
2. Calculer la valeur de k.

Réponse : 1)Schéma. 2) Le principe d'inertie a pour expression $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$. La projection de cette équation a pour expression $k\Delta l = mg$ donc $k = \frac{mg}{\Delta l}$.

2.4.2 Tension d'un fil inextensible

Un fil retient une masse par l'intermédiaire de la tension $\vec{T}$ dirigée suivant la direction du fil.

La figure 2.7 (a) montre les forces qui s'exercent sur le système {bloc}. La 2.7 (b) montre les forces qui s'exercent sur le système {bloc+fil}. **La tension dans le fil est la même à chaque extrémité si le fil est inextensible et de masse négligeable.**

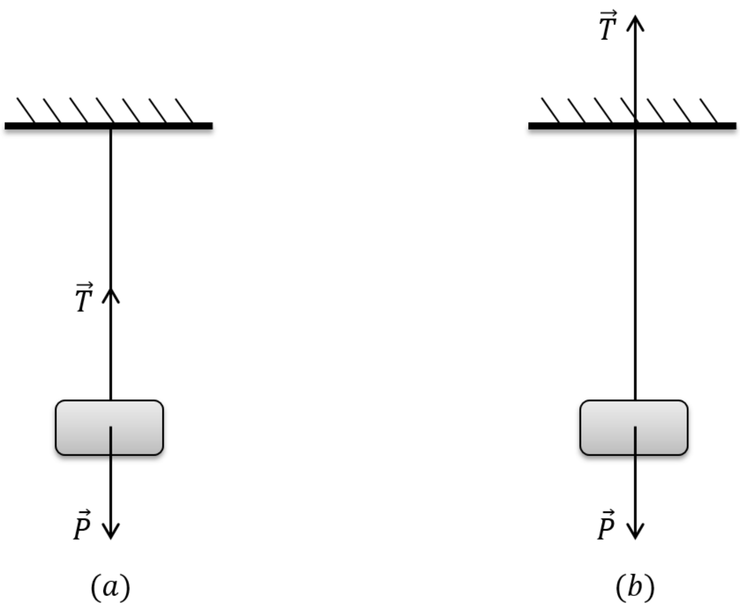


FIGURE 2.7 – Tension dans un fil.

2.4.3 La réaction normale du support

La figure 2.8 montre **la réaction normale du support** qui est due à la déformation élastique du support sous le poids de l'objet (un peu comme un trampoline se déforme sous le poids d'une personne mais à l'échelle microscopique).Le principe d'inertie appliqué à la masse m implique que $R_N = mg$.

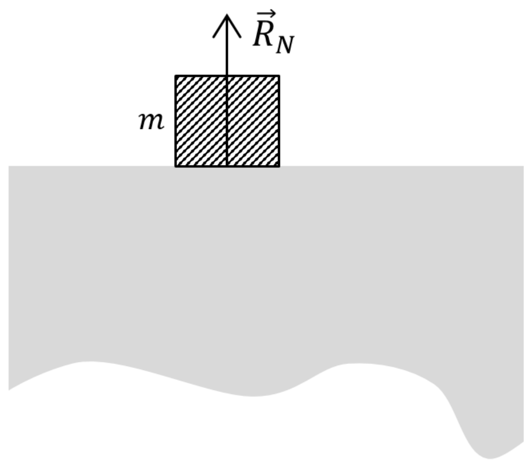


FIGURE 2.8 – Réaction du support.

2.4.4 Forces de frottement solide : loi de Coulomb

Nous considérons l'expérience suivante. Nous posons une brique sur une table puis nous tirons la brique à l'aide d'un fil. Nous notons $\vec{F}$ cette force. Tant que nous n'exerçons pas une force suffisante, la brique ne bouge pas. La figure 2.9 montre les forces qui s'exercent sur la brique : $\vec{F}$ est la force exercée sur la brique par l'opérateur, $\vec{P}$ est son poids, $\vec{R}_T$ est la force de frottement statique qu'exerce la table sur la brique et qui **s'oppose à son glissement** et $\vec{R}_N$ est **la réaction normale du support** qui est due à la déformation élastique du support sous le poids de l'objet.

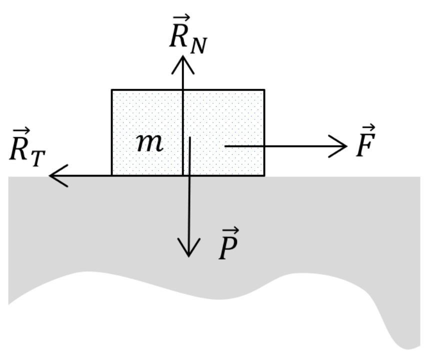


FIGURE 2.9 – Forces qui s'exercent sur une brique tirée par un fil.

Nous pouvons mesurer la norme de la force $\vec{F}$ exercée par l'opérateur en fonction du temps. Nous obtenons le graphe de la figure 2.10. Nous constatons que la norme de la force qu'exerce l'opérateur augmente jusqu'au moment où la brique glisse.

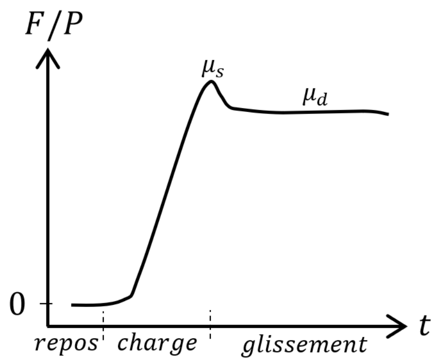


FIGURE 2.10 – Évolution temporelle du rapport F/P.

Tant que la brique ne glisse pas, nous pouvons appliquer le principe d'inertie à la brique et obtenir les égalités suivantes $F = R_T$ et $P = R_N$. La figure 2.10 montre que $||\vec{R}_T|| \leqslant \mu_s||\vec{R}_N||$ tant que la brique ne glisse pas où μ_s est le coefficient de frottement statique dont la valeur dépend uniquement des types de matériaux en contact. La brique glisse lorsque la force exercée par l'opérateur est supérieure à $\mu_s||\vec{R}_N||$.

Lorsque la brique glisse à vitesse constante, la figure 2.10 montre que $F/P = \mu_d$. Le principe d'inertie montre à nouveau que $F = R_T$ et $P = R_N$. Nous obtenons donc $||\vec{R}_T|| = \mu_d||\vec{R}_N||$ lorsque la brique glisse où μ_d est le coefficient de frottement dynamique.

La figure 2.11 montre une brique posée sur un plan incliné. On constate expérimentalement que la brique glisse à partir d'un certain angle α. Tant que la brique ne glisse pas, le support exerce **une force de frottement statique $\vec{R}_T$** sur la brique qui **s'oppose à son glissement** et dont la norme vérifie :

$$\boxed{||\vec{R}_T|| \leqslant \mu_s||\vec{R}_N|| \quad \text{glissement quand égalité}} \tag{2.8}$$

Le coefficient μ_s est **le coefficient de frottement statique** dont la valeur dépend uniquement du type de matériau en contact et de leur état de surface.

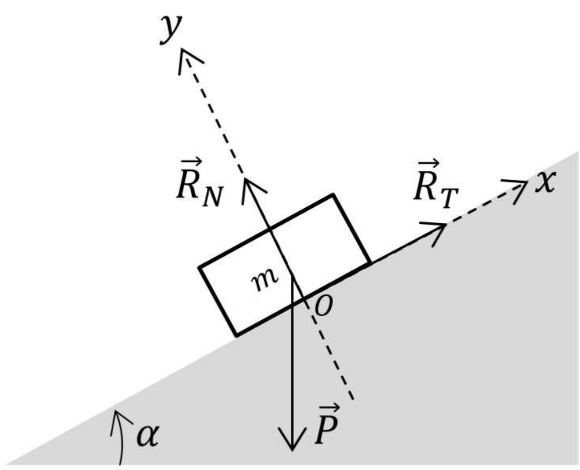


FIGURE 2.11 – Un solide posé sur un plan incliné.

Lorsque nous inclinons le plan incliné, la valeur de R_T augmente jusqu'à atteindre la valeur $\mu_s R_N$. La brique se met alors à glisser et le support exerce alors sur la brique **une force de**

frottement de glissement (également appelé frottement dynamique) dont la norme vérifie :

$$\boxed{||\vec{R}_T|| = \mu_d||\vec{R}_N||} \tag{2.9}$$

où μ_d est le coefficient de frottement dynamique. Nous avons toujours $\mu_d \leqslant \mu_s$.

Un peu de calcul !

On considère l'équilibre d'une masse $m = 750\ g$ sur un plan incliné d'angle $\alpha = 34°$ (figure 2.11).

1. Établir l'expression de la valeur littérale de R_T en fonction de m, g et α. Calculer la valeur numérique correspondante. On donne $g = 9,81\ m.s^{-2}$.
2. Montrer que $\frac{R_T}{R_N} = \tan\alpha$.
3. La masse glisse sur le support à partir de $\alpha = 48°$. Trouver la valeur du coefficient de frottement statique correspondant.

Réponse : 1) La projection de l'équation vectorielle sur l'axe Ox a pour expression $R_T - mg\sin\alpha = 0$. 2) La projection de l'équation vectorielle sur l'axe Oy a pour expression $R_N - mg\cos\alpha = 0$ d'où $\frac{R_T}{R_N} = \tan\alpha$. 3) A.N.

2.4.5 Forces de frottements fluides

Nous allons distinguer deux cas de figure pour déterminer l'expression de la force de frottement exercée par un fluide sur un solide en translation :

- **Solide en translation à grande vitesse**. Dans ce cas, la force de frottement fluide prend la forme :

$$\boxed{\vec{f} = -k\rho S v^2 \hat{u}} \tag{2.10}$$

  où ρ est la masse volumique du fluide, v est la vitesse du solide, S sa surface "frontale" et k est un coefficient de trainée qui dépend de la pénétration du solide dans le fluide. Cette force est **la force de trainée**.

- **Solide en translation à faible vitesse**. L'écoulement du fluide autour du solide est alors dit laminaire (caractérisé par un absence de tourbillons et symétrie de l'écoulement). Dans ce cas, la force de frottement prend la forme :

$$\boxed{\vec{f} = -\alpha\vec{v}} \tag{2.11}$$

  où le coefficient α augmente avec la viscosité du fluide et avec la surface en contact. On parle de **frottement visqueux** dans ce cas.

- Dans le cas particulier d'une sphère de rayon R en translation à faible vitesse, la force de **frottement visqueux** a pour expression :

$$\boxed{\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}} \tag{2.12}$$

  où η est la viscosité dynamique du fluide. Cette formule se nomme la formule de Stokes.

2.4.6 Poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède qu'exerce un fluide sur un corps immergé a pour expression :

$$\boxed{\vec{F}_P = -\rho_{fluide} V_{\text{déplacé}}\ \vec{g}} \tag{2.13}$$

Cette force est due au fait que la pression au sein d'un fluide qui est dans un champ de gravitation augmente avec la profondeur. La force pressante exercée par le fluide sur la partie inférieure du corps est donc plus élevée que la force pressante exercée par le fluide sur la partie supérieure du corps. La somme de toutes les forces pressantes qui s'exercent sur le corps est la poussée d'Archimède qui est donc une force qui s'oppose au poids du corps. Le point d'application de la poussée d'Archimède est le centre de gravité du fluide déplacé.

Un peu de calcul !

On considère une petite bille de rayon r qui tombe dans un liquide visqueux avec une vitesse suffisamment faible pour considérer que l'expression du frottement fluide soit donnée par la loi de Stokes. On étudie le régime permanent, c'est-à-dire que le vecteur vitesse de la bille est constant. Déterminer l'expression de la vitesse en fonction des paramètres du problème. On note η la viscosité dynamique du fluide.

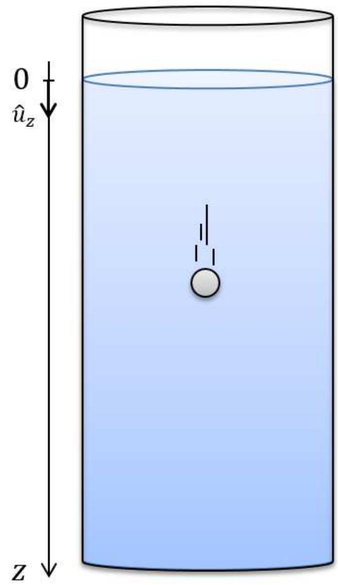


Figure 2.12 – Chute d'une bille dans un liquide visqueux.

Réponse : 1) La projection de l'équation vectorielle sur l'axe vertical orienté positivement vers le bas a pour expression $-6\pi\eta R v - \rho_{fluide}\frac{4}{3}\pi R^3 g + \rho_{solide}\frac{4}{3}\pi R^3 g = 0$. On en déduit l'expression de la vitesse $v = \frac{\Delta\rho 2 R^2 g}{9\eta}$.