Évolution des conceptions de l'Univers (Phys137)

TD 5

Exercice 1 : kg et MeV/c²

1. Quelle est la dimension d'une énergie divisée par une vitesse au carré ?

$[E] = ML^2T^{-2} \Rightarrow [E]/[v^2] = M$

2. Si la dimension du Volt est $[V]=[ML^2T^{-2}C^{-1}]$ où C correspond à la dimension d'une charge électrique, quelle est la dimension de electron-Volt (eV) ?

$[qV] = C \times ML^2T^{-2}C^{-1} = ML^2T^{-2}$ soit la dimension d'une énergie.

3. Convertir 1eV en J.

$1\ eV = q_e \times 1V = 1{,}6.10^{-19}\ J$

4. Que vaut la masse d'un proton en Mev/c² ?

$m_p = 1{,}67272.10^{-27} \times c^2 / q_e = 9{,}38274.10^8\ eV/c^2 = 938{,}274\ MeV/c^2$.

A titre de comparaison, $m_n = 939{,}567\ MeV/c^2$

Attention, ces calculs sont faits avec des arrondis qui amènent une petite erreur !

Exercice 2 : protons, neutrons et noyaux

Pour traiter des masses des particules élémentaires, on utilise aussi l'*unité de masse atomique unifiée*, notée u, qui vaut $1{,}660.10^{-27}$ kg.

1. A partir de la table de Mendeleïev du site www.elementschimiques.fr, choisir un isotope (plutôt stable) de quelques éléments de plus en plus lourds et calculer leur rapport du nombre de protons sur le nombre de neutrons.

^{4}He : $n_p = 2$, $n_n = 2$, $r = 1{,}0$

^{23}Na : $n_p = 11$, $n_n = 12$, $r = 0{,}917$

^{56}Fe : $n_p = 26$, $n_n = 30$, $r = 0{,}867$

^{197}Au : $n_p = 79$, $n_n = 118$, $r = 0{,}669$

=> les neutrons tiennent les protons ensemble.

2. Toujours à partir du même site, trouver les valeurs de masse nécessaires pour répondre aux questions suivantes. (cliquer sur "Eléments chimiques", cliquer sur un élément de la table, puis voir les "Principaux isotopes" en bas de page)

Calculer la différence Δm entre la masse d'un noyau et celle de la somme des protons et neutrons qui le composent pour 4 éléments : ^{4}He, ^{23}Na, ^{56}Fe, ^{197}Au, puis calculer l'énergie de liaison par nucléons ΔE (différence de masse divisée par le nombre de nucléons). NB : faire de préférence le calcul en unité de masse atomique unifiée (u définie comme 1/12ème de la masse du Carbone 12, $m_u=1,660.10^{-27}$ kg). Les masses sont données sur www.elementschimiques.fr pour chaque isotope (chercher les isotopes, choisir le plus abondant, puis prendre la valeur en haut à gauche de l'icône).

Cas de l'hélium

Masse des composants : $m = 2 \times m_p + 2 \times m_n = 6,69.10^{-27}$ kg = $(6,69.10^{-27} / 1,660.10^{-27}$ kg) = 4,0332 u

Masse de ^{4}He : 4,0026 u

Différence de masse par nucléon :

^{4}He : $\Delta m = (2 \times m_p + 2 \times m_n - m_{He})/4 = 7,95.10^{-3}$ u

^{23}Na : $\Delta m = (11 \times m_p + 12 \times m_n - m_{Na})/23 = 8,41.10^{-3}$ u

^{56}Fe : $\Delta m = (26 \times m_p + 30 \times m_n - m_{Fe})/56 = 9,15.10^{-3}$ u

^{197}Au : $\Delta m = (79 \times m_p + 118 \times m_n - m_{Au})/197 = 8,24.10^{-3}$ u

3. Comparer les ΔE de chaque noyau. Que peut-on en conclure?

Le fer 56 a bien l'énergie de liaison la plus élevée, c'est le noyau le plus stable.

Exercice 3 :

L'uranium 238, après plusieurs transmutations, se transforme en plomb selon la chaine suivante :

$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th \rightarrow {}^{234}Pa \rightarrow {}^{234}U \rightarrow {}^{230}Th \rightarrow {}^{226}Rn \rightarrow {}^{222}Rn \rightarrow {}^{218}Po \rightarrow {}^{214}Pb \rightarrow {}^{214}Bi \rightarrow {}^{214}Po \rightarrow {}^{210}Pb \rightarrow {}^{210}Bi \rightarrow {}^{210}Po \rightarrow {}^{206}Pb$

1. En vous aidant par exemple du site www.elementschimiques.fr, retrouver le nom des différents isotopes et leur nombre de protons, ainsi que leur demi-vie.

U = Uranium, Z=92, demi-vie du ^{238}U : 4,47 mds ans, demi-vie du ^{234}U : 247000 ans
Th = Thorium, Z=90, demi-vie du ^{234}Th : 24,1 jours, demi-vie du ^{230}Th : 75400 ans
Pa = Protactinium, Z=91, demi-vie du ^{234}Pa : 6,69 h
Rn = Radon, Z=86, demi-vie du ^{226}Rn : très courte !, demi-vie du ^{222}Rn : 3,8 j
Po = Polonium, Z=84, demi-vie du ^{218}Po : 3,1 mn, demi-vie du ^{214}Po : 163 µs, demi-vie du ^{210}Po : 138,4 j
Pb = Plomb, Z=82, demi-vie du ^{210}Pb : 22,3 ans
Bi = Bismuth, Z=83, demi-vie du ^{214}Bi : 19,9 mn, demi-vie du ^{210}Bi : 5,1 j

2. En déduire quelle radioactivité est à l'œuvre pour chacune des transmutations et estimer la durée totale de cette chaine de transmutations une fois l'uranium 238 transmuté.

Si ΔA=4, radioactivité α ; si ΔZ=1, radioactivité β-.

Exercice 4 : Radioactivité

On considère la réaction (en 2 parties) ${}^{n}_{m}X \rightarrow {}^{j}_{k}Y \rightarrow {}^{p}_{p}Z$. L'élément X a une demi-vie $T_{1/2}$ de 6 ans et il faut 24 ans pour désintégrer 45% de l'élément Y.

1. Trouver sans calcul compliqué le temps nécessaire pour que 75% de l'élément X se désintègre.

75% = 50% + 25% ; en 6 ans, 50% se désintègre par définition de la demi-vie, et en 6 ans supplémentaires, la moitié des 50% restant se désintègre, menant donc à un total de 75% en 12 ans.

2. Si la loi de décroissance s'exprime comme $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, retrouver la relation entre λ et $T_{1/2}$.

Par définition, $N(T_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2} \Rightarrow \lambda = \dfrac{\log(2)}{T_{1/2}}$

3. Quelle est la demi-vie de la réaction de désintégration de Y en Z ?

Si 45% se sont désintégrés, on a $\dfrac{N(t)}{N_0} = 0{,}55 = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\log 2}{T_{1/2}} t}$ avec $t = 24$ ans.

Donc $T_{1/2} = -\dfrac{\log(2)}{\log(0.55)} t = 27{,}83$ ans.

Exercice 5 : Demi-vie et relativité

Les rayons cosmiques sont des particules très énergétiques arrivant de l'espace qui percutent les molécules de l'atmosphère et crée d'autres particules, comme le muon, une sorte d'électron lourd, qui se déplacent alors à des vitesses relativistes. Les muons sont instables, leur demi-vie $T_{1/2}$ vaut 1,53 μs. Lors de la descente dans l'atmosphère, le nombre de muons diminue à cause de leur désintégration.

Une expérience est menée avec 2 détecteurs de muons, l'un placé au sommet d'une montagne à $h = 1907$ m, l'autre au niveau de la mer ($h = 0$ m). Les muons ont une vitesse $v = 0{,}992c$. Le détecteur au sommet compte environ 563 muons par heure, et celui au niveau de la mer en compte environ 408 par heure.

1. Calculer la durée Δt de la descente des muons du sommet au niveau de la mer.

$\Delta t = h/v = h/0{,}992c = 6{,}41$ μs

2. Calculer la valeur de λ correspondant à $T_{1/2}$ et en déduire le rapport N_{mer}/N_h du nombre de muons par heure que l'on pourrait attendre au niveau de la mer sur le nombre observé au sommet.

$N(T_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2} \Rightarrow \lambda = \dfrac{\log(2)}{T_{1/2}}$. A.N. : $\lambda = 4{,}53.10^5$ s^{-1}.

$N_{mer} = N_h e^{-\lambda \Delta t}$ donc $N_{mer}/N_h = 0{,}055$. On devrait donc détecter 0,055 x 563 ~ 31 muons au niveau du sol.

3. $T_{1/2}$ est mesuré dans le référentiel du muon, alors que Δt est mesuré dans le référentiel de la Terre, supposé immobile. Quelle est la valeur $\Delta t'$ de Δt dans le référentiel du muon ? (voir cours sur la relativité restreinte)

$\Delta t' = \dfrac{\Delta t}{\gamma}$ avec $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 7{,}92$ ce qui mène à $\Delta t' = 0{,}81$ µs.

4. En déduire le nombre N'_{mer} de muons par heure attendus au niveau de la mer.

$N'_{mer} = N_h e^{-\lambda \Delta t'} = 390$ muons par heure, environ, beaucoup plus proche de la mesure de 408 muons/h.

****

Données utiles :

h = 6,62.10^{-34} J.s

m_e = 9,11.10^{-31} kg

m_p = 1,67262.10^{-27} kg = 1,0073 u

m_n = 1,67493.10^{-27} kg = 1.0086 u

1u = 1,66054.10^{-27} kg

m_{up} = 2,011 MeV/c^2 [estimation]

m_{down} = 4,790 MeV/c^2 [estimation]

c = 299 792 458 m/s

q_e = 1,602.10^{-19} C