# Phys131 - TD Initiation à l'astrophysique

**– CORRIGÃ et BARÊME –**

## I Mouvement du Soleil dans notre Galaxie

Notre Galaxie est constituée d'étoiles, de gaz, de grains de poussière interstellaire et de matière noire. Justifier succinctement vos réponses.

1. Un objet en orbite autour du centre de notre Galaxie. Quelles sont les deux observations permettant une détermination de la masse du centre galactique :
   a) la masse et la vitesse de l'objet
   b) l'âge de l'objet et la distance du centre galactique
   c) la masse et l'âge de l'objet
   d) la vitesse de l'objet et la distance du centre galactique.

   **Solution:** La vitesse de l'objet et sa distance au centre galactique. Application du principe fondamentale de la dynamique pour un corps en mouvement circulaire ($\frac{m\ V^2}{r} = \frac{Gm\ M}{r^2}$ avec $V$ la vitesse de l'objet et $r$ sa distance du centre galactique, $M$ la masse de la voie lactée et $G$ la constante gravitationnelle).

2. Le Soleil est en mouvement circulaire uniforme autour du centre galactique. Il se déplace à la vitesse $V$=220 km s$^{-1}$ et se situe à $\sim$8500 pc du centre galactique. Quel est le nombre de tours de notre Galaxie que le Soleil a fait depuis sa naissance ? Depuis que l'homme existe ?

   **Solution:** Période de rotation du soleil autour du centre galactique : $T = 2\pi r/V$ avec $V$ la vitesse et $r$ le rayon.
   $T = 2\pi \times 8500 \times 3\ 10^{16}/(220\ 10^3)/3600/24/365 = 2.3\ 10^8$ ans
   Age du soleil = 5e9 ans
   N = âge du Soleil / T = 5e9 / 2.3e8 = 22 tours
   Homme apparu il y a 200,000 ans :
   N= 2e5/2.3e8 = 0.001 (quasi) immobile dans la Voie LactéeÉ
   Depuis sa formation, il y a environ 4,5 milliards d'années, notre système aurait donc déjà effectué entre 20 et 21 révolutions galactiques

3. Déterminer la masse de notre Galaxie dans un rayon galactique inférieur à 8500 pc (hors Halo). On exprimera le résultat en masse solaire.

   **Solution:** $M = rV^2/G$
   $M = 8500 \times 310^{16} \times (220\ 10^3)^2/(6.67\ 10^{-11})/(210^{30}) \sim 10^{11}$ Msol

4. Quelque centaine de milliards d'étoiles sont observées dans notre Galaxie. Est-ce compatible avec votre résultat précédent ?

   **Solution:** En supposant que les étoiles sont toutes de même type solaire, 100 milliards d'étoiles implique une masse de $10^{11}$ Msol. Cette masse est compatible avec notre résultat qui considère essentiellement la masse visible de notre Galaxie (exclue la matière noire que se situe essentiellement dans le halo).

5. Donner la masse du gaz interstellaire dans ce même rayon galactique.

**Solution:** Masse (MIS) = 10% de la masse visible = 10% de $10^{11}$=$10^{10}$ Msol

# II Courbe de rotation de notre Galaxie et matière noire

En première approximation, une galaxie se divise en deux parties sur le plan dynamique : (1) la région centrale ($r < 5$kpc, avec $r$ la distance au centre Galactique), qui tourne en bloc, à la manière d'un solide (on dit rotation rigide) : les étoiles ont leur vitesse V qui est proportionnelle à r la distance au centre galactique ; (2) la région périphérique, loin du centre galactique, dans laquelle la rotation est différentielle ou Keplerienne.

1. Tracer l'allure de la courbe de rotation $V(r)$ attendue pour cette première approximation. On supposera que l'essentielle de la masse se trouve dans un rayon galactique <10 kpc là où se concentre l'essentielle des étoiles.

**Solution:** Les chercheurs s'attendaient à ce que les vitesses croissent linéairement avec r jusque 5kpc puis décroissent avec r comme $V(r) \sim 1/r^{0.5}$ (car $\frac{m\ V^2}{r} = \frac{Gm\ M}{r^2}$).

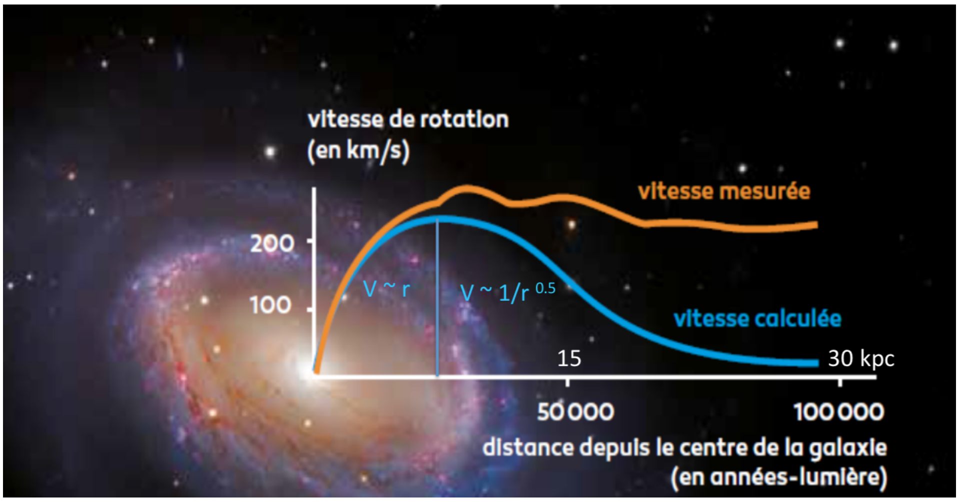


FIGURE 1 – Courbe de rotation de la Galaxie.

2. La courbe réellement mesurée est montrée dans la Figure 1. Que pouvez-vous en conclure ? Quelle composante de la Galaxie cette mesure met-elle en évidence ?

**Solution:** Les chercheurs s'attendaient à ce que les vitesses orbitales des étoiles externes (des régions périphériques des galaxies) décroissent avec r comme $V(r) \sim 1/r^{0.5}$ (courbe bleue).

Mais la courbe réellement observée se stabilise, $V(r) \sim$ constante pour $r$ >10 kpc.

=> $(V(r))^2$=constante pour $r$ >10 kpc.

=> $(V(r))^2 = GM(r)/r = constante$ avec M(r) la masse dans un rayon inférieur à r.

=> $M(r) \sim r$ pour $r$ >10 kpc.

Or la densité d'étoiles diminue lorsqu'on s'éloigne du centre galactique (peu d'étoiles sont observées dans le halo).

=> évidence de la matière noire (non visible) dans les galaxies avec sa masse qui augmente dans le halo.

3. A un rayon galactique r=230 kpc, une distance bien supérieur à celle du Soleil ($\sim$8.5 kpc), on mesure que les étoiles ont une vitesse V=177 km $s^{-1}$. En considérant un mouvement circulaire uniforme des étoiles, calculer la masse totale de notre Galaxie.

**Solution:** $M = r \times V^2/G = (230\ 10^3 \times 310^{16}) \times (177\ 10^3)^2\ /(6.67\ 10^{-11})\ /\ (2\ 10^{30}) = 1.6\ 10^{12}$ Msol

4. Comparer cette valeur à la masse déduite précédemment (exercice I) dans un rayon galactique de $\sim$8.5 kpc. Que pouvez-vous en conclure ?

**Solution:** Si on compare à la masse calculée dans un rayon galactique de $\sim$8.5 kpc, $M \sim 10^{11}$ Msol, qui correspond essentiellement à la masse des étoiles, donc à la masse visible,

on trouve que la masse totale est $\sim$16 fois + grande.

La masse noire représente donc plus de 90% de la masse totale des galaxies !

La matière noire domine et est essentiellement distribuée dans le halo.

# III Exploration spatiale dans notre Galaxie

Justifier succinctement chaque réponse.

1. Supposons un observateur éloigné disposant de capacités observationnelles tellement remarquables qu'il puisse observer la vie sur la Terre. Si cet observateur était situé au centre de la Galaxie, à quel stade observerait-il la race humaine ?

**Solution:** Le centre galactique est à 8500 pc, soit $8500 \times 3.3 = 28000$ année lumières. L'humanité il y a 28000 ans : le paléolithique

2. Combien de temps faudrait-il pour envoyer et recevoir un signal radio à destination et en provenance d'une sonde spatiale autour de l'étoile la plus proche du Soleil.

**Solution:** Une décennie. L'étoile la plus proche se trouve à 1 pc. Soit le temps est donné par $3.09\ 10^{18}/(3\ 10^{10}) \times 2/(3600 \times 24 \times 365) \sim 6.3$ ans.

3. La sonde Voyager I, lancée fin des années 80, a traversé notre système solaire, avec une vitesse d'environ 60 000 km $h^{-1}$. Elle est maintenant entrain d'explorer l'espace inter-stellaire. En combien de temps Voyager I pourrait atteindre le système planétaire le plus proche du Soleil ?

**Solution:** La distance du système planétaire le plus proche du Soleil est $1.3 \times 3.09\ 10^{13}$ km. Temps = distance / vitesse = $1.3 \times 3.09\ 10^{13}/60000$ = 7e8 h = 80 000 ans.

4. Afin que la durée du voyage pour atteindre le système planétaire le plus proche du Soleil soit inférieure à la durée d'une vie humaine, de combien faut-il augmenter la vitesse ? L'énergie cinétique de la sonde ?

**Solution:** Pour y arriver en 50 ans, la vitesse doit être 80000/50=1600 fois plus élevée. Energie cinétique $\propto V^2$ doit être 2.5 $10^6$ fois plus élevée.

**Formulaire**. On donne :
- $G$ la constante gravitationnelle : 6.67384 $10^{-11}$ m$^3$ kg$^{-1}$ s$^{-2}$
- $h$ la constante de Planck : 6,62607 $10^{-34}$ m$^2$ kg s$^{-1}$
- $k$ la constante de Boltzmann : 1,38064 $10^{-23}$ m$^2$ kg s$^{-2}$ K$^{-1}$
- $c$ la vitesse de la lumière dans le vide : 299 792 458 m s$^{-1}$
- $m_p$ la masse d'un proton : 1,67262 $10^{-27}$ kg
- La distance Terre-Soleil est de 150 millions de km
- La masse solaire est de 1.9884 $10^{30}$ kg
- Le rayon solaire est de 6,957 $10^8$ m
- L'unité S.I. de mesure d'un angle (rapport entre 2 distances) est le radian (rad)
- 1" = 1°/60/60
- 1' = 1°/60
- Vitesse de la lumiÃšre dans le vide : c ≈ 300 000 km/s
- Equation de l'effet Doppler : $v/c = \pm(\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$
- Loi d'approximation du corps de noir de Wien : $\lambda_{max}.T \approx 3000$ avec T en K et $\lambda$ en $\mu m$
- Le principe fondamental de la dynamique pour un corps de masse $m$ en mouvement circulaire uniforme autour d'un corps de masse $M$ s'écrit

$$\frac{m\,V^2}{r} = \frac{Gm\,M}{r^2} \tag{1}$$

avec $r$ la distance entre les deux corps et $G$ la constante gravitationnelle.