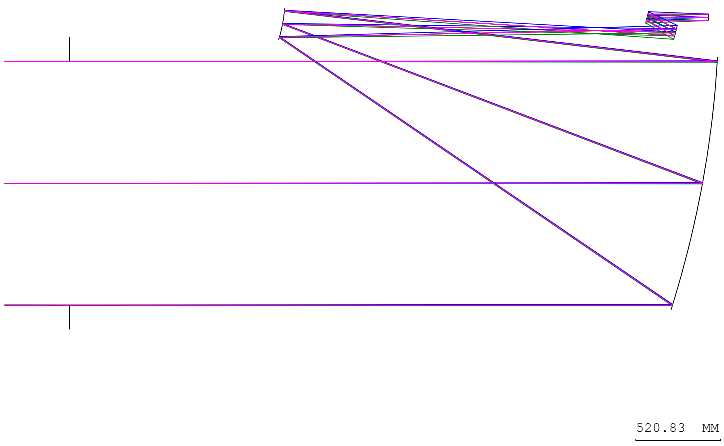
Examen Surfaces Optiques 3A - IASO	**03 avril 2024 - durée 1h** calculatrice et 1 feuille A4 de cours autorisés 1 remise copie

Ce sujet comprend 3 pages
Les 2 parties sont indépendantes

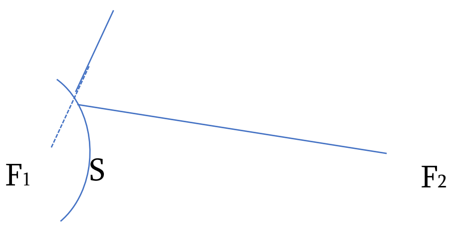
Partie I :

On considère le système optique afocal schématisé ci-dessous. Il est composé d'un miroir M1 parabolique, d'un miroir M2 hyperbolique, d'un miroir M3 parabolique et d'un miroir M4 plan. La longueur d'onde de travail est λ = 500 nm.



	R (mm)	k	Off-axis (mm)	Y (mm)	Z (mm)	M	N	Useful diameter (mm)
EXP	-	-	-	-1100	-4000	0	1	-
M1	-6000	-1	-1091.5	0	0	0	1	1535.2
M2	-786.2543	-1.97876	-96.8	-23.222	-2674.132	-0.0711	0.9975	173.7
M3	-907.8131	-1	214.9	-372.686	-344.42	-0.4671	0.8842	89.7
FM	-	-	-	-78.483	-441.69	-0.2406	0.9706	73.9
ENP	-	-	-	-78.483	-63.073	0	1	-

Le miroir M2 est défini par ses deux distances focales, SF1=326,696 mm et SF2=1933,33 mm.



1. La formule est-elle stigmatique sur l'axe ? Justifier la réponse.
2. Donner pour chaque miroir le défaut de forme acceptable pour respecter le critère de Maréchal. On supposera la même amplitude de défauts pour chaque miroir.
3. En utilisant les données obtenues à la question 1, calculer, en utilisant la formule de conjugaison des miroirs, la distance de l'image sur l'axe par rapport à M3 pour un faisceau en entrée collimaté. On pourra négliger pour ce calcul le défocus introduit par M2.
4. Calculer l'amplitude de l'aberration de focus observée à la sortie du télescope en supposant que M3 est centré de rayon de pupille 45 mm. On prendra en compte un ratio PTV/rms de 3.5 pour le focus. Ces aberrations sont-elles acceptables vis-à-vis du critère de Maréchal ?

De manière à minimiser l'influence thermique, les miroirs sont réalisés en Zerodur, dont les principales propriétés sont rappelées ci-dessous :

Module d'Young : E=91 GPa

Densité : ρ=2530 kg/m^3

CTE : 0.05 10^{-6} K^{-1}

Conductibilité thermique : 1.64 W/m.K

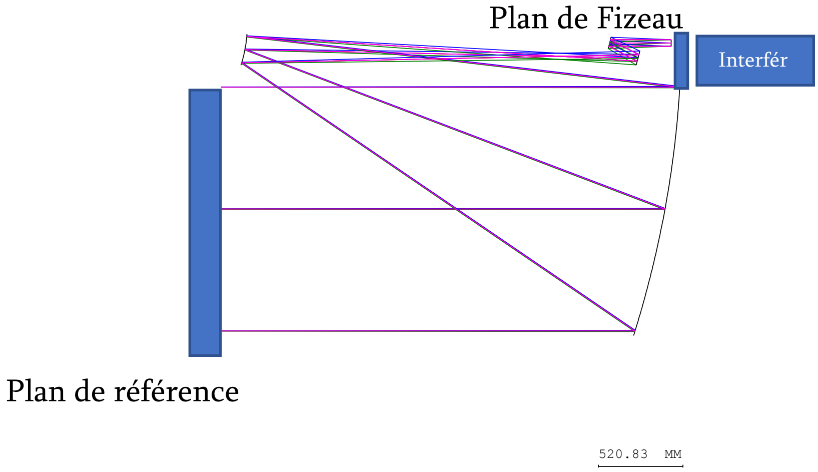
1. Du fait de gradients thermiques axiaux, la température de la face arrière du M1 passe à 21°C, alors que la face avant reste à 20°C. Calculer la variation de courbure du M1, en supposant que celui-ci est un ménisque d'épaisseur 150 mm.
2. En déduire l'aberration de focus rms induite, en supposant que M1 est centré de rayon de pupille 765 mm. Est-elle acceptable ?
3. Mêmes questions pour une élévation de température homogène de 1°C du miroir.

<u>Partie II :</u>

Les miroirs sont contrôlés en cours de fabrication par interférométrie.

1. Faire un schéma d'un montage permettant de contrôler le miroir M1. De quel type de surface de référence avez-vous besoin (plane, concave, convexe, asphérique…) ? Proposez un type d'interféromètre utilisable.
2. Même question pour le miroir M2. On pourra tolérer une obstruction centrale pour ce montage.

Le télescope est contrôlé au moyen d'un interféromètre de Fizeau selon le montage suivant :



1. Un rayon moyen parcourt approximativement 10 m entre le plan de Fizeau et le plan de référence. Quel doit être l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence de la source pour avoir des franges contrastées ? Quel type de source permet d'obtenir cette longueur de cohérence ?
2. La longueur d'onde de la source vaut 632 nm. On suppose que la transmission du télescope vaut 1 et que le plan de Fizeau et le plan de référence ont une réflectivité de 4%. Le spectre de la source est modélisé par une gaussienne $E(\sigma) = E_0 . e^{-\pi\left(\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}\right)}$. Ecrire l'expression de la fonction de contraste. Pour quelle valeur de σ_0 observe-t-on une chute de contraste de $e^{-\pi} = 0.04$, pour une différence de marche de 10 m ? Calculer la largeur spectrale de la source en longueur d'onde correspondant à σ_0.

L'interféromètre fonctionne en phase-shift temporel obtenu en déplaçant le plan de Fizeau d'une quantité connue. La caméra est fortement non linéaire ce qui induit des erreurs d'estimation des intensités de l'interférogramme.

1. Proposer un algorithme de phase-shift à 5 images permettant de minimiser l'impact des non linéarités. Donner la fonction de transfert $H(\omega)$ associé à cet algorithme.
2. Le bilan de flux donne 5000 photons arrivant sur le détecteur. Combien faut-il d'images pour obtenir un bruit sur la reconstruction de la carte inférieur à 1 nm rms ? On supposera ici que la source est monochromatique et qu'il n'y a pas de perte de contraste lié à la largeur spectrale de la source.

Corrigé :

Partie I.1 :

Pour que le télescope soit stigmatique, il faut que le foyer de la première parabole coïncide avec le premier foyer du M2 et que le second foyer du M2 coïncide avec le foyer de M3, ce qui impose des conditions sur les entre-verres. On doit donc avoir :

$$f_1 = \frac{R_1}{2} = SF1 + e_1$$

Avec f1, focale du M1 et e1, entre-verre M1-M2. On a :

f1=3000 et SF1+e1=3000,828 => il y a un petit écart

On doit par ailleurs avoir :

$$SF_2 + f_3 = e_2$$

Avec f3, focale du M3 et e2, entre-verre M2-M3. On a :

f3=453,91 =>$SF_2 + f_3 = 2387{,}23$, et $e_2 = 2329{,}71$.

Il y a 57,5 mm d'écart et le télescope n'est pas stigmatique sur l'axe.

I.2 :

On veut que l'erreur de front d'onde totale vérifie Δ=λ/14=35.7 nm rms. Le miroir comporte 4 miroirs et l'on suppose que leurs défauts se somment en quadratique. L'erreur de front d'onde maximale par miroir vaut donc Δ/2=17,85 nm rms. En négligeant les effets d'incidence, cela implique une défaut mécanique max par miroir de 8.9 nm rms.

I.3 :

Pour le M3, l'objet s'est avancé de dx'=57,5 mm. La formule de conjugaison des miroirs donne :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{x'} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x'} + \frac{1}{f' - dx'} => x' = \frac{1}{\frac{1}{f'} - \frac{1}{f' - dx'}} = -\frac{f'.(f' - dx')}{dx'} = -3128\, m$$

Avec f'=453,9 mm.

I.4 :

Les rayons convergent en x'. L'amplitude de l'aberration de focus vaut $\Delta = \frac{h^2}{2x'} = 324\ \mu m$ ptv (avec h=45 mm demi diamètre de la pupille au niveau du M3). L'amplitude rms vaut donc 92 µm rms, ce qui est inacceptable du point de vue du critère de Maréchal.

Partie I.2 :

1. Dans le cas d'un gradient de 1°C dans le miroir, $dC = \frac{\alpha dT}{e} = 3{,}33\ 10^{-10}\ mm^{-1}$. $dR = -R^2.dC = 12\ \mu m$

2. On obtient l'aberration en différenciant par rapport à la focale : $\Delta = -\frac{h^2}{2f^2}df = -\frac{h^2}{R^2}dR = h^2.dC = 195\ nm\ pv$ soit 56 nm rms. C'est plus élevé que le critère de Maréchal.
3. Dans le cas d'une variation homogène, le rayon de courbure du miroir varie de $\frac{dR}{R} = CTE.dT = 5\ 10^{-8} \Rightarrow dR = 0{,}3\ \mu m$. En faisant une règle de 3 par rapport au calcul précédant, on trouve une aberration de 1.3 nm rms acceptable.

Partie II.1 :

1. Pour contrôler une parabole, on peut soit utiliser un interféromètre avec faisceau convergent focalisant au foyer de la parabole et placer un miroir plan pour réfléchir les faisceaux derrière la parabole, soit utiliser un expanseur de faisceau pour éclairer la parabole en faisceau collimaté et mettre une petite sphère centrée sur le foyer. La première solution permet d'éviter la fabrication d'un expanseur coûteux mais nécessite un plan de référence de grande taille. On peut utiliser un interféromètre de Fizeau ou un Michelson pour faire cette mesure.
2. Contrôler une hyperbole est plus compliqué. Il faut soit utiliser un faisceau convergent focalisant en F2 et mettre une petite rétrosphère en F1, soit converger vers F1 et placer une grande sphère centrée en F2 avec un trou central permettant de laisser passer le faisceau incident. Ces montages présentent une obstruction centrale et ne sont en général pas utilisé. On préfère en général fabriquer une lentille (sphère de Hindle) qui permet d'éviter l'obstruction centrale.
3. La longueur de cohérence doit être supérieure à la différence de marche entre les deux faisceaux qui interfèrent, soit 20 m dans notre cas (aller-retour de la lumière dans la cavité). Un laser He-Ne stabilisé garantit cette longueur de cohérence.
4. L'intensité sur le capteur sera de la forme $< I >= TF(E_1^2)(0) + TF(E_2^2)(0) + 2.\mathcal{Re}(TF(E_1.E_2)(\Delta z))$ avec E1 et E2 amplitudes des champs réfléchis par chacune des voies. Les réflectivités des miroirs étant identiques pour chacune des voies, on a $E_1 = E_2 = E_0.e^{-\pi\left(\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}\right)}$. D'où, $< I >= 2E_0^2.\sigma_0^2 + 2.E_0^2.\sigma_0^2 e^{-\pi\sigma_0^2\Delta z^2}$. Le contraste vaut : $\frac{(I_{max}-I_{min})}{(I_{max}+I_{min})} = e^{-\pi\sigma_0^2\Delta z^2}$. La valeur de $e^{-\pi}$ est obtenue pour $\sigma_0 = \frac{1}{\Delta Z} = \frac{1}{20}m$. Cela correspond à une largeur spectrale $\Delta\lambda = \lambda^2.\sigma_0 = 0.02\ pm$

Partie II.2 :

1. Il faut un algorithme limitant les harmoniques. Avec 5 images, on peut au maximum couper 4 harmoniques : $-\boldsymbol{\omega_0}, 0, 2\boldsymbol{\omega_0}, 3\boldsymbol{\omega_0}$. L'algorithme aura pour fonction de transfert : $\sum_0^4 e^{-ik(\omega-\omega_0)}$.

2. Les coefficients de réflexion permettent d'avoir un contraste m=1 pour une source monochromatique. Le bruit de photon sur la phase vaut $\boldsymbol{\sigma_\varphi} = \sqrt{\frac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{N}}} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{m I_0}} \sqrt{\boldsymbol{I_0}} = \sqrt{\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5000}\boldsymbol{N}}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{50}\sqrt{\boldsymbol{N}}}$, ce qui correspond à un bruit sur la différence de marche de $\sigma_\delta = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{100}\boldsymbol{\pi}} \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\boldsymbol{N}}}$. On veut δ< 1 nm rms => $N > \left(\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{100}\boldsymbol{\pi\delta}}\right)^{\mathbf{2}}$=4. Il faut un algorithme à 4 images pour descendre sous 1 nm rms de bruit.