Nom | Prénom | Filière

Université Paris-Saclay **Intégration MDD302**
L3 DD **2024–2025**

Contrôle Continu 1 : 01/10/2024

Durée 15mn.
Soigner la rédaction et la présentation. Ecrivez directement sur le recto et verso de cette page.
Pas d'autre document ne sera ramassé.
Les documents, y compris sous forme électronique, ne sont pas autorisés. Les calculatrices, tablettes, montres connectées, ordinateurs sont interdits, les téléphones portables, éteints et rangés.

Questions de cours

1. Soit A une partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$ et S sa borne supérieure. Rappeler la définition de S. Montrer que si $M \in \mathbb{R}$ est un majorant de A tel que pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $a \in A$ avec $a > M - \varepsilon$, alors $M = S$.
2. Enoncer précisement le théorème de convergence monotone.

Exercice Soit $f_n : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $f_n(x) = e^{-nx}$.

1. Étudier la convergence simple de la suite $(f_n)_{n \geq 0}$ sur $[0, +\infty[$ et déterminer la limite f.
2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer $\sup\{|f_n(x)|\,;\, x > 0\}$ en justifiant le calcul (attention : $x > 0$).
3. Donner 2 arguments différents montrant que la suite $(f_n)_{n \geq 0}$ ne peut pas converger uniformément vers f sur $[0, +\infty[$ (l'un peut s'appuyer sur le résultat de la question 2).