Évolution des conceptions de l'Univers (Phys137)

TD 2

Exercice 1 : satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est par définition fixe dans le référentiel de la Terre en rotation. C'est à dire qu'un observateur sur terre voit le satellite sous la forme d'un point immobile dans le ciel.

1. Quelle est la période orbitale T d'un tel satellite ?

2. À partir de la 3ème loi de Kepler, calculez le rayon R de l'orbite géostationnaire d'un satellite de masse m = 2300 kg.

3. Et pour un satellite de masse m = 4600 kg ?

Exercice 2 : vitesse de libération

Jetez une pierre en l'air et elle retombe. Lancez-la plus fort et elle monte plus haut avant de retomber. En la lançant suffisamment fort, pourrait-on lui faire quitter l'attraction terrestre? C'était l'idée d'engin spatial de Jules Verne : une capsule lancée avec un canon à la bonne vitesse échapperait à la gravité terrestre et pourrait ainsi partir dans l'espace interplanétaire. Formellement, un objet lié gravitationnellement à la Terre se trouve dans un "puits de potentiel". Pour sortir de ce puits, il faut une énergie cinétique au moins égale à l'énergie potentielle gravitationnelle, notée E_p et valant

$$E_p = \frac{GM_T m}{r},$$

où G est la constante de gravitation, M_T la masse de la Terre, m la masse de l'objet et r la distance de l'objet au centre de la Terre.

1. Quelle est donc la vitesse minimale pour s'extraire de la gravité terrestre ?

2. En supposant que la Lune est sur une orbite circulaire de rayon R_L = 384000 km et que sa période orbitale T_L = 27,3 jours, calculer sa vitesse v_L.

3. Quelle devrait être sa vitesse minimale v_{L-Lib} pour s'échapper de l'attraction terrestre ? A quelle quantité d'énergie cinétique ΔE_C cela correspond-il ?

Exercice 3 : Vérification rapide des 2ème et 3ème loi de Kepler

La 2ème loi

Préambule 1 : le produit vectoriel

Le produit vectoriel de 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est tel que la norme du produit vérifie :

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\,|\sin(\widehat{\vec{u},\vec{v}})|$$

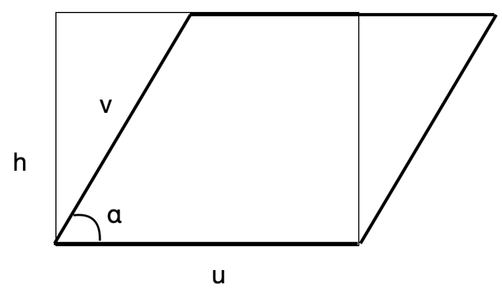
Préambule 2 : le moment cinétique

On définit le moment cinétique $\overrightarrow{L}$ d'un objet (ponctuel) par :

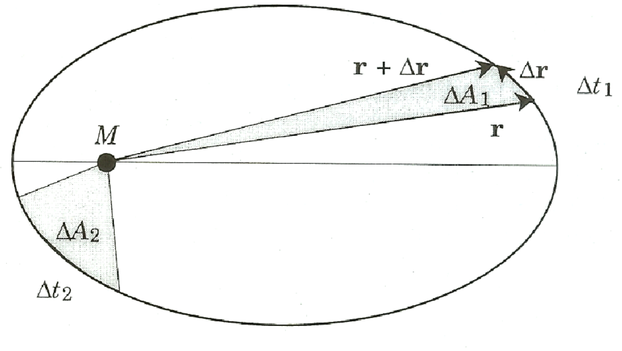
$$\overrightarrow{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$$

où $\vec{r}$ est la position et $\vec{v}$ la vitesse et m la masse.
Dans le cas d'une force centrale (comme la gravité), $\overrightarrow{L}$ est constant.

1. A partir du Préambule 1 et du schéma ci-dessous, montrer que la norme du produit vectoriel est égale à la surface du parallélogramme formé par les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



2. En déduire les surfaces ΔA_1 ci-dessous en fonction de r et Δr.



3. Multiplier l'expression de ΔA_1 par m et diviser la par Δt_1. Exprimer le tout en fonction de la norme du moment cinétique $\|\overrightarrow{L}\|$.

4. En utilisant le fait que $\overrightarrow{L}$ reste constant dans le cas d'une force centrale, déduire la 2eme loi de Kepler.

La 3ème loi

Préambule 1

On rappelle que la force de gravitation entre deux masses M et m séparées par une distance r s'exprime comme $F = \frac{GmM}{r^2}$ où G est la constante gravitationnelle. On rappelle aussi que pour un mouvement circulaire le principe fondamental de la dynamique peut s'écrire $F = ma = m\frac{v^2}{r}$ où a est l'accélération et v la vitesse.

5. On va se placer dans le cas simplifié d'un mouvement circulaire uniforme. En s'appuyant sur le préambule, exprimer v en fonction de G, M et r.

6. Exprimer la période de révolution T en fonction de r et v et en déduire la 3eme loi de Kepler dans sa version approximée.

****

Données utiles :

G = 6,67.10^{-11} en unité du Système International

M_T = 6.10^{24} kg

R_T = 6400 km

M_L = 7,3.10^{22} kg