Feuille 3 : à retenir

* Espaces vectoriels :

* Toujours montrer que c'est un SEV
  - → non vide (en montrant que 0 est dans l'ensemble)
  - → inclus dans un EV
  - → stable par combinaisons linéaires
    - poser les objets ("soit λ, v_1, v_2..")
    - annoncer ce qu'on veut montrer ("$\lambda v_1 + v_2 \in$")
    - Reformuler et démontrer.

* Si $T : E \to F$ est linéaire, $\ker(T)$ est un SEV de E.

* $\mathrm{Vect}(v_1, -, v_p)$ est le plus petit espace vectoriel contenant $v_1, \dots, v_p$.

* Familles de vecteurs :

* **famille génératrice** : si E est un EV, $(v_1, -, v_p)$ une famille de vecteurs de E est génératrice de E si

$$E = \mathrm{Vect}(v_1, —, v_p).$$

$\subset$: si $x \in E$, $x = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i v_i$

$\supset$: $\sum_{i=1}^{p} \lambda_i v_i \in E$

$v_i \in E$

immédiat car E est stable par combi. linéaire.

* **Famille libre**

$(v_1, \ldots, v_p)$ est libre si $\lambda_1 v_1 + \cdots + \lambda_p v_p = 0$ a pour seule solution $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_p = 0$

Pour montrer que la famille est libre
"Supposons que $\lambda_1 v_1 + \cdots + \lambda_p v_p = 0$.
Montrons que $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_p = 0$"

* **Famille lié**

C'est une famille qui n'est pas libre.
ou : au moins un des vecteurs peut s'exprimer en fonction des autres.

Pour montru qu'une famille est lieé : on explicite une relation ($v_3 = v_1 - v_2$ ...)

- **Applications linéaires :**

  - **Calcul de noyau**

    si $u : E \to F$

    on résout l'équation $u(x) = 0$ (avec $x \in E$)

  - **Composition d'applications linéaires :**

    $f : E \to F$, $g : F \to G$

    on peut faire $g \circ f : E \to G$

$$g \circ f\,(x) = g(f(x))$$

(et $g \circ f$ est linéaire aussi)

* Quand on définit une application linéaire

$$f : E \longrightarrow F$$

exo 24

E et F doivent être des espaces vectoriels.

On doit avoir $f(\lambda \underbrace{v_1}_{\in E} + \underbrace{v_2}_{\in E}) = \lambda \underbrace{f(v_1)}_{\in F} + \underbrace{f(v_2)}_{\in F}$

doit appartenir à E — doit appartenir à F.