

Chapitre 8

Aberrations du 3^e ordre des systèmes simples

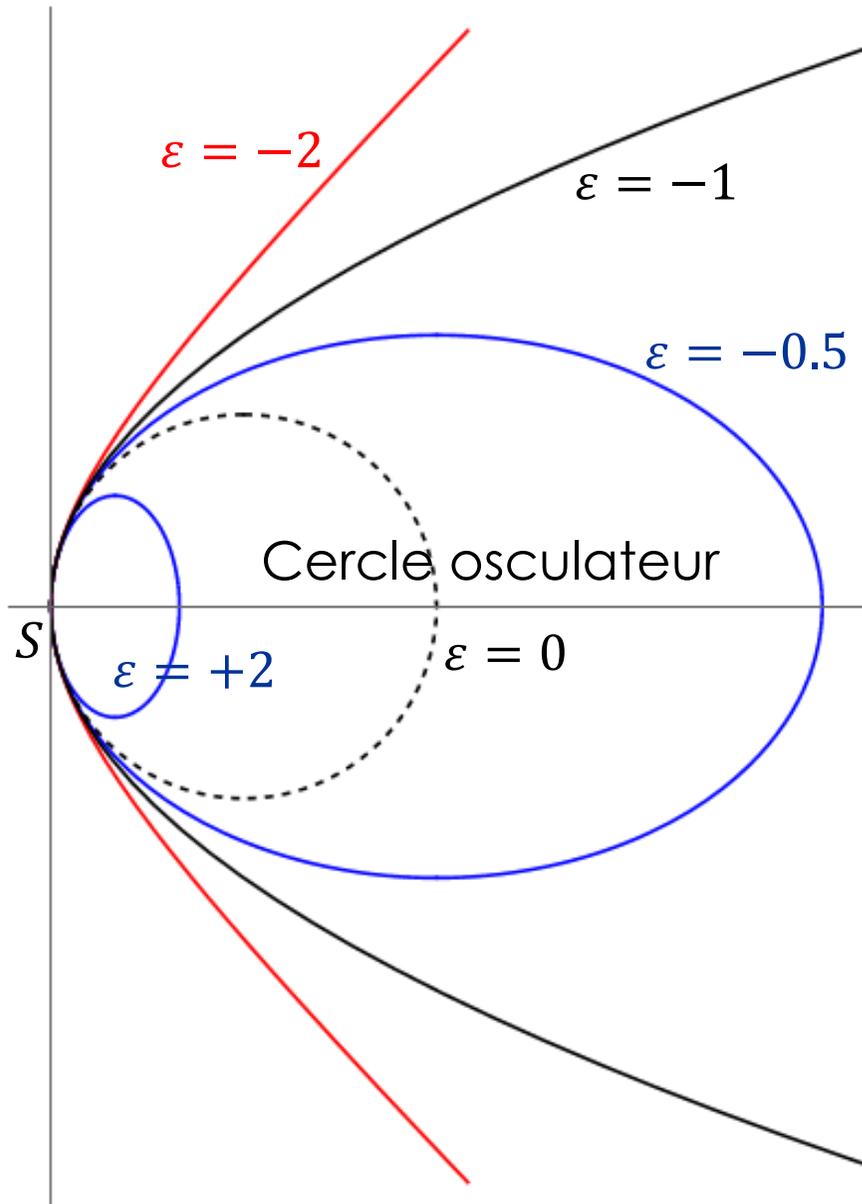
- Le dioptre & le miroir -

Quadriques de révolution de R donné

Une équation approchée unique :

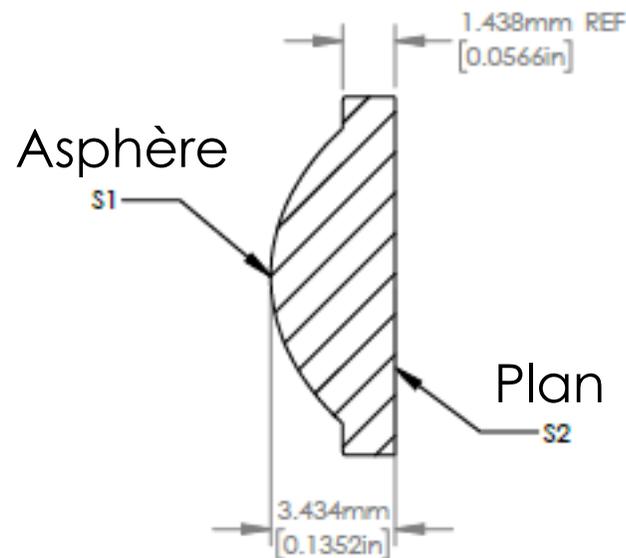
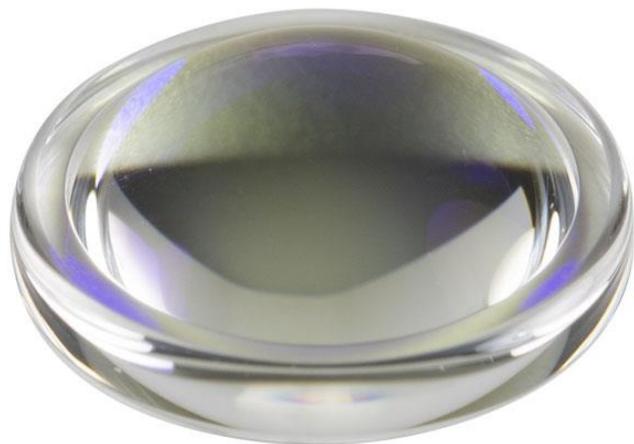
$$z = \frac{h^2}{2R} + \frac{h^4}{8R^3} (1 + \varepsilon) + o(h^4)$$

ε : ellipticité de la surface (*Conicity Constant*)



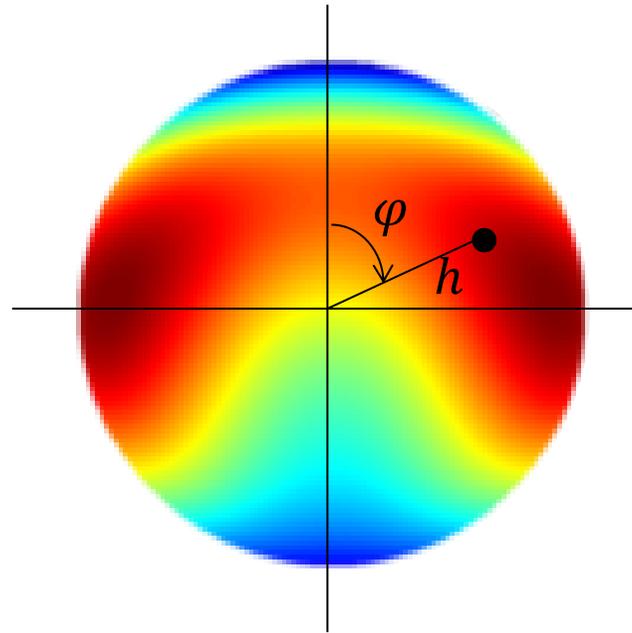
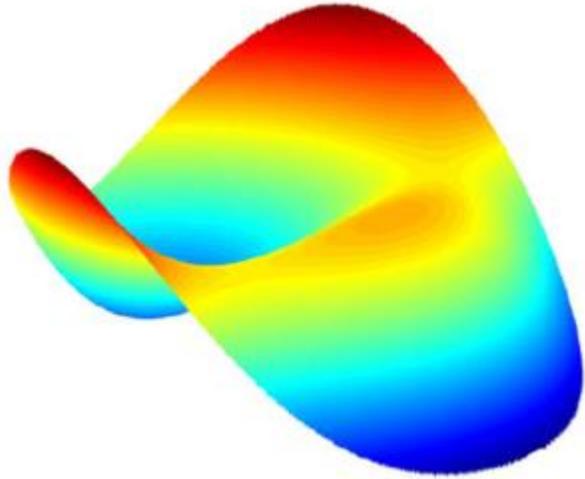
$\varepsilon > 0$	Ellipsoïde aplati
$\varepsilon = 0$	Sphère
$-1 < \varepsilon < 0$	Ellipsoïde allongé
$\varepsilon = -1$	Paraboloïde
$\varepsilon < -1$	Hyperboloïde

Lentille moulée en verre
Thorlabs #354240
Focale 8mm, ON=0.50, $\lambda = 780\text{nm}$



Equation de la surface asphérique :
$$z = \frac{h^2}{R \left(1 + \sqrt{1 - (1 + \varepsilon) \frac{h^2}{R^2}} \right)} + \sum_{i \in \mathbb{N}^*} A_{2i} h^{2i}$$

	R	ε	A2	A4	A6	A8	A10
S1	4.638124	-0.925522	0.000000E0	4.789735E-4	4.049692E-6	3.128181E-8	-6.498699E-10
S2	PLANO	0.000000	0.000000E0	0.000000E0	0.000000E0	0.000000E0	0.000000E0



Equation de la surface : $z = f(h, \varphi)$

La révolution des free-forms

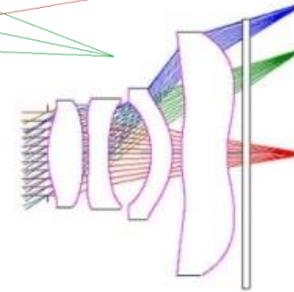
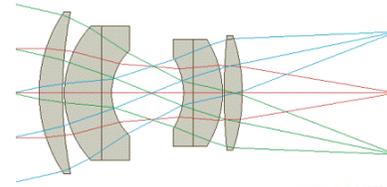
Optique classique : surfaces sphériques



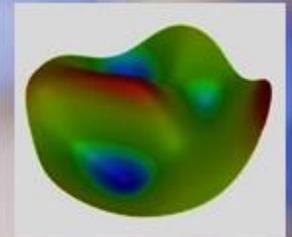
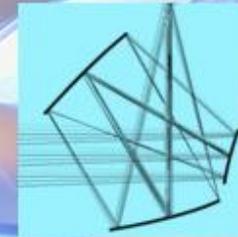
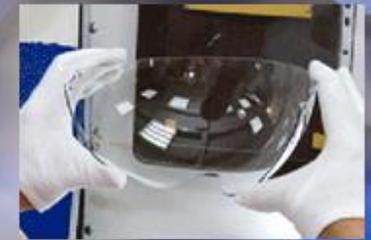
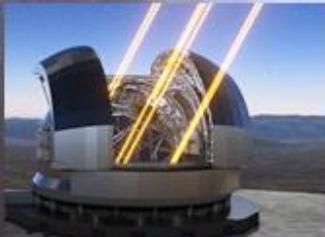
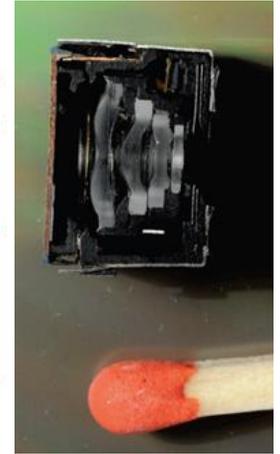
surfaces asphériques de révolution



Optique moderne : surfaces free-forms



Optique smartphone

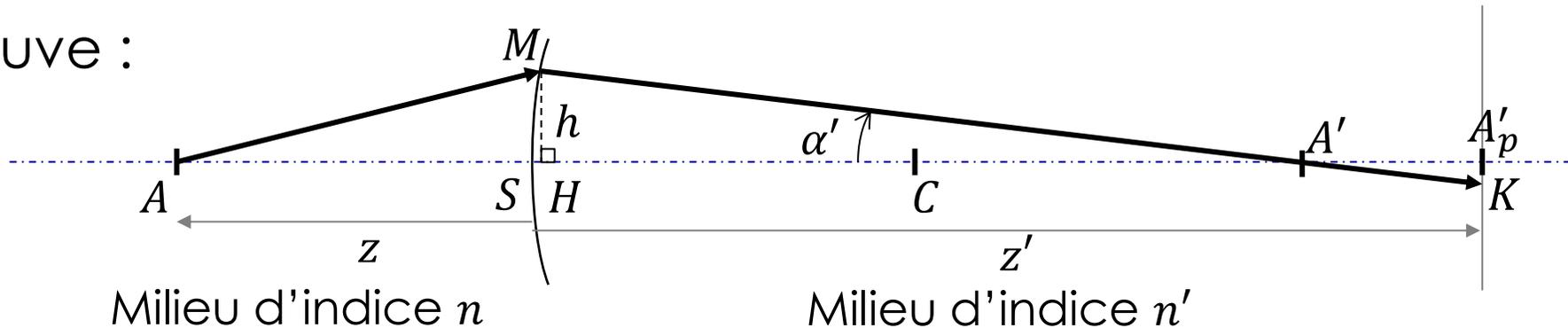


Ecart normal pour un dioptre :

$$n' \Delta_{AS} = \frac{h^4}{8} Q_z^2 \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) + \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon (n' - n)$$

$$Q_z = n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) = n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) \quad : \text{invariant paraxial longitudinal}$$

Preuve :

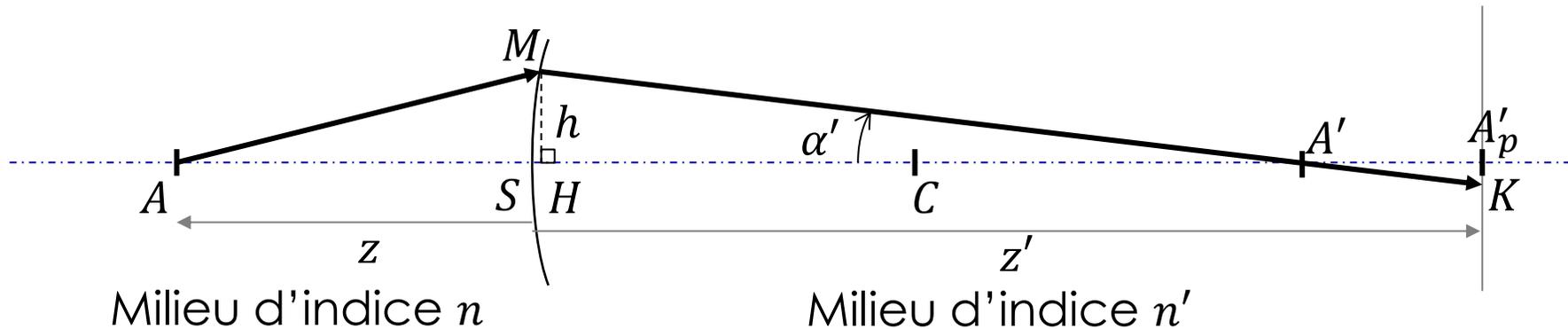


$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$\overline{AM} = \left[\left(-z + \frac{h^2}{2R} + \frac{h^4}{8R^3} (1 + \varepsilon) \right)^2 + h^2 \right]^{1/2}$$

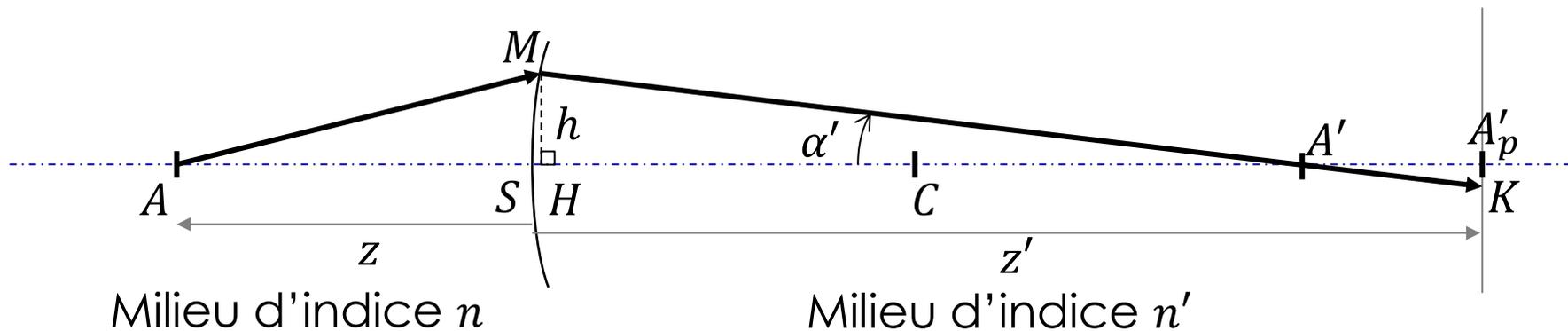


Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$\overline{AM} = (-z) \left[\left(1 - \frac{h^2}{2Rz} - \frac{h^4}{8R^3z} (1 + \varepsilon) \right)^2 + \frac{h^2}{z^2} \right]^{1/2}$$

$$(1 + u)^{1/2} = 1 + \frac{u}{2} - \frac{u^2}{8} + o(u^2)$$

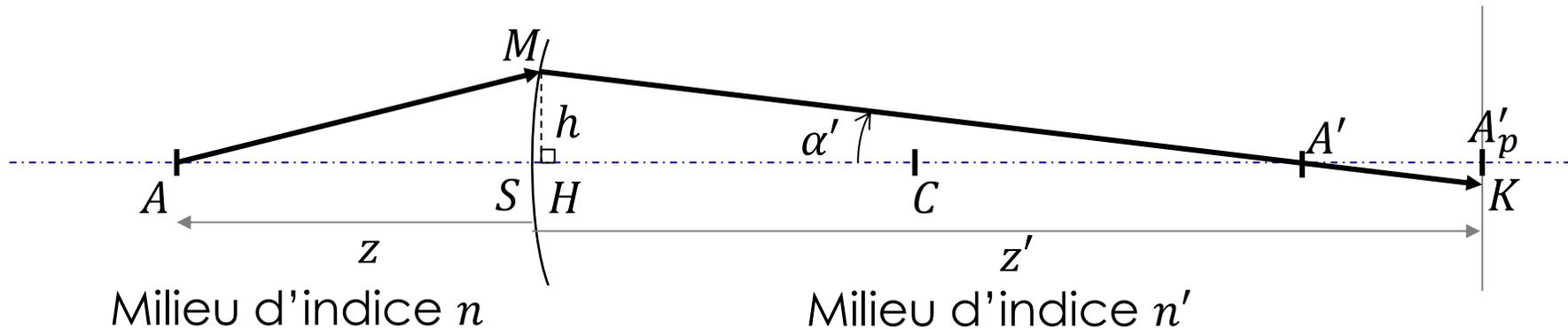


Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$\overline{AM} = -z + \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon + \frac{h^4}{8z} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$\overline{MK} = \overline{MA'_p} \sqrt{1 - \left(\frac{\overline{A'_pK}}{\overline{MA'_p}} \right)^2} \sim \overline{MA'_p}$$

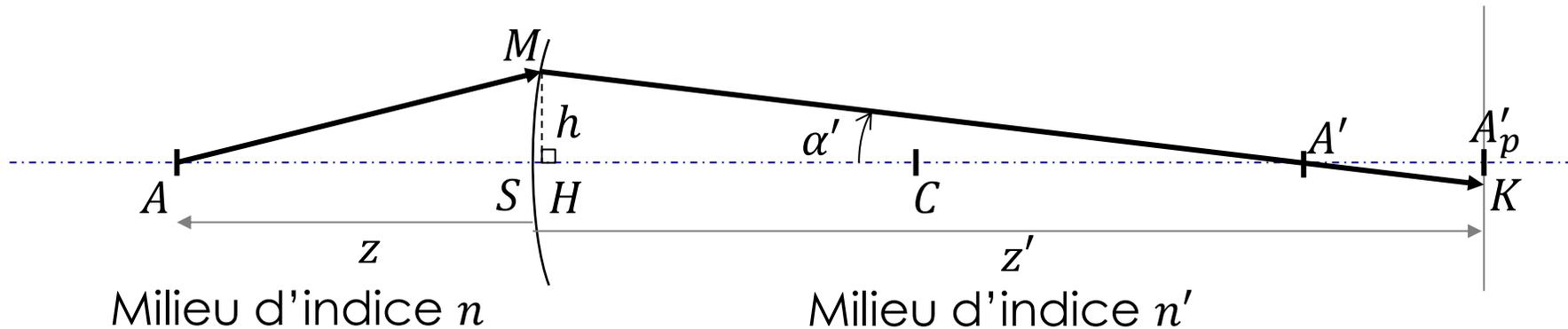


Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$\overline{AM} = -z + \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon + \frac{h^4}{8z} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$\overline{A'_p M} = -z' + \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) + \frac{h^4}{8R^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) + \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon + \frac{h^4}{8z'} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2$$

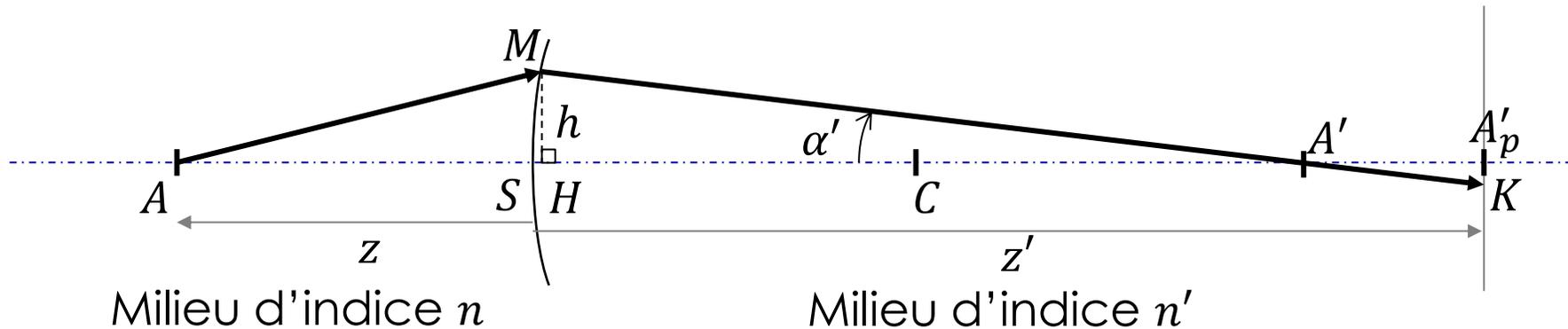


Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$\overline{AM} = -z + \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon + \frac{h^4}{8z} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$\overline{MK} = z' - \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon - \frac{h^4}{8z'} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2$$



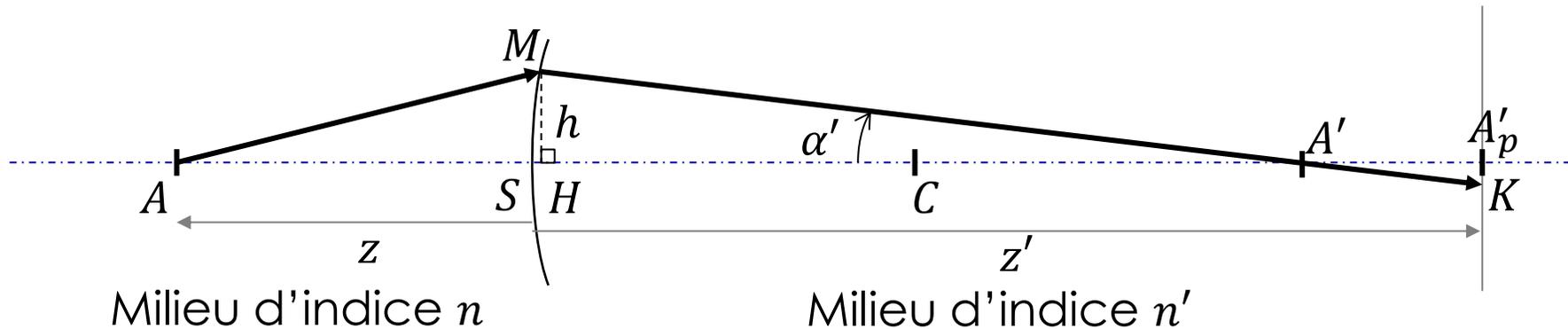
Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$n \overline{AM} = -nz + \frac{h^2}{2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} n \varepsilon + \frac{h^4}{8z} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$n' \overline{MK} = n'z' - \frac{h^2}{2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^3} n' \varepsilon - \frac{h^4}{8z'} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2$$

Relation de conjugaison paraxiale du dioptre : $\frac{n'}{z'} - \frac{n}{z} = \frac{n' - n}{R}$



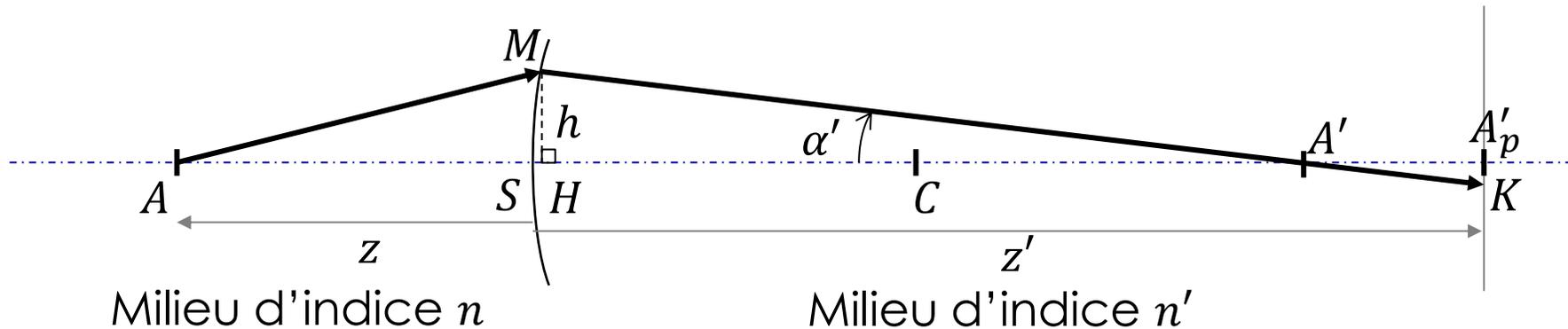
Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$n \overline{AM} = -nz + \frac{h^2}{2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} n \varepsilon + \frac{h^4}{8z} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$n' \overline{MK} = n'z' - \frac{h^2}{2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^3} n' \varepsilon - \frac{h^4}{8z'} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2$$

Invariant longitudinal paraxial : $n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) = n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) = Q_z$



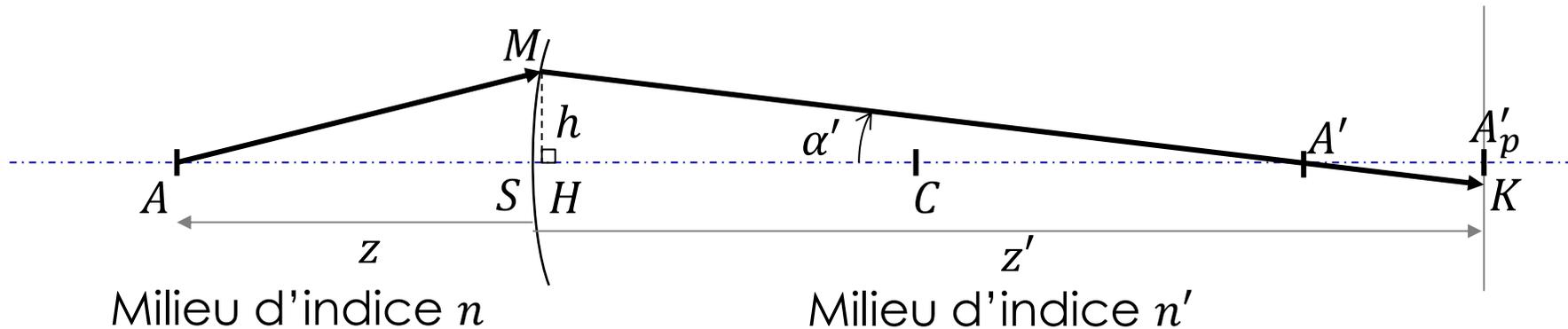
Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$n \overline{AM} = -nz + \frac{h^2}{2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} n \varepsilon + \frac{h^4}{8z} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$n' \overline{MK} = n'z' - \frac{h^2}{2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^3} n' \varepsilon - \frac{h^4}{8z'} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2$$

Invariant longitudinal paraxial : $n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) = n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) = Q_z$



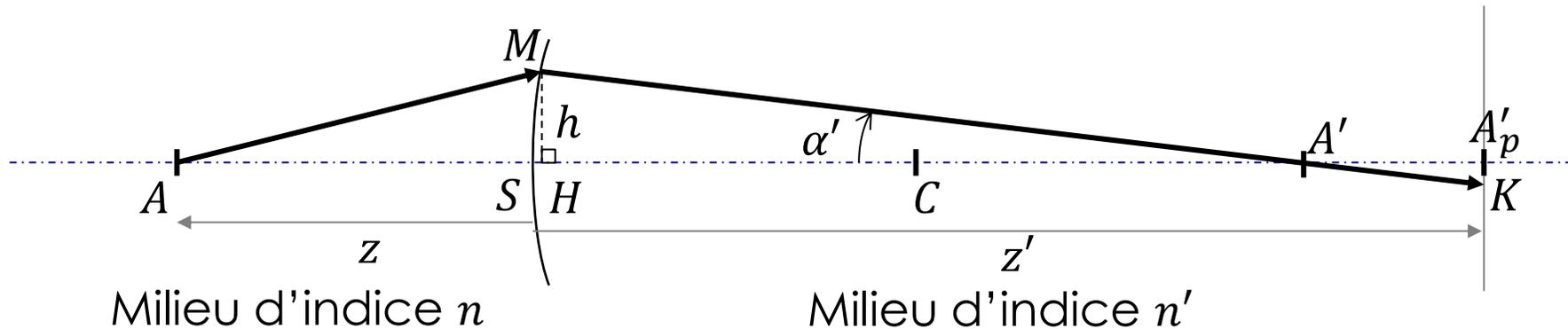
Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$n \overline{AM} = -nz + \frac{h^2}{2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} n \varepsilon + \frac{h^4}{8z} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$n' \overline{MK} = n'z' - \frac{h^2}{2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^3} n' \varepsilon - \frac{h^4}{8z'} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2$$

$$L = L_0 + \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon (n - n') + \frac{h^4}{8} Q_z^2 \left(\frac{1}{nz} - \frac{1}{n'z'} \right)$$



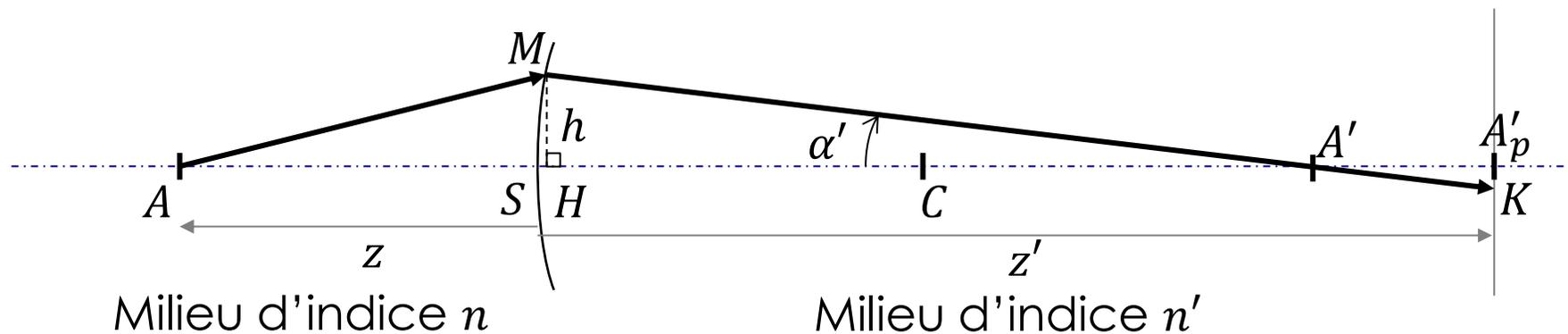
Aberration sphérique du 3^e ordre

$$n' \Delta_{AS} = L_0 - L = (ASA'_p) - (AMK)$$

$$n \overline{AM} = -nz + \frac{h^2}{2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^2} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + \frac{h^4}{8R^3} n \varepsilon + \frac{h^4}{8z} n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)^2$$

$$n' \overline{MK} = n'z' - \frac{h^2}{2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^2} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) - \frac{h^4}{8R^3} n' \varepsilon - \frac{h^4}{8z'} n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2$$

$$n' \Delta_{AS} = \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon (n' - n) + \frac{h^4}{8} Q_z^2 \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right)$$



Ecart normal pour un dioptre :

$$n' \Delta_{AS} = \frac{h^4}{8} Q_z^2 \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) + \frac{h^4}{8R^3} \varepsilon (n' - n)$$

$$Q_z = n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) = n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) : \text{invariant paraxial longitudinal}$$

Cas des miroirs ($n' = -n = 1$):

$$\Delta_{AS} = \frac{h^4}{4R} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)^2 + \varepsilon \frac{h^4}{4R^3}$$

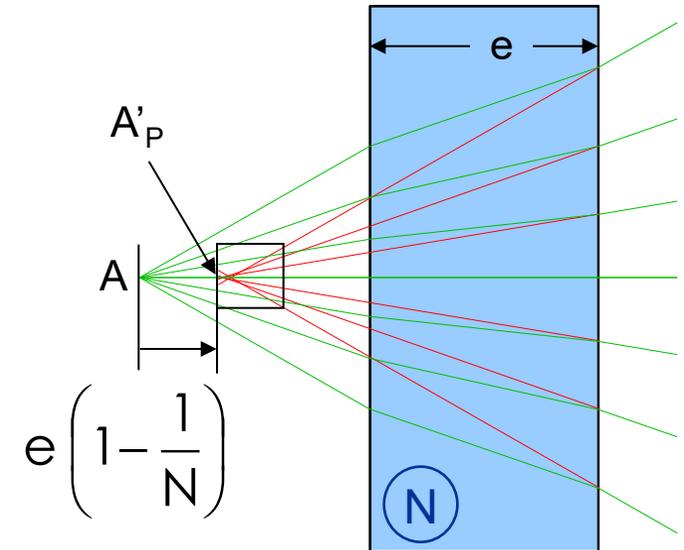
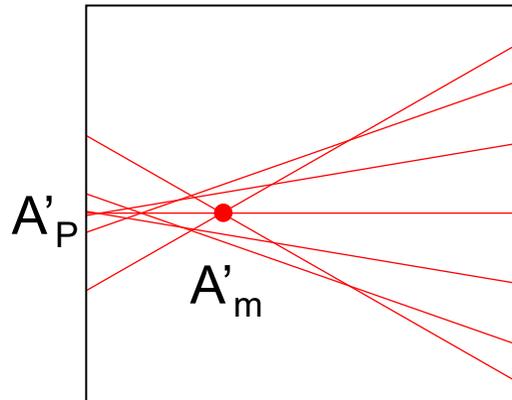
Quelques cas remarquables :

- Miroir sphérique $\infty \rightarrow F'$: $a = -R/16$
- Miroir parabolique $\infty \rightarrow F'$: $a = 0$ (*stigmatisme à tout ordre !*)
- Dioptre sphérique : $a = 0$ pour $C \rightarrow C$ et $W \rightarrow W'$ ($nz = n'z'$)

- Dioptre plan :
$$a = \frac{1}{2} z' \left[\left(\frac{n'}{n} \right)^2 - 1 \right]$$

- lame à faces //

$$a = -\frac{e}{2N} \left[\left(\frac{1}{N} \right)^2 - 1 \right] > 0$$



Ecart normal pour un dioptre :
portant la pupille

$$n' \Delta_c = \frac{h^3}{2} Q_y Q_z \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) \cos \varphi$$

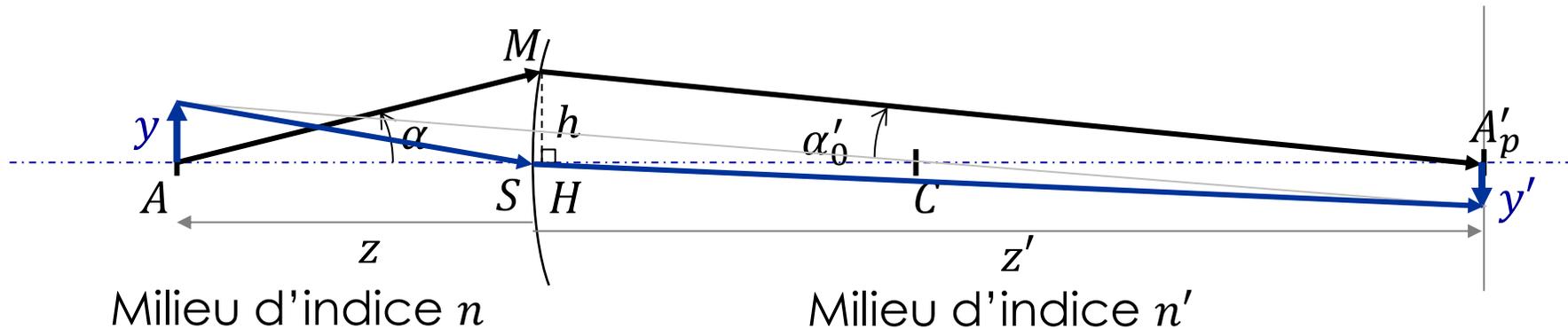
$$Q_z = n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) = n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)$$

: invariant paraxial longitudinal

$$Q_y = n \frac{y}{z} = n' \frac{y'}{z'}$$

: invariant paraxial latéral ($n\Theta = n'\Theta'$)

- Au 3^e ordre, la coma du dioptre portant la pupille est indépendante de la conicité ε de la surface



Ecart normal pour un dioptre :
portant la pupille

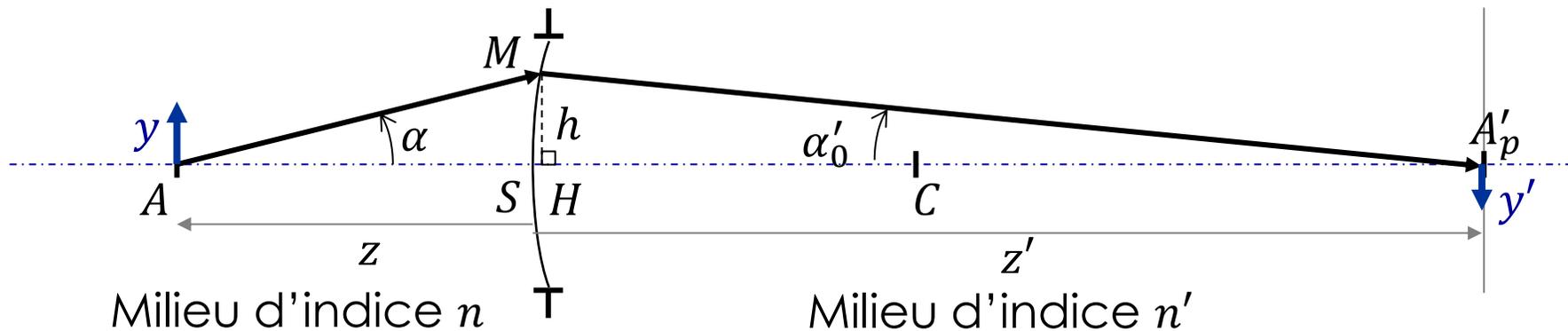
$$n' \Delta_c = \frac{h^3}{2} Q_y Q_z \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) \cos \varphi$$

Preuve : $n' \Delta_c = (ny \sin \alpha - n'y' \sin \alpha'_0) \cos \varphi$

$\sin \alpha = \frac{h}{\overline{AM}}$: il faut développer \overline{AM} au 3^e ordre en h

$\overline{AM} = -z + \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + o(h^3)$, indépendant de ε

d'où $\sin \alpha = -\frac{h}{z} - \frac{h^3}{2z^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)$



Ecart normal pour un dioptre :
portant la pupille

$$n' \Delta_c = \frac{h^3}{2} Q_y Q_z \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) \cos \varphi$$

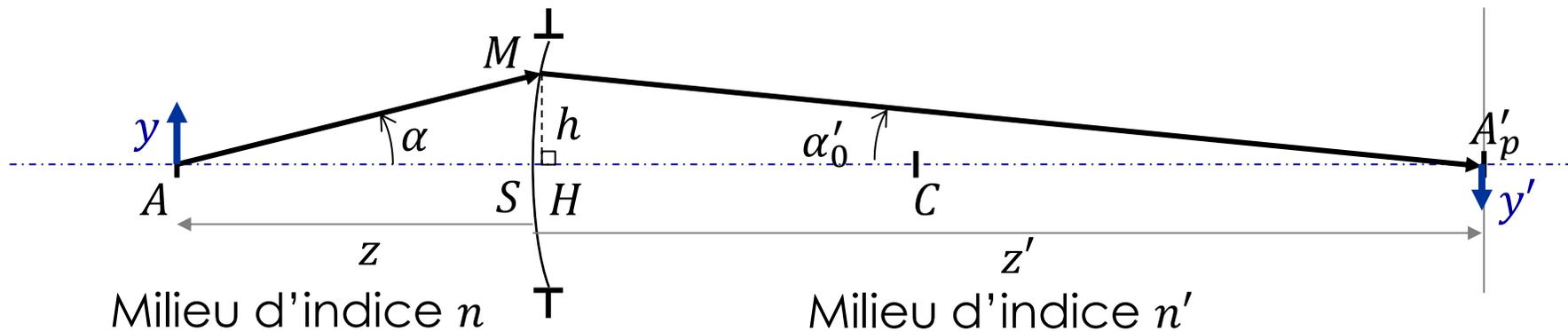
Preuve : $n' \Delta_c = (ny \sin \alpha - n'y' \sin \alpha'_0) \cos \varphi$

$\sin \alpha = \frac{h}{\overline{AM}}$: il faut développer \overline{AM} au 3^e ordre en h

$\overline{AM} = -z + \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + o(h^3)$, indépendant de ε

$$n y \sin \alpha = -\frac{n y h}{z} - \frac{n y h^3}{2z^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)$$

De même $n'y' \sin \alpha'_0 = -\frac{n'y' h}{z'} - \frac{n'y' h^3}{2z'^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)$



Ecart normal pour un dioptre :
portant la pupille

$$n' \Delta_c = \frac{h^3}{2} Q_y Q_z \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) \cos \varphi$$

Preuve : $n' \Delta_c = (ny \sin \alpha - n'y' \sin \alpha'_0) \cos \varphi$

$\sin \alpha = \frac{h}{\overline{AM}}$: il faut développer \overline{AM} au 3^e ordre en h

$\overline{AM} = -z + \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) + o(h^3)$, indépendant de ε

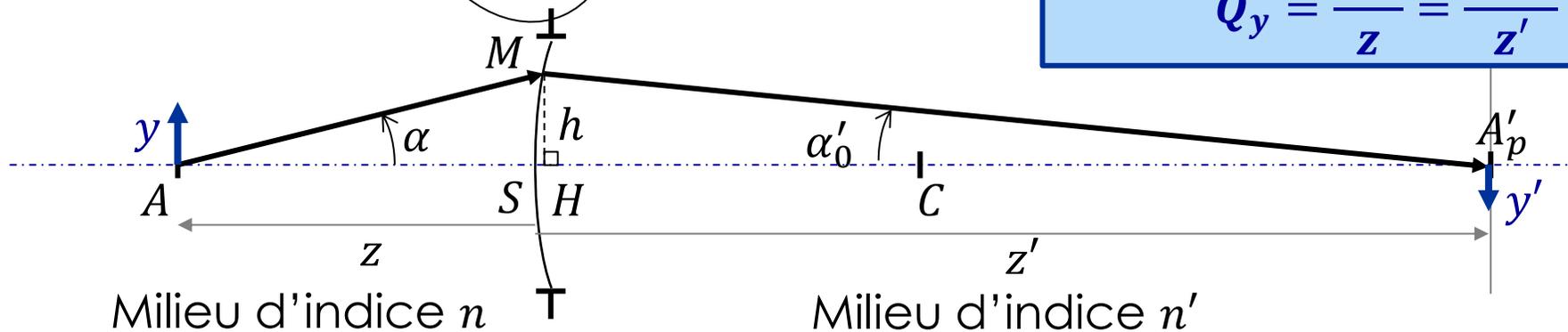
$$ny \sin \alpha = -\frac{nyh}{z} - \frac{nyh^3}{2z^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right)$$

De même $-n'y' \sin \alpha'_0 = \frac{n'y'h}{z'} + \frac{n'y'h^3}{2z'^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)$

Invariant paraxial latéral
(ou de Lagrange-Helmholtz)

$$ny \alpha = n'y' \alpha'_0$$

$$Q_y = \frac{ny}{z} = \frac{n'y'}{z'}$$



Ecart normal pour un dioptré :
portant la pupille

$$n' \Delta_c = \frac{h^3}{2} Q_y Q_z \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) \cos \varphi$$

$$Q_z = n \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z} \right) = n' \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right)$$

: invariant paraxial longitudinal

$$Q_y = n \frac{y}{z} = n' \frac{y'}{z'}$$

: invariant paraxial latéral ($n\Theta = n'\Theta'$)

➤ Au 3^e ordre, la coma du dioptré portant la pupille est indépendante de la conicité ε de la surface

Cas des miroirs ($n' = -n = 1$):
portant la pupille

$$\Delta_c = \frac{h^3}{R} \frac{y'}{z'} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{z'} \right) \cos \varphi$$

Quelques cas remarquables :

- ❖ Dioptre/miroir sphérique, pupille au centre de courbure :
→ coma nulle à tout ordre, pour toute conjugaison
- Dioptre sphérique : **$b = 0$** pour $C \rightarrow C$ et $W \rightarrow W'$ ($nz = n'z'$)
 - Vrai pour toute position de pupille !
 - Aplanétisme à tout ordre !
- Miroir sphérique : **$b = 0$** pour $C \rightarrow C$
 - Vrai pour toute position de pupille !
 - Aplanétisme à tout ordre !
- Miroir sphérique $\infty \rightarrow F'$, portant la pupille : $b = 1/4$
- Miroir parabolique $\infty \rightarrow F'$: $b = 1/4$
 - Vrai pour toute position de pupille !
- Dioptre plan portant la pupille : $b = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \right]$

Ecart normal induit par un défaut de surface

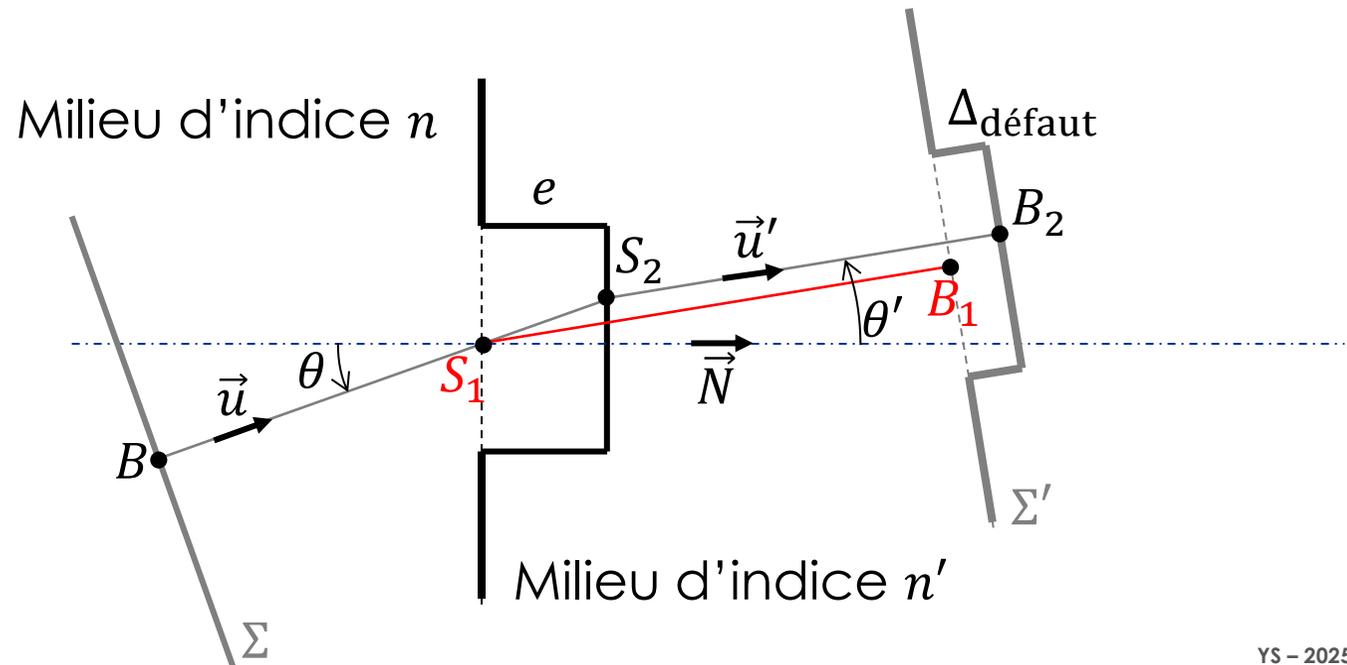
$$n' \Delta_{\text{défaut}} = e(n' \cos \theta' - n \cos \theta)$$

Preuve : $(BB_1) = n \overline{BS_1} + n' \overline{S_1B_1}$

$$(BB_2) = n \overline{BS_2} + n' \overline{S_2B_2}$$

B_1 et B_2 appartiennent au même front d'onde : $(BB_1) = (BB_2)$

$$\text{donc } n \overline{S_1S_2} + n' (\overline{S_2B_2} - \overline{S_1B_1}) = 0$$



Ecart normal induit par un défaut de surface

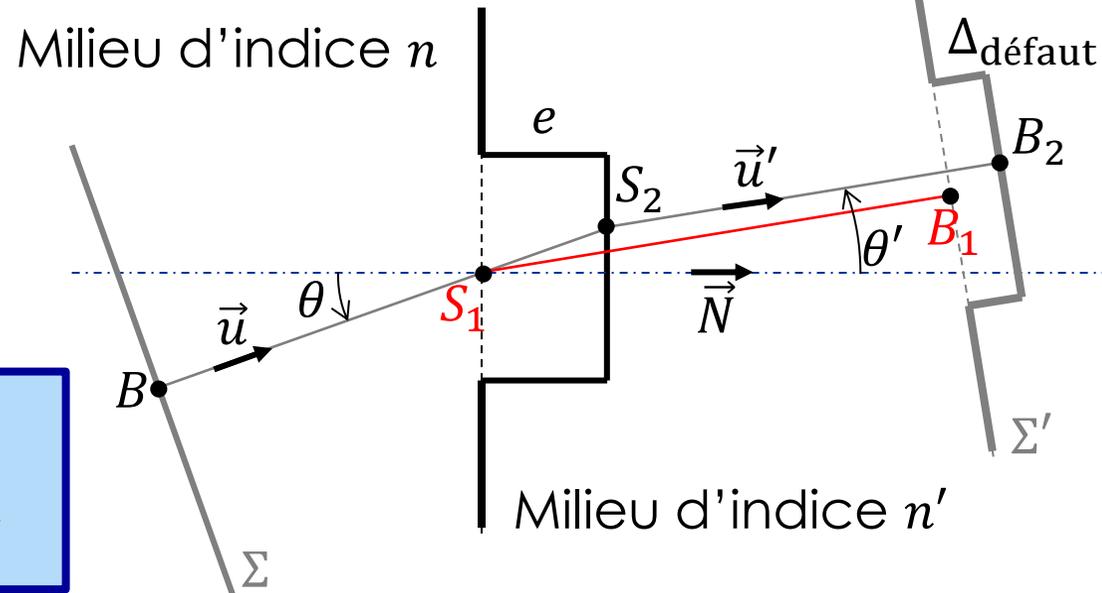
$$n' \Delta_{\text{défaut}} = e(n' \cos \theta' - n \cos \theta)$$

Preuve : $n \overline{S_1 S_2} + n' (\overline{S_2 B_2} - \overline{S_1 B_1}) = 0$

$$n \overline{S_1 S_2} \cdot \vec{u} + n' (\overline{S_2 B_2} \cdot \vec{u}' - \overline{S_1 B_1} \cdot \vec{u}') = 0$$

$$n \overline{S_1 S_2} \cdot \vec{u} + n' (\overline{B_1 B_2} \cdot \vec{u}' - \overline{S_1 S_2} \cdot \vec{u}') = 0$$

$$n' \overline{B_1 B_2} \cdot \vec{u}' = \overline{S_1 S_2} \cdot (n' \vec{u}' - n \vec{u}) = (n' \cos \theta' - n \cos \theta) \overline{S_1 S_2} \cdot \vec{N}$$



Loi de Snell-Descartes

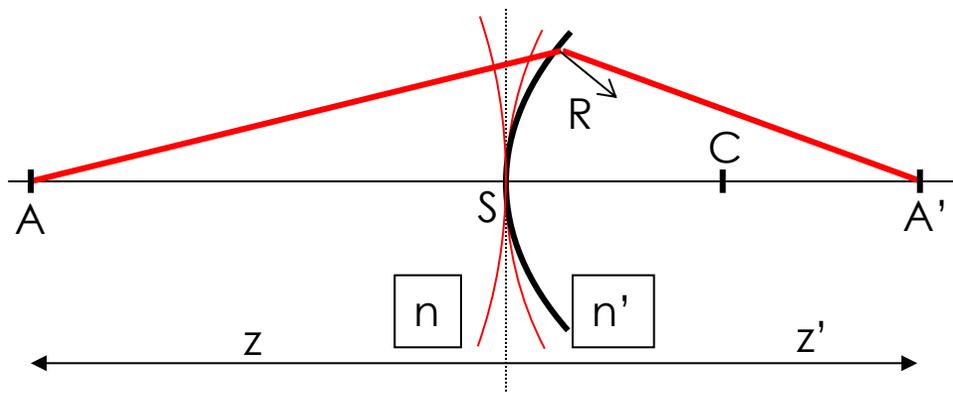
$$n' \vec{u}' - n \vec{u}$$

$$= (n' \cos \theta' - n \cos \theta) \vec{N}$$

Relation de conjugaison sur l'axe d'un dioptre

dioptre

Équation de conjugaison sur l'axe d'un dioptre



$$\frac{n'}{z'} = \frac{n}{z} + \frac{n' - n}{R}$$

Preuve : L'écart entre le dioptre et son plan tangent en S peut être vu comme un défaut de surface d'épaisseur $e(h) = \frac{h^2}{2R}$, qui induit un défaut d'écart normal $n' \Delta_{\text{défaut}} = (n' - n)e(h)$

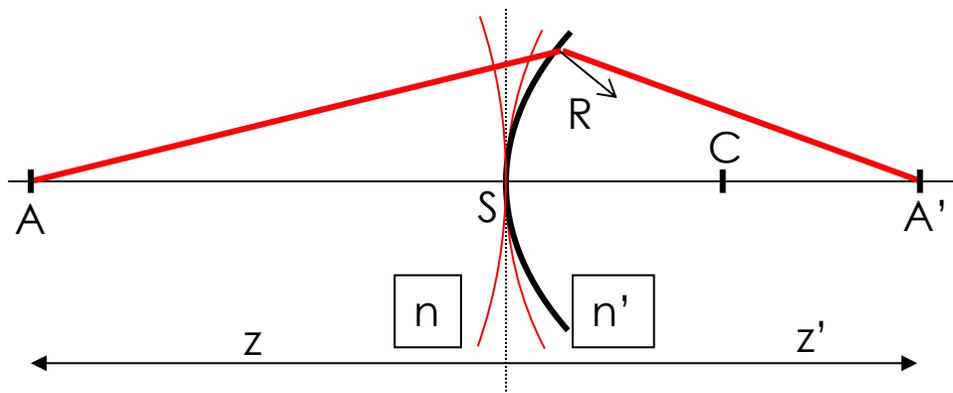
Théorème de Gouy : $n' \Delta' = n \Delta + n' \Delta_{\text{défaut}}$

$$\text{D'où : } n' \frac{h^2}{2z'} = n \frac{h^2}{2z} + (n' - n) \frac{h^2}{2R}$$

Relations de conjugaison hors axe d'un dioptre

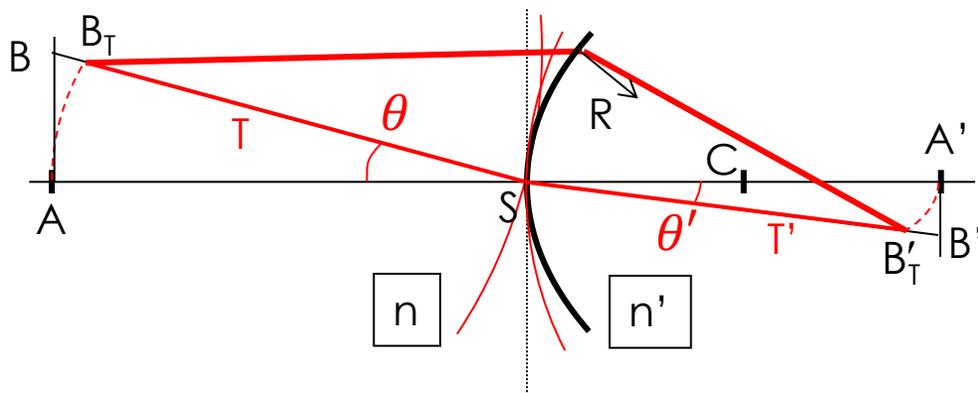
dioptre

Équation de conjugaison sur l'axe d'un dioptre



$$\frac{n'}{z'} = \frac{n}{z} + \frac{n' - n}{R}$$

Équations de conjugaison hors d'axe d'un dioptre



Rayons tangentiels

$$\frac{n' \cos^2 \theta'}{T'} = \frac{n \cos^2 \theta}{T} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

Rayons sagittaux

$$\frac{n'}{S'} = \frac{n}{S} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

Ecart normal entre le plan et la méridienne du front d'onde d'azimuth φ

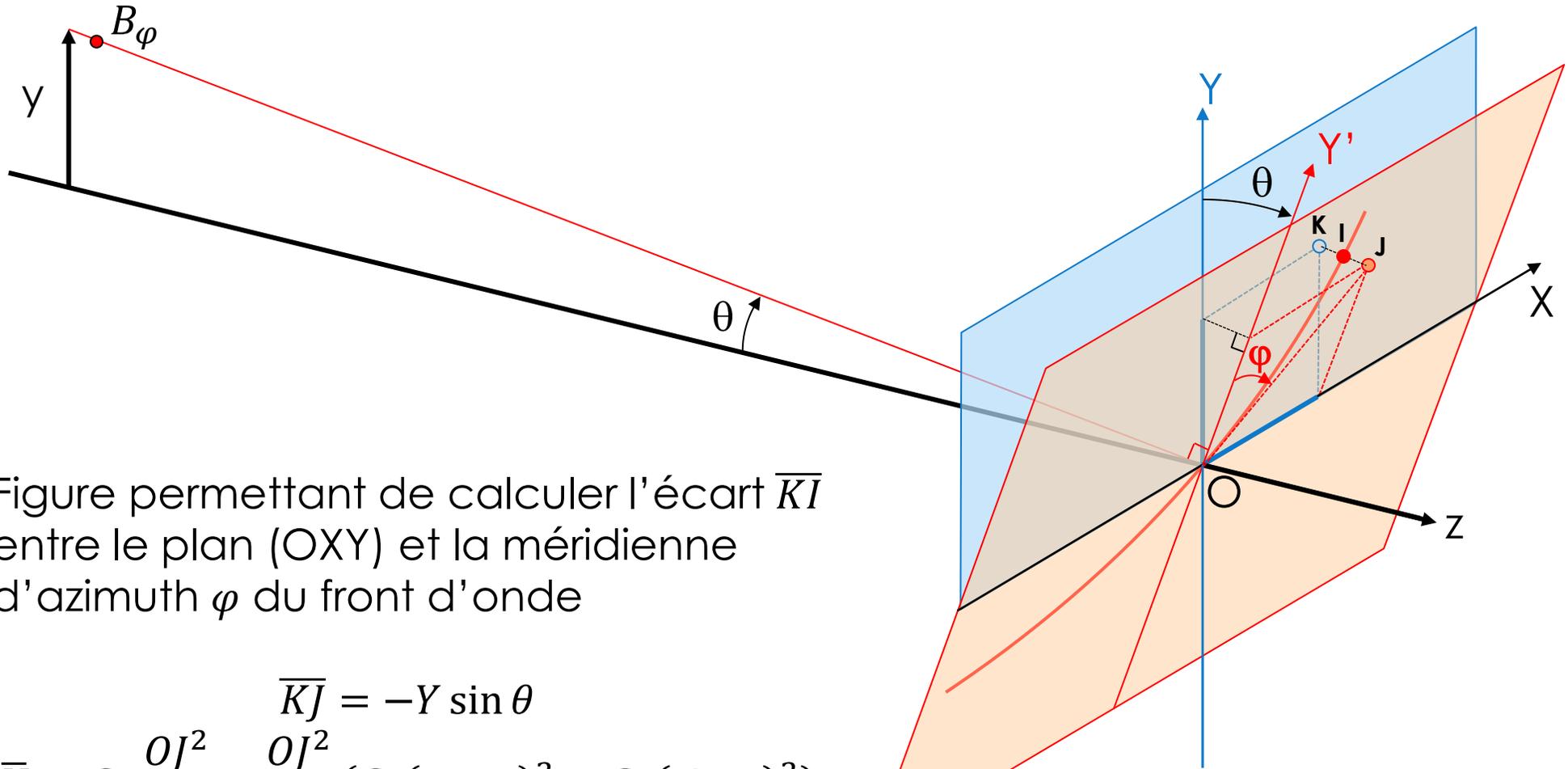


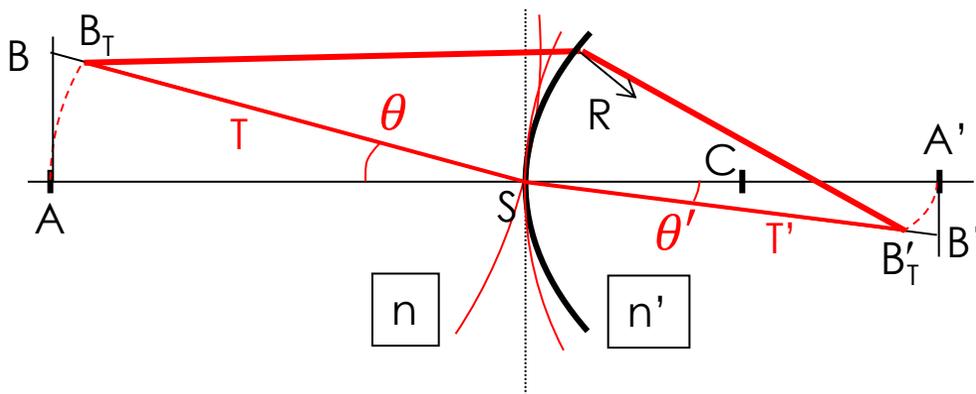
Figure permettant de calculer l'écart \overline{KI} entre le plan (OXY) et la méridienne d'azimuth φ du front d'onde

$$\overline{KI} = C_{\varphi} \frac{OJ^2}{2} = \frac{OJ^2}{2} (C_Y (\cos \varphi)^2 + C_X (\sin \varphi)^2)$$

$$\text{D'où } \overline{KI} = \frac{(Y \cos \theta)^2}{2T} + \frac{X^2}{2S} \implies$$

$$n\Delta = n \left(-Y \sin \theta + \frac{(Y \cos \theta)^2}{2T} + \frac{X^2}{2S} \right)$$

Relations de conjugaison hors axe d'un dioptr



Rayons tangentiels

$$\frac{n' \cos^2 \theta'}{T'} = \frac{n \cos^2 \theta}{T} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

Rayons sagittaux

$$\frac{n'}{S'} = \frac{n}{S} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

Preuve : $n\Delta = n \left(-Y \sin \theta + \frac{(Y \cos \theta)^2}{2T} + \frac{X^2}{2S} \right)$

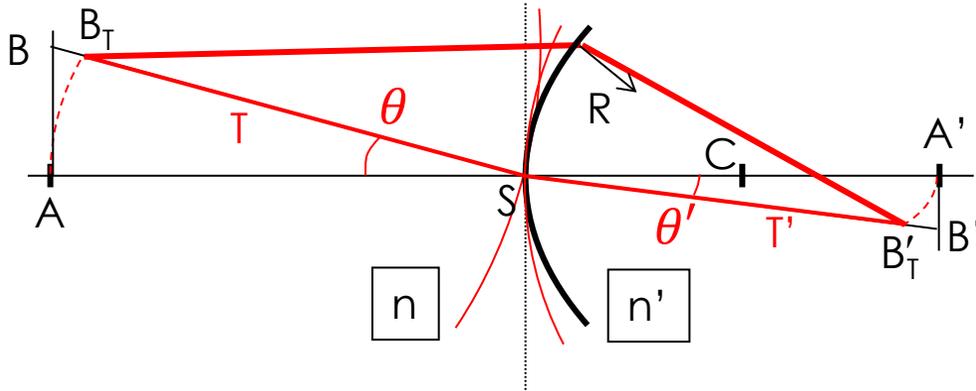
$$n'\Delta' = n' \left(-Y \sin \theta' + \frac{(Y \cos \theta')^2}{2T'} + \frac{X^2}{2S'} \right)$$

$$n'\Delta_{\text{défaut}} = e(n' \cos \theta' - n \cos \theta) = \frac{Y^2 + X^2}{2R} (n' \cos \theta' - n \cos \theta)$$

Théorème de Gouy : $n'\Delta_{\text{défaut}} = n'\Delta' - n\Delta$

On trouve les relations de conjugaison hors axe par identification des termes en Y^2 et X^2 et en utilisant $n \sin \theta = n' \sin \theta'$

Relations de conjugaison hors axe d'un dioptre



Rayons tangentiels

$$\frac{n' \cos^2 \theta'}{T'} = \frac{n \cos^2 \theta}{T} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

Rayons sagittaux

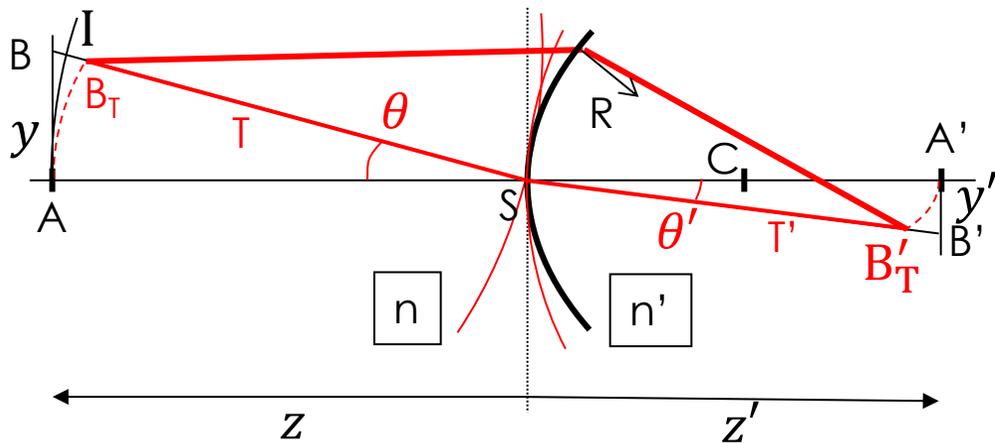
$$\frac{n'}{S'} = \frac{n}{S} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

Cas d'un miroir de rayon R :

$$\frac{1}{T'} + \frac{1}{T} = \frac{2}{R \cos \theta}$$

$$\frac{1}{S'} + \frac{1}{S} = \frac{2 \cos \theta}{R}$$

Relations entre courbures de l'objet et de l'image



Rayons tangentiels

$$\frac{n' \cos^2 \theta'}{T'} = \frac{n \cos^2 \theta}{T} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

Rayons sagittaux

$$\frac{n'}{S'} = \frac{n}{S} + \frac{n' \cos \theta' - n \cos \theta}{R}$$

$$\overline{SB_T'} = \overline{SI} + \overline{IB} + \overline{BB_T'}$$

$$T = z + \frac{y^2}{2z} + C_T \frac{y^2}{2} + o(y^2)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{z} \left(1 - \frac{y^2}{2z^2} - C_T \frac{y^2}{2z} \right) + o(y^2)$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{y^2}{2z^2} + o(y^2)$$

$$(\cos \theta)^2 = 1 - \frac{y^2}{z^2} + o(y^2)$$

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{z'} \left(1 - \frac{y'^2}{2z'^2} - C_T' \frac{y'^2}{2z'} \right) + o(y'^2)$$

$$\cos \theta' = 1 - \frac{y'^2}{2z'^2} + o(y'^2)$$

$$(\cos \theta')^2 = 1 - \frac{y'^2}{z'^2} + o(y'^2)$$

Relations entre courbures de l'objet et de l'image

$$\begin{cases} \frac{C'_T}{n'} - \frac{C_T}{n} = -3 \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) + \frac{1}{R} \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right) \\ \frac{C'_S}{n'} - \frac{C_S}{n} = - \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) + \frac{1}{R} \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right) \end{cases}$$

Courbures
des
Surfaces
images

Courbures
des
Surfaces
objet

Contributions du dioptre portant la pupille
(au 3^e ordre)

➤ *Indépendantes de son **ellipticité** ε*

Astigmatisme

$$\frac{A'}{n'} - \frac{A}{n} = \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right)$$

Courbure de champ

$$\frac{C'}{n'} - \frac{C}{n} = -2 \left(\frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) + \frac{1}{R} \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right)$$

Courbure de Petzval :

$$\frac{P'}{n'} - \frac{P}{n} = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right)$$

➤ indépendant de (z, z')

Conjugaison $W \rightarrow W'$: aplanétique & anastigmatique ! ($nz = n'z'$)

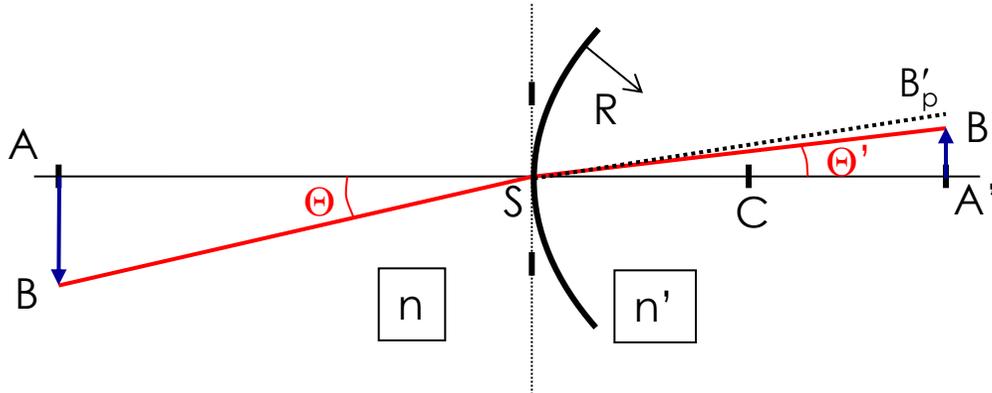
Cas des miroirs :
portant la pupille

- Les courbures du 3^e ordre introduites par un **miroir portant la pupille** sont
 - indépendantes de (z, z') !
 - indépendantes de son ellipticité ε

$$\left\{ \begin{array}{l} C'_T + C_T = -\frac{4}{R} \\ C'_S + C_S = 0 \\ C' + C = -\frac{2}{R} \\ A' + A = \frac{2}{R} \end{array} \right.$$

$$P' + P = \frac{2}{R}$$

Distorsion du dioptre portant la pupille



$$\frac{dy'}{y'} = \frac{\theta'^2}{2} \left[1 - \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \right]$$

➤ *indépendant de R*

Cas du miroir portant la pupille : **distorsion nulle à tout ordre**

Exercice 1: aberration sphérique introduite par une lame à faces //

On considère une lentille asphérique corrigée de l'aberration sphérique et ouverte à $f/1$. Elle permet de focaliser sur l'axe un faisceau laser collimaté à $\lambda = 850nm$. On insère entre la lentille et le point focal une lame à faces parallèles en BK7 (indice $N=1.51$) et d'épaisseur 1mm.

Par quoi est limitée la résolution de ce système optique ?

Exercice 2: variations des aberrations avec la position de la pupille

Soit un système optique de focale $f' = 20\text{mm}$ et travaillant en infini-foyer. L'analyse du front d'onde émergent, dans le plan de la pupille de sortie, conduit aux résultats suivants :

– Sur l'axe ($y'=0\text{mm}$) : $\Delta(\alpha') = \lambda \left(\frac{\alpha'}{\alpha'_1} \right)^4$

– En bord de champ ($y'=3\text{mm}$) : $\Delta(\alpha') = \frac{\lambda}{4} \left(\frac{\alpha'}{\alpha'_1} \right)^2$

Ces résultats ont été obtenus pour une position de pupille de sortie, notée {1}, située à 10mm du plan principal image ($\overline{H'P'_1} = 20\text{mm}$). $\alpha'_1 = 0.167\text{rad}$ désigne l'angle d'ouverture maximal pour cette position {1} de la pupille.

On déplace ensuite la pupille en une position {2} ($\overline{H'P'_2} = -6.7\text{mm}$) et on diminue l'ouverture image ($\alpha'_2 = 0.1\text{rad}$).

1. Pour la position {1} de la pupille, quelles sont les aberrations présentes sur l'axe ? Et en bord de champ ?
2. Quelles aberrations apparaissent hors d'axe pour la position {2} de la pupille ?
3. Dans la situation {2}, évaluez l'écart normal en bord de pupille associé à chaque aberration (en unités de λ), sur l'axe et en bord de champ.
4. En déduire le développement de l'écart normal en bord de champ, pour la position {2} de la pupille, en fonction des variables d'ouverture α'/α'_2 et φ .