

Chapitre 6

La distorsion

Lentille PCX, $\infty \rightarrow F'$, $\Theta = 25^\circ$

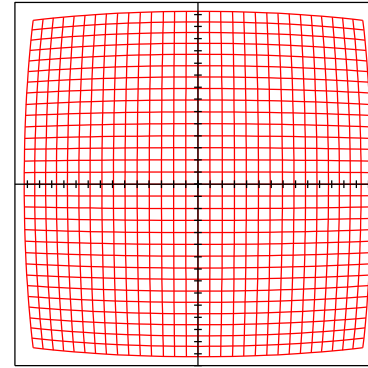
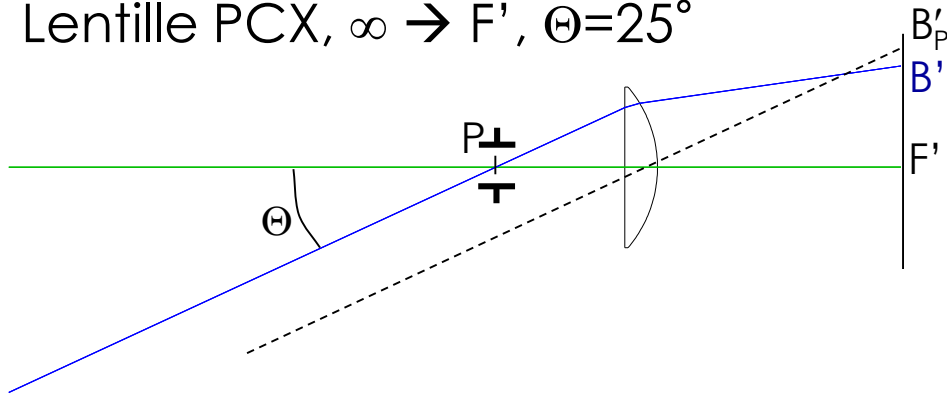


Image nette, en barillet

$$\frac{dy'}{y'} = -10\% \text{ en bord de champ}$$

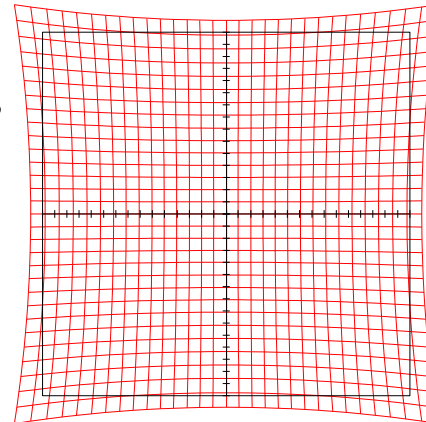
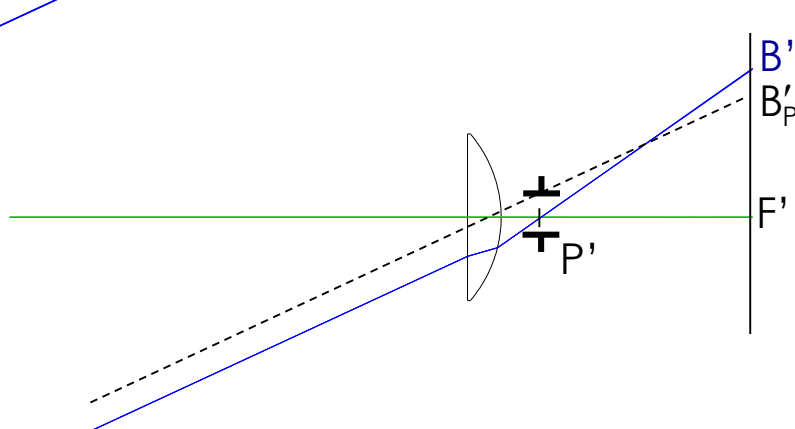
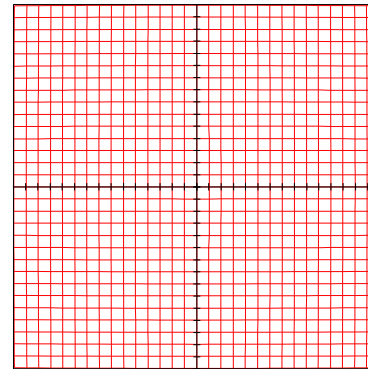
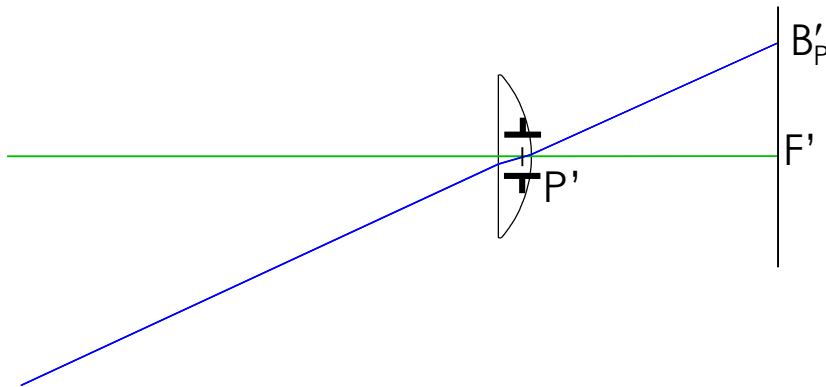
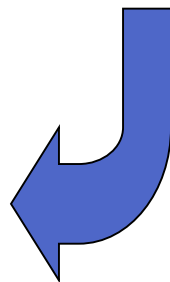


Image nette, en coussinet

$$\frac{dy'}{y'} = +15\% \text{ en bord de champ}$$

Ecart normal : $\Delta(y', \alpha', \varphi) \propto \alpha' y'^{2q+1} \cos \varphi \quad (q \geq 1) \rightarrow$ **Tilt non linéaire en y'**
 par rapport à la sphère S_P
 centrée en B'_P

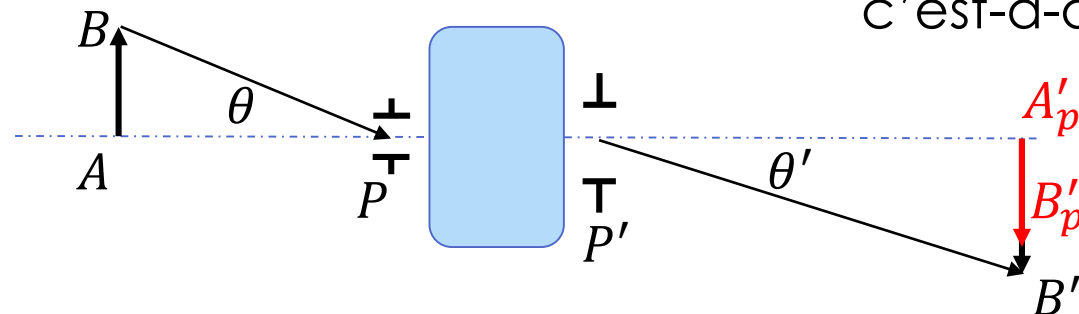
$$\begin{cases} dy' \propto y'^{2q+1} \\ dx' = 0 \end{cases}$$



$\rightarrow$ L'image d'une grille est **nette**,
 mais **distordue**

Grandissement transversal : $g_y = \frac{y' + dy'}{y} = (g_y)_P \times [1 + D y'^2 + D' y'^4 + \dots]$

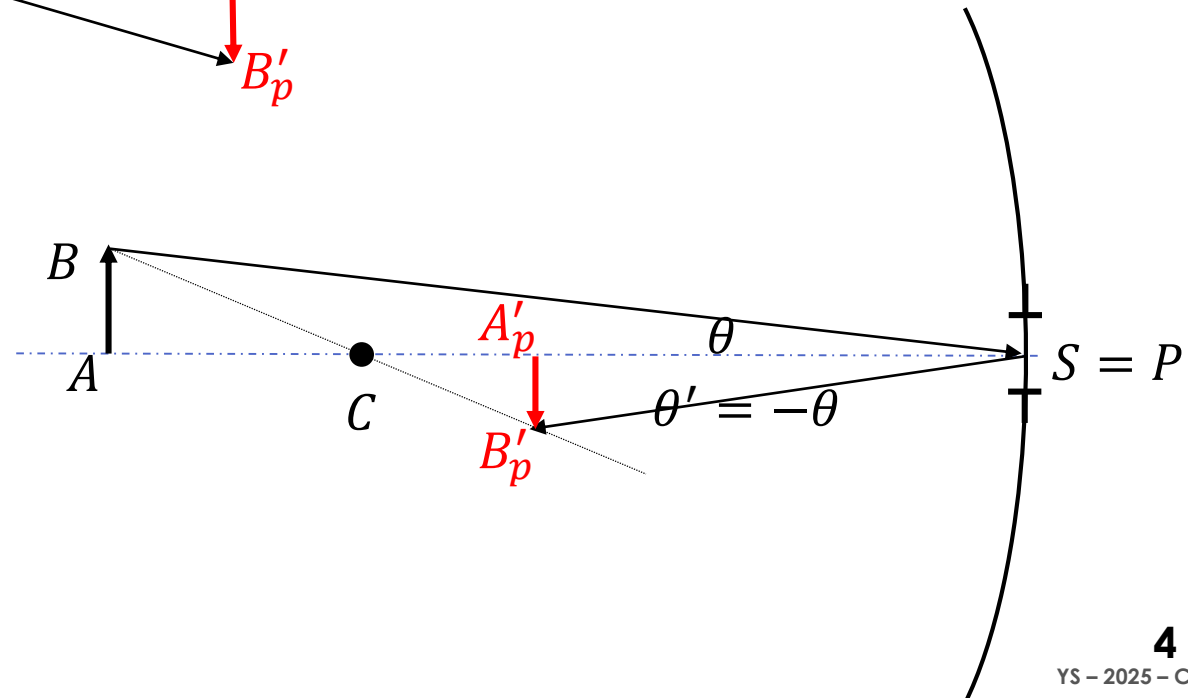
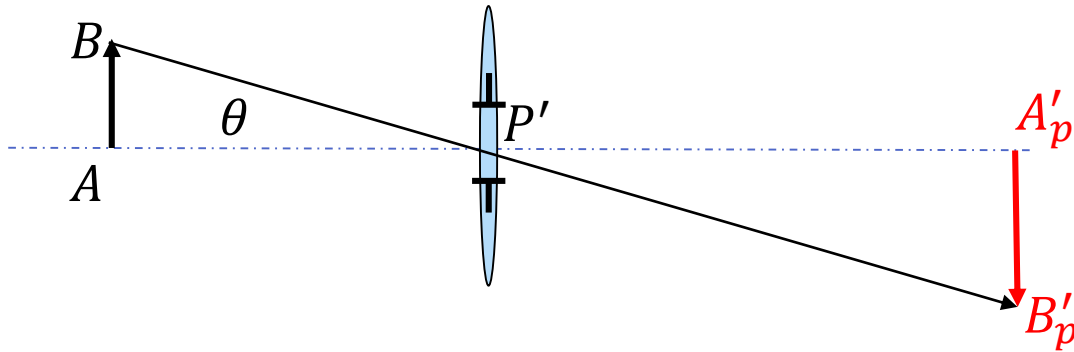
Condition d'orthoscopie (pas de distorsion): $\forall y', g_y = \text{cste} = (g_y)_P$



c'est-à-dire $\forall \theta, \frac{\overline{P'A'} \tan \theta'}{\overline{PA} \tan \theta} = \text{cste} = (g_y)_P$

Exemples de systèmes sans distorsion

- Lentille mince portant la pupille
 - miroir portant la pupille
- } *Vrai pour toute conjugaison*

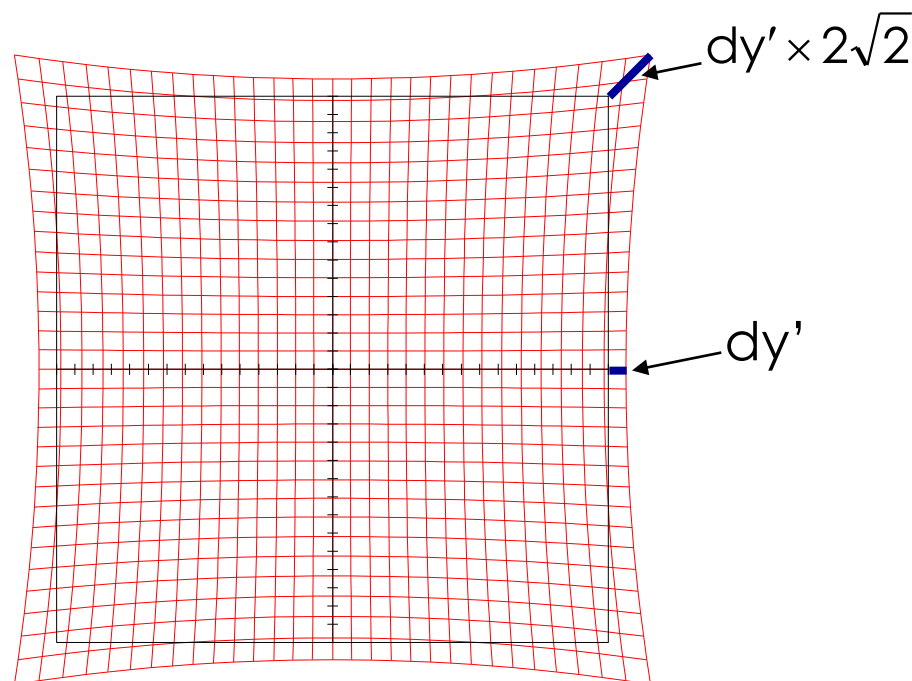


Tilt selon y' de l'image :

$$\begin{cases} dy' = D y'^3 \\ dx' = 0 \end{cases}$$

au 3^e ordre

Ecart normal / sphère S_p : $\Delta = D y'^3 \alpha' \cos \varphi$



Critère visuel : Distorsion gênante lorsque $dy'/y' > 3\%$

Chapitre 7

Variations des aberrations avec la position de la pupille

Exemple 1 : le chromatisme latéral

Lentille mince PCX, BK7, $f' = 150\text{mm}$, $\text{ON}=0.02$, $\theta = 1^\circ$

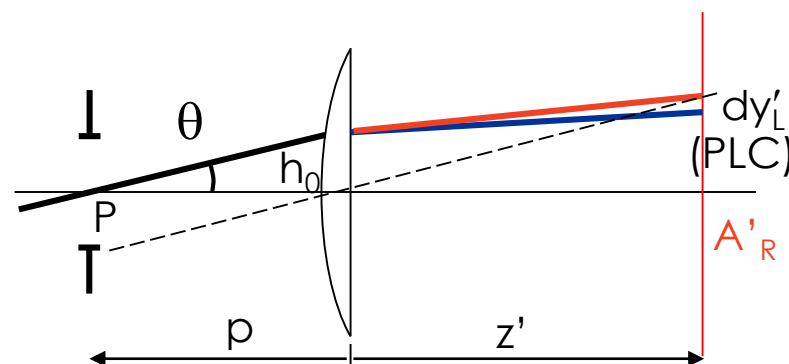
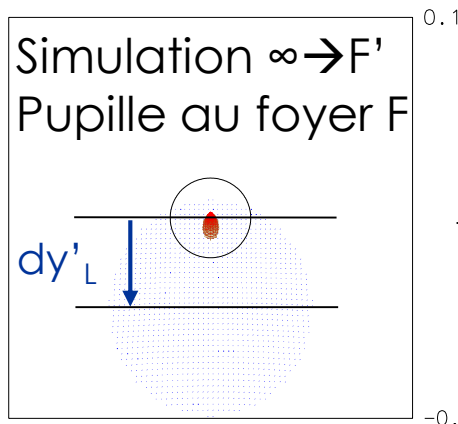
Chromatisme latéral : $dy'_L = z' dD = z' \times \left(-h_0 \frac{C}{v} \right)$

$$h_0 = -p \theta$$

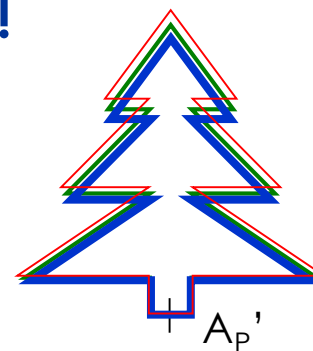
$$y'_R = z' \theta$$

$$dy'_L = p \frac{C}{v} y'_R$$

dépend de la position de la pupille !



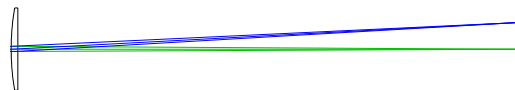
Ecart normal (tilt): $\Delta = \alpha' dy'_L \cos \varphi$



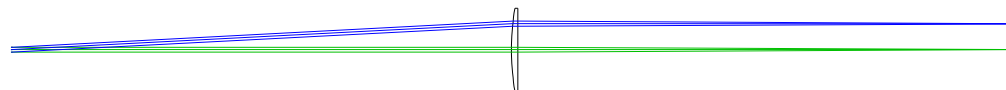
$$k = \frac{dy'_L}{y'_R}$$

Exemple 1 : le chromatisme latéral

Lentille mince $\infty \rightarrow F'$, $f' = 150\text{mm}$, $ON = 0.005$, $\Theta = 3^\circ$

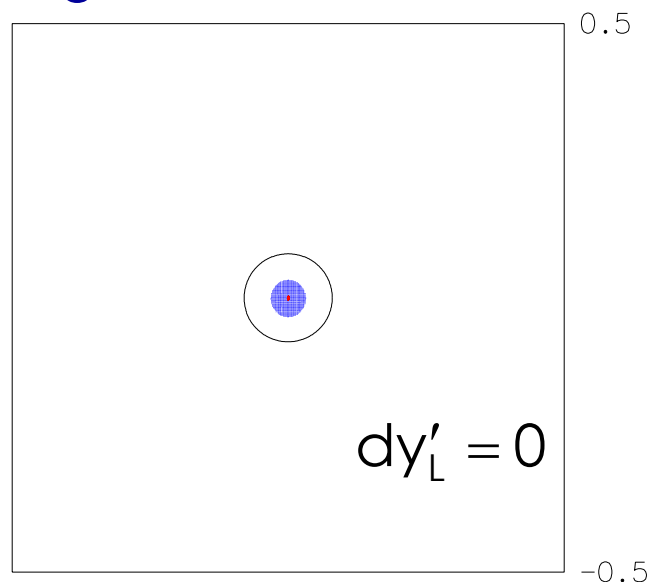


Pupille sur la lentille

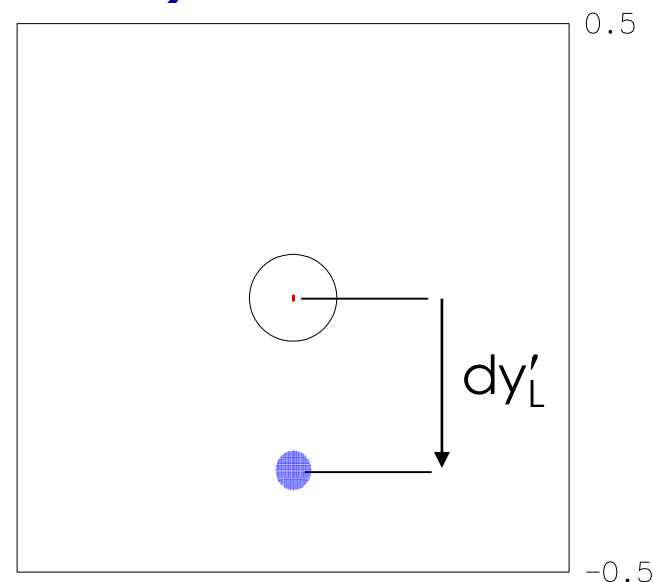


Pupille en avant de la lentille

Spots diagrammes en bord de champ ($y'_R = 7.8\text{mm}$)



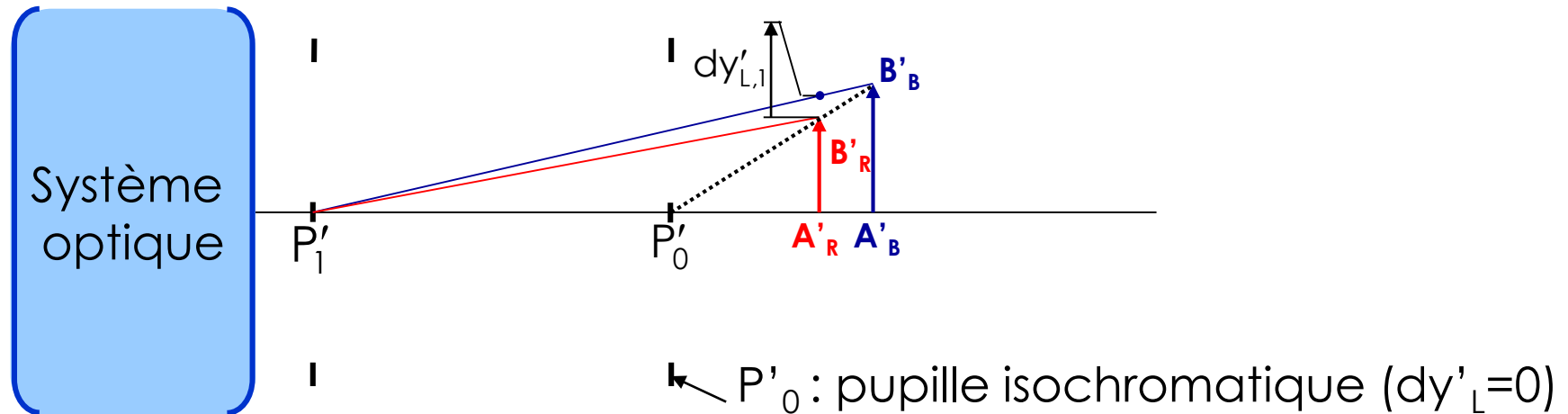
Chromatisme axial,
Mais **pas de chromatisme latéral**



Chromatisme axial,
et **chromatisme latéral**

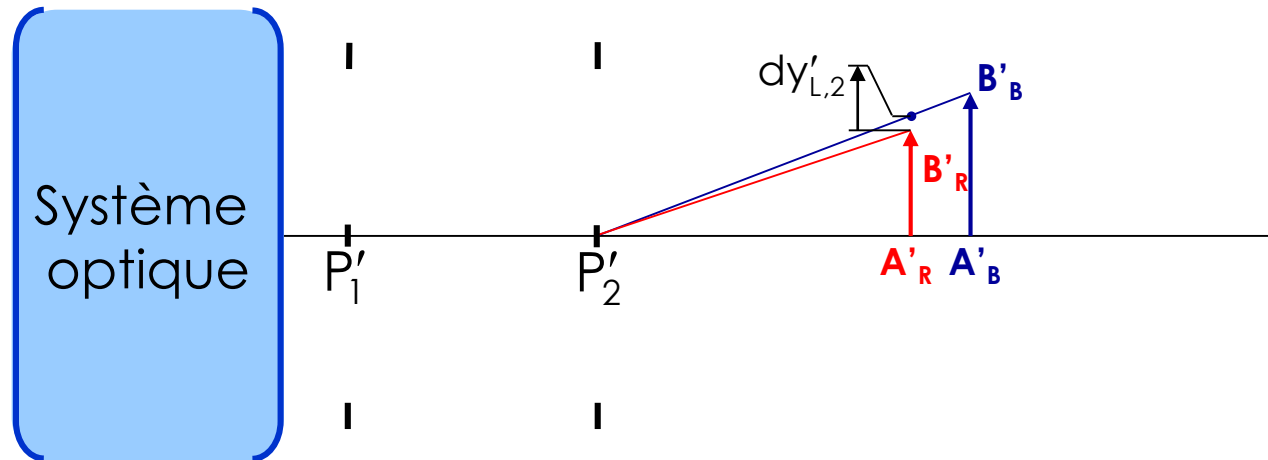
PAC : Primary Axial Chromatism $\rightarrow dz' = \overline{A'_R A'_B} \neq 0$

PLC : Primary Lateral Chromatism $\rightarrow k = dy'_L / y'_R \neq 0$



PAC : Primary Axial Chromatism $\rightarrow dz' = \overline{A'_R A'_B} \neq 0$

PLC : Primary Lateral Chromatism $\rightarrow k = dy'_L / y'_R \neq 0$



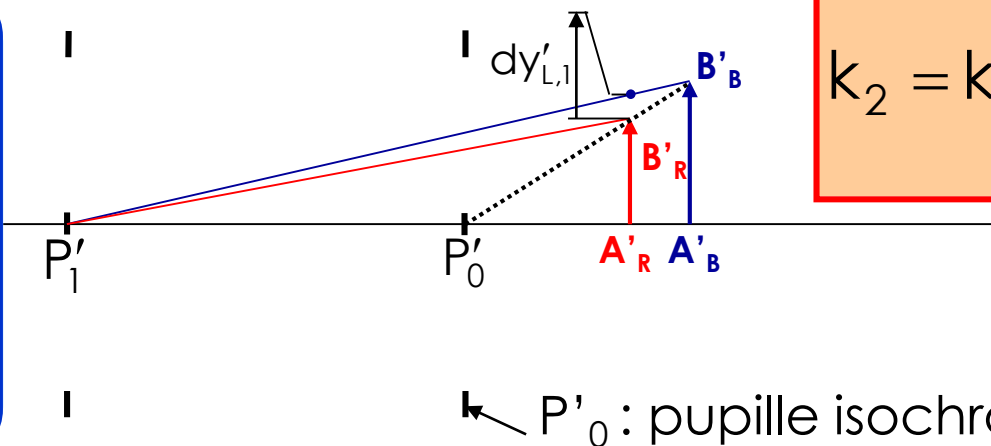
Variation du chromatisme latéral
avec la position de la pupille

Chromatisme axial

$$k_2 = k_1 + dz' \left(\frac{1}{\overline{A'_R P'_2}} - \frac{1}{\overline{A'_R P'_1}} \right)$$

PAC, PLC, et position de la pupille

Système
optique



$$k_2 = k_1 + dz' \left(\frac{1}{\overline{A'_R P'_2}} - \frac{1}{\overline{A'_R P'_1}} \right)$$

← P'_0 : pupille isochromatique ($dy'_L=0$)

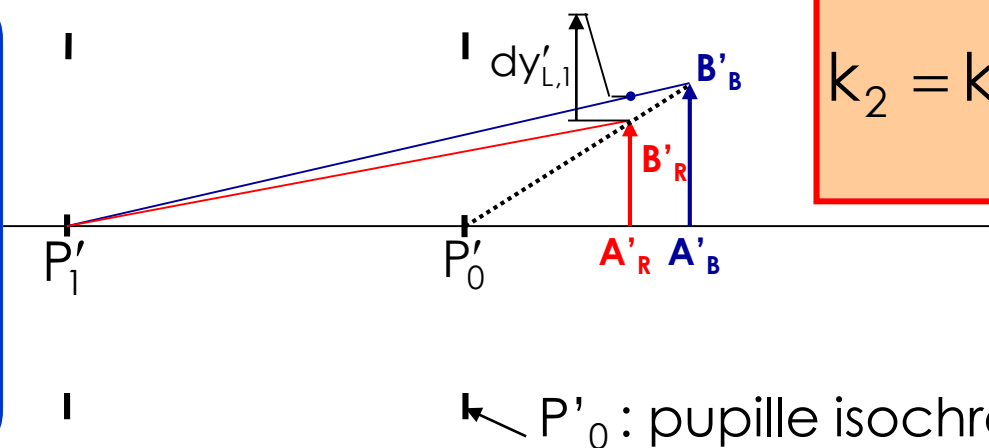
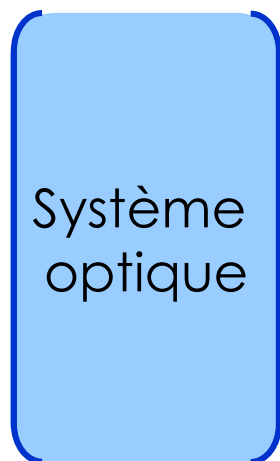
Preuve : pour la pupille en P' , $dy'_L + y'_R = \overline{A'_B B'_B} \cdot \frac{\overline{P' A'_R}}{\overline{P' A'_R} + dz'}$

pour la pupille en P'_0 , $y'_R = \overline{A'_B B'_B} \cdot \frac{\overline{P'_0 A'_R}}{\overline{P'_0 A'_R} + dz'}$

Le rapport de ces deux expressions donne :

$$\frac{dy'_L}{y'_R} + 1 = \frac{1 + \frac{dz'}{\overline{P'_0 A'_R}}}{1 + \frac{dz'}{\overline{P' A'_R}}} \sim \left(1 + \frac{dz'}{\overline{P'_0 A'_R}} \right) \left(1 - \frac{dz'}{\overline{P' A'_R}} \right)$$

PAC, PLC, et position de la pupille



$$k_2 = k_1 + dz' \left(\frac{1}{\overline{A'_R P'_2}} - \frac{1}{\overline{A'_R P'_1}} \right)$$

← P'_0 : pupille isochromatique ($dy'_L=0$)

Preuve : pour la pupille en P' , $dy'_L + y'_R = \overline{A'_B B'_B} \cdot \frac{\overline{P' A'_R}}{\overline{P' A'_R} + dz'}$

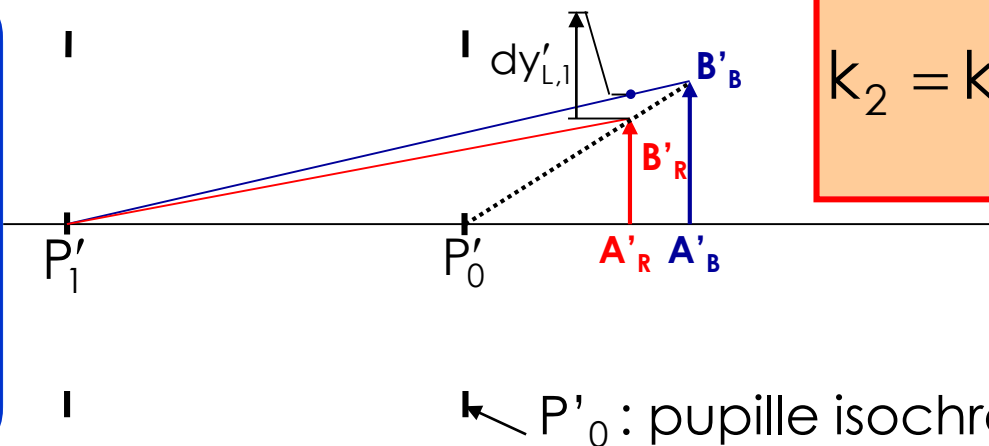
pour la pupille en P'_0 , $y'_R = \overline{A'_B B'_B} \cdot \frac{\overline{P'_0 A'_R}}{\overline{P'_0 A'_R} + dz'}$

Le rapport de ces deux expressions donne :

$$\frac{dy'_L}{y'_R} + 1 = \frac{1 + \frac{dz'}{\overline{P'_0 A'_R}}}{1 + \frac{dz'}{\overline{P' A'_R}}} \sim 1 + dz' \left(\frac{1}{\overline{A'_R P'}} - \frac{1}{\overline{A'_R P'_0}} \right)$$

PAC, PLC, et position de la pupille

Système
optique



$$k_2 = k_1 + dz' \left(\frac{1}{\overline{A'_R P'_2}} - \frac{1}{\overline{A'_R P'_1}} \right)$$

← P'_0 : pupille isochromatique ($dy'_L=0$)

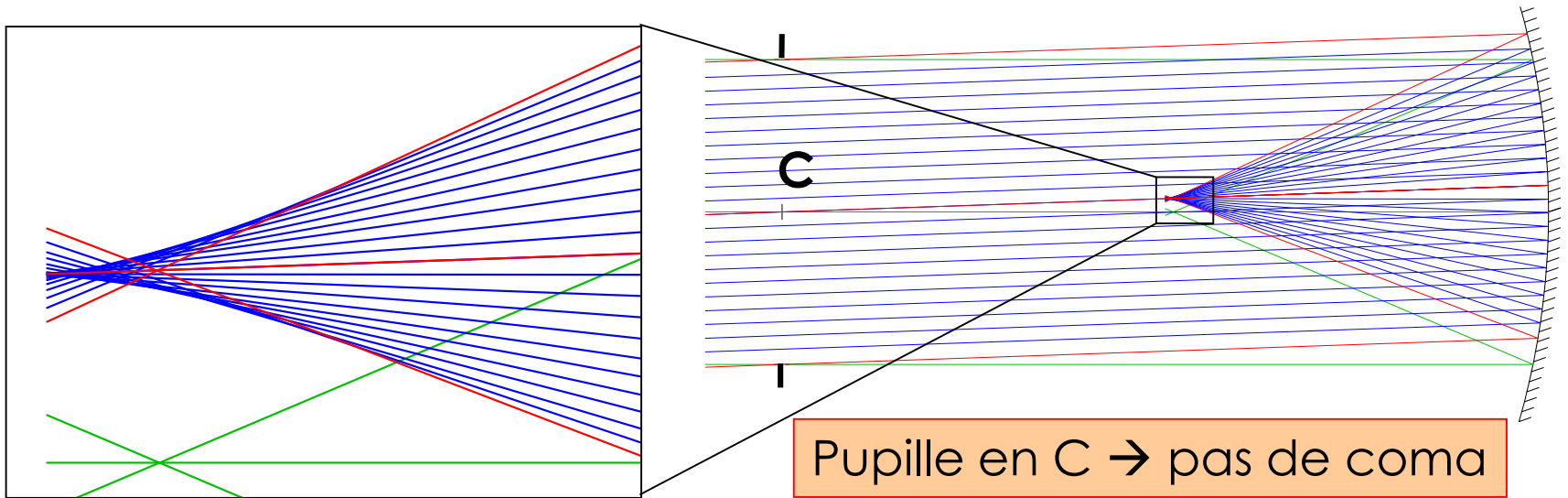
Preuve : pour la pupille en P' , $dy'_L + y'_R = \overline{A'_B B'_B} \cdot \frac{\overline{P' A'_R}}{\overline{P' A'_R} + dz'}$

pour la pupille en P'_0 , $y'_R = \overline{A'_B B'_B} \cdot \frac{\overline{P'_0 A'_R}}{\overline{P'_0 A'_R} + dz'}$

Le rapport de ces deux expressions donne :

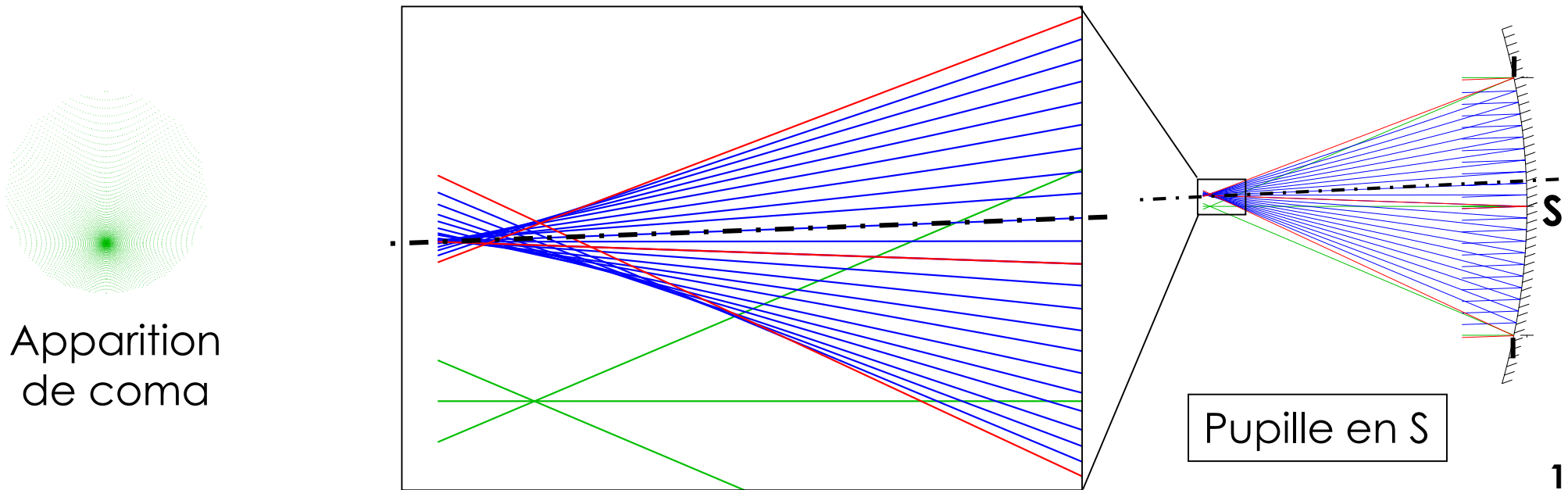
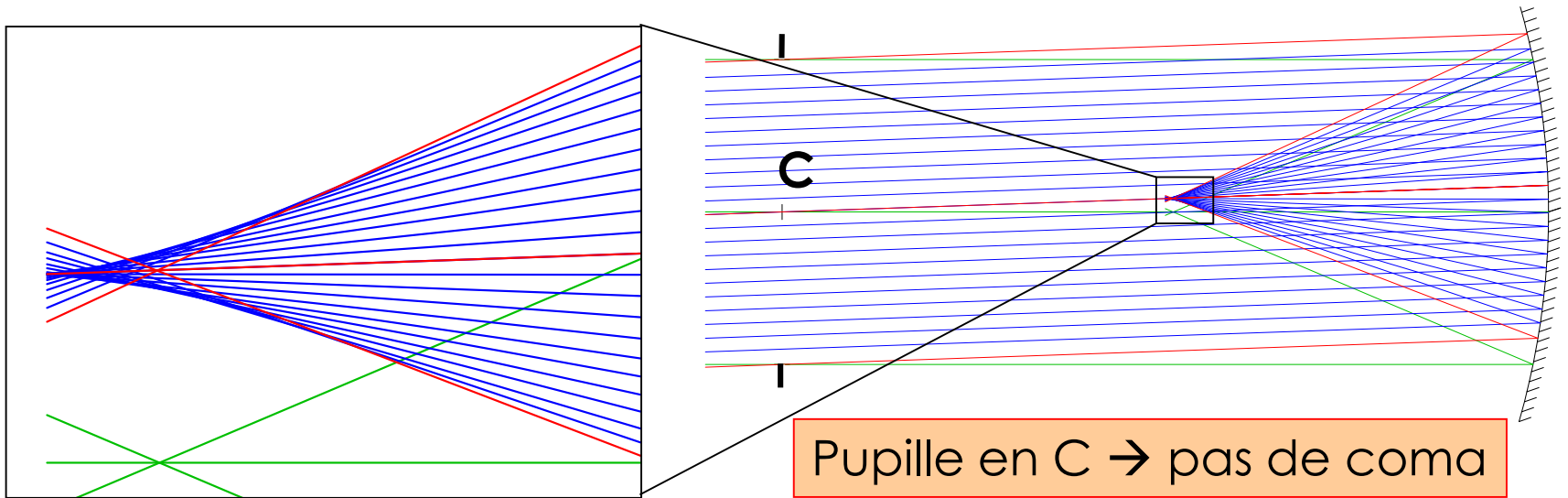
$$\frac{dy'_L}{y'_R} = dz' \left(\frac{1}{\overline{A'_R P'}} - \frac{1}{\overline{A'_R P'_0}} \right)$$

Exemple 2 : la coma

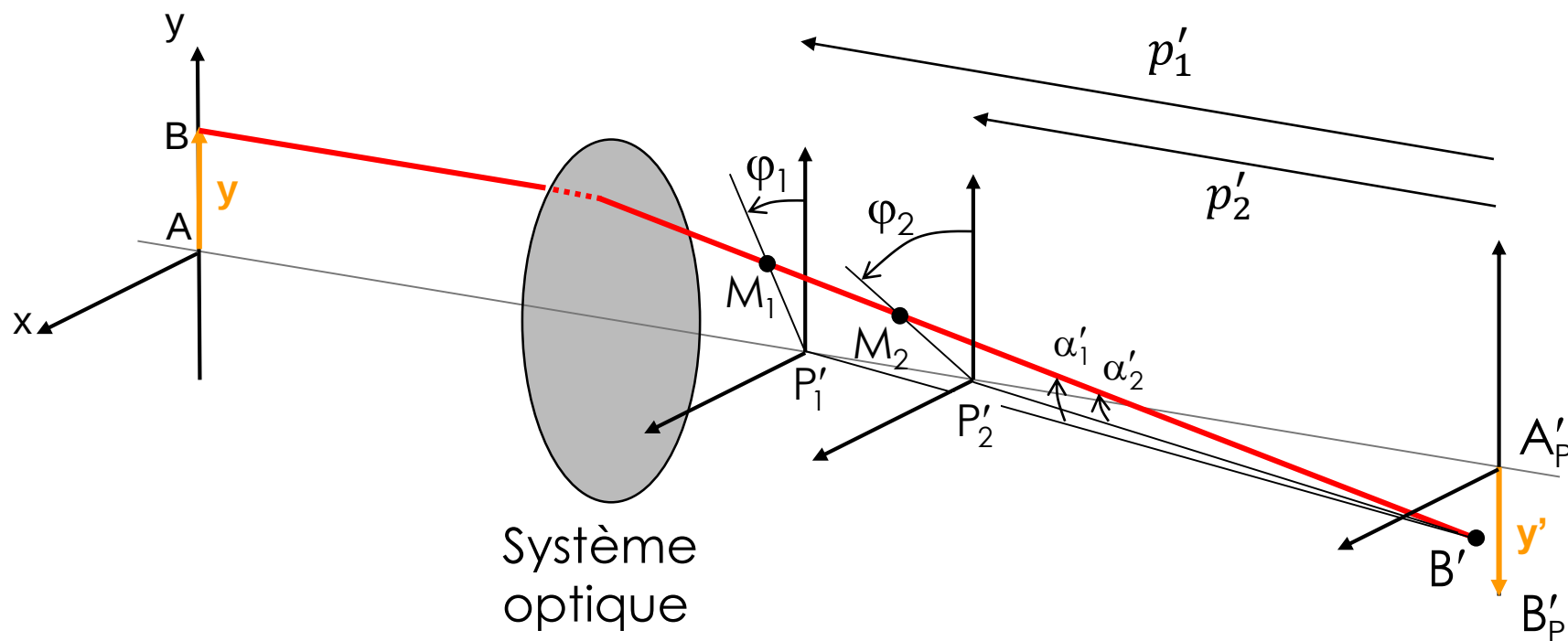


Exemple : miroir sphérique $\infty \rightarrow F'$, $f'=1\text{m}$, $ON=0.4$, $\Theta=2^\circ$

Exemple 2 : la coma



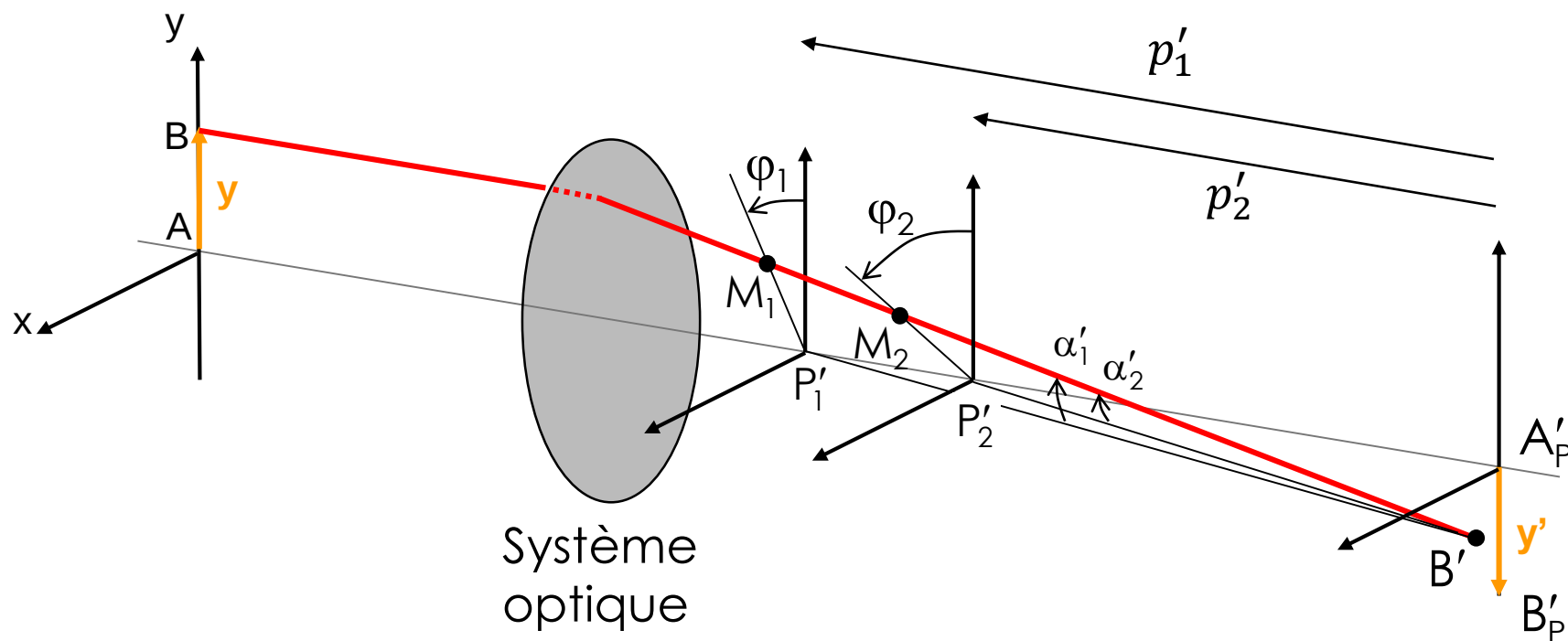
- Déplacement de la pupille = **filtrage** des rayons qui participent à la tache image



$$M_1 \begin{bmatrix} p_1' \alpha_1' \cos \varphi_1 \\ p_1' \alpha_1' \sin \varphi_1 \\ p_1' \end{bmatrix} \quad M_2 \begin{bmatrix} p_2' \alpha_2' \cos \varphi_2 \\ p_2' \alpha_2' \sin \varphi_2 \\ p_2' \end{bmatrix} \quad B' \begin{bmatrix} y' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Changement de coordonnées
 $(\alpha_1', \varphi_1') \rightarrow (\alpha_2', \varphi_2')$?

- Déplacement de la pupille = **filtrage** des rayons qui participent à la tache image



$$M_1 \begin{bmatrix} p'_1 \alpha'_1 \cos \varphi_1 \\ p'_1 \alpha'_1 \sin \varphi_1 \\ p'_1 \end{bmatrix} \quad M_2 \begin{bmatrix} p'_2 \alpha'_2 \cos \varphi_2 \\ p'_2 \alpha'_2 \sin \varphi_2 \\ p'_2 \end{bmatrix} \quad B' \begin{bmatrix} y' \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_1, M_2, B' \text{ alignés} \\ \frac{p'_2 \alpha'_2 \cos \varphi_2 - y'}{p'_1 \alpha'_1 \cos \varphi_1 - y'} = \frac{p'_2 \alpha'_2 \sin \varphi_2}{p'_1 \alpha'_1 \sin \varphi_1} = \frac{p'_2}{p'_1}$$

-

$$\frac{p'_2 \alpha'_2 \cos \varphi_2 - y'}{p'_1 \alpha'_1 \cos \varphi_1 - y'} = \frac{p'_2 \alpha'_2 \sin \varphi_2}{p'_1 \alpha'_1 \sin \varphi_1} = \frac{p'_2}{p'_1} \quad \text{18}$$

Aberrations & déplacement de la pupille

Aberrations
du 3^e ordre

$p'_1 = \overline{A'_P P'_1}$: positions de la pupille de sortie (origine en A'_P)

$$a_2 = a_1$$

$$b_2 = b_1 + a_1 \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right)$$

$$C'_2 = C'_1 + 8b_1 \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right) + 4a_1 \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right)^2$$

$$A'_2 = A'_1 - 4b_1 \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right) - 2a_1 \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right)^2$$

$$D_2 = D_1 + \frac{C'_1 - A'_1}{2} \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right) + 3b_1 \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right)^2 + a_1 \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right)^3$$

J. Petzval
1807-1891
Mathématicien
Inventeur &
physicien



Courbure de Petzval :

$$C'_2 + 2A'_2 = C'_1 + 2A'_1$$

indépendante de p'_1 !

Chromatisme latéral :

$$k_2 = k_1 + dz' \left(\frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p'_1} \right)$$

(dz' : chrom. axial primaire)

Aberration sphérique : $a = -R/16$

Coma : **$b = 0$** lorsque **$P' = \text{Centre de courbure}$**

$b = 1/4$ lorsque $P' = \text{Sommet} \rightarrow b$ indépendant de la conicité

Preuve : $a_1 = -R/16$ et $b_1 = 0$ ($P_1 = P'_1 = C$)

$$\text{Pour } P_2 = P'_2 = S, b_2 = 0 - \frac{R}{16} \left(\frac{1}{F'_p S} - \frac{1}{F'_p C} \right) = -\frac{R}{16} \left(\frac{1}{-\frac{R}{2}} - \frac{1}{\frac{R}{2}} \right) = \frac{1}{4}$$

Aberration sphérique : $a = -R/16$

Coma : **$b = 0$** lorsque **$P' = \text{Centre de courbure}$**

$b = 1/4$ lorsque $P' = \text{Sommet} \rightarrow b$ indépendant de la conicité

Courbure de champ : $C' = -2/R$ lorsque $P' = \text{Sommet}$

$C' = +2/R$ lorsque $P' = \text{Centre de courbure}$

Preuve : $a_1 = -R/16$ et $b_1 = \frac{1}{4}$ et $C_1 = -\frac{2}{R}$ ($P_1 = P'_1 = S$)

$$\text{Pour } P_2 = P'_2 = C, \quad C_2 = -\frac{2}{R} + 8\frac{1}{4}\left(\frac{4}{R}\right) - 4\frac{R}{16}\left(\frac{4}{R}\right)^2 = \frac{2}{R}$$

Aberration sphérique : $a = -R/16$

Coma : **$b = 0$** lorsque **$P' = \text{Centre de courbure}$**

$b = 1/4$ lorsque $P' = \text{Sommet} \rightarrow b$ indépendant de la conicité

Courbure de champ : $C' = -2/R$ lorsque $P' = \text{Sommet}$

$C' = +2/R$ lorsque $P' = \text{Centre de courbure}$

Astigmatisme : $A' = 2/R$ lorsque $P' = \text{Sommet}$

$A' = 0$ lorsque **$P' = \text{Centre de courbure}$**

Preuve : $a_1 = -R/16$ et $b_1 = \frac{1}{4}$ et $A_1 = \frac{2}{R}$ ($P_1 = P'_1 = S$)

$$\text{Pour } P_2 = P'_2 = C, \quad A_2 = \frac{2}{R} - 4\frac{1}{4}\left(\frac{4}{R}\right) + 2\frac{R}{16}\left(\frac{4}{R}\right)^2 = 0$$

Aberration sphérique : $a = -R/16$

Coma : **$b = 0$** lorsque **$P' = \text{Centre de courbure}$**

$b = 1/4$ lorsque $P' = \text{Sommet} \rightarrow b$ indépendant de la conicité

Courbure de champ : $C' = -2/R$ lorsque $P' = \text{Sommet}$

$C' = +2/R$ lorsque $P' = \text{Centre de courbure}$

Astigmatisme : $A' = 2/R$ lorsque $P' = \text{Sommet}$

$A' = 0$ lorsque **$P' = \text{Centre de courbure}$**

Distorsion : **$D = 0$** lorsque **$P' = \text{Sommet}$** , ou **$\text{Centre de courbure}$**

Exercice 1 : distorsion introduite par un dioptre

On considère un dioptre sphérique de rayon de courbure R faisant l'image (dans le milieu d'indice n') d'un objet situé hors d'axe à une distance z' (dans le milieu d'indice n). La pupille est située sur le dioptre.

1. Calculer, par un développement limité du grandissement transversal g_y , le coefficient D de distorsion du 3^e ordre introduite par le dioptre dans ces conditions. Exprimer D en fonction de z' , n et n' .
2. En déduire la distorsion relative de l'image, dy'/y' , en fonction de l'angle θ' sous lequel est vue l'image. Le résultat dépend-il du rayon de courbure R ? Expliquer.
3. Une nageuse au bord de la piscine se penche au-dessus de l'eau (indice $n = 1.33$) et observe le fond quadrillé de la piscine (à l'aplomb du bord). Son champ visuel lui permet de voir net jusqu'à 10° hors d'axe. La distorsion introduite par la surface de l'eau est-elle gênante ?

Exercice 2 : distorsion introduite par un miroir sphérique en infini-foyer

On considère un miroir sphérique faisant l'image d'un objet à l'infini hors d'axe.

1. Que vaut le coefficient de distorsion D du miroir lorsque ...
 - a. le miroir porte la pupille ? Justifiez.
 - b. la pupille est au centre de courbure du miroir ? Justifiez.
2. En appliquant la formule de variation de la distorsion avec la position de la pupille, pour quelle autre position de la pupille la distorsion du miroir s'annule-t-elle ? Justifiez.
3. Expliquez cette 3^e position de pupille géométriquement par une construction de rayons.