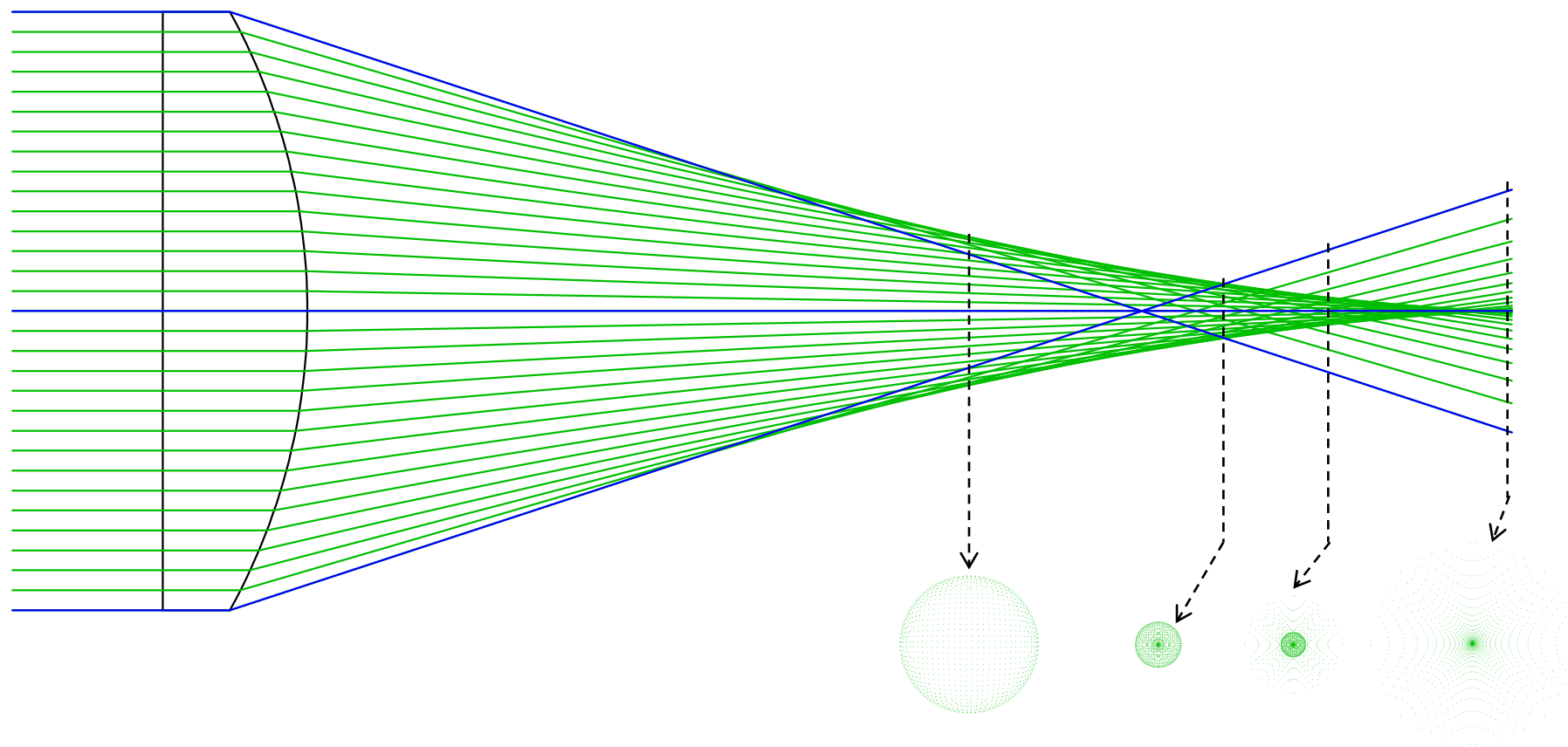


Chapitre 3

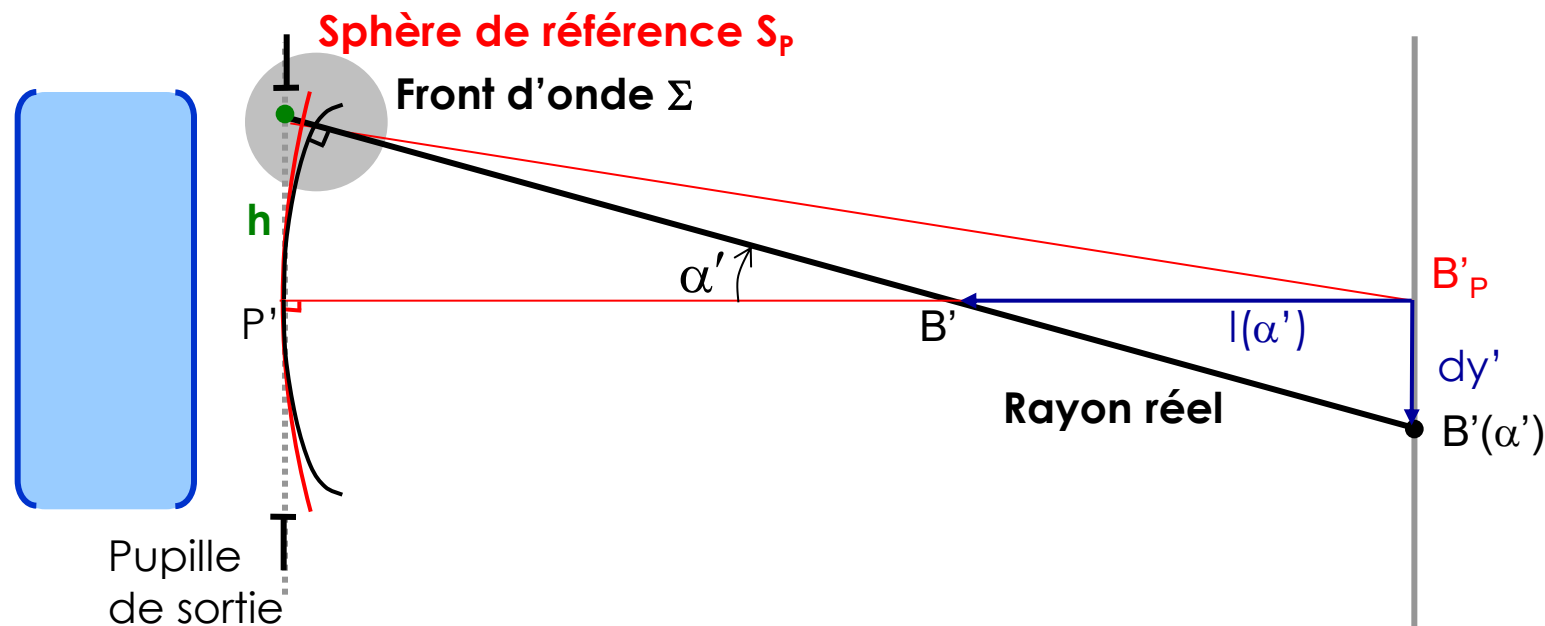
L'aberration sphérique

PLAN-CONVEXE $f/2$
FOCAL LENGTH = 25 NA = 0.25

UNITS: MM
DES: OSLO



Ecart normal : $\Delta(\alpha') = \Delta_{\max} \left(\frac{\alpha'}{\alpha'_{\max}} \right)^{2p}$ ($p \geq 2$) écart par rapport à la sphère S_p centrée en B'_p



Aberration sphérique longitudinale : $l(\alpha')$
transverse : $dy'(\alpha')$

$$\left. \begin{array}{l} dy' = -l(\alpha') \tan \alpha' \\ \Delta(\alpha') = \int_0^{\alpha'} -l(\xi) \sin \xi \, d\xi \end{array} \right\} \quad \Delta(\alpha') = \int_0^{\alpha'} -l(\xi) \sin \xi \, d\xi$$

$l(\alpha')$ est une fonction paire et $l(0)=0 \implies$

$$l(\alpha') = a\alpha'^2 + a'\alpha'^4 + \dots$$

Aberration sphérique du 3^e ordre

Approche géométrique (valable lorsque $|dy'| \gg R_{\text{Airy}}$)

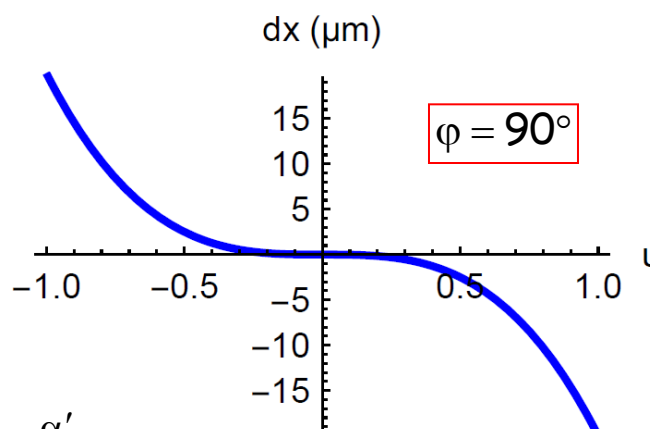
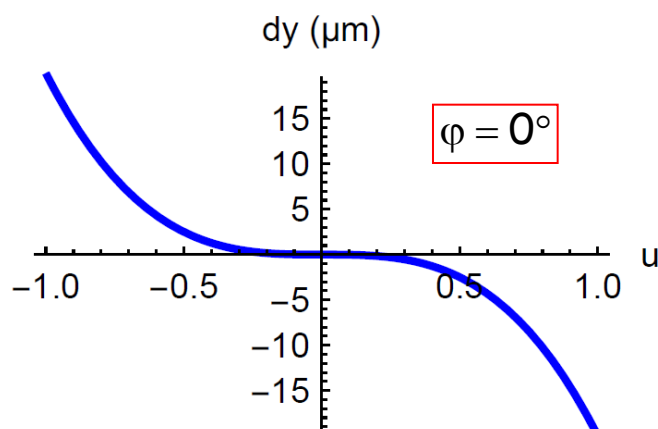
Aberration sphérique longitudinale :

Aberration sphérique transverse :

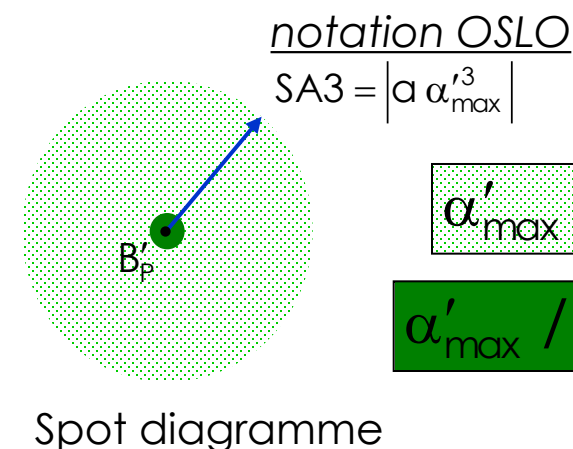
$$l(\alpha') = a \alpha'^2$$

$$\begin{cases} dy' = -a \alpha'^3 \cos \varphi \\ dx' = -a \alpha'^3 \sin \varphi \end{cases}$$

Courbes de tracés de rayons (Ray Intercept Curves):



$$u = \frac{\alpha'}{\alpha'_{\text{max}}}$$



$$\alpha'_{\text{max}}$$

$$\alpha'_{\text{max}} / 2$$

Approche géométrique (valide lorsque $|dy'| \gg R_{\text{Airy}}$)

Aberration sphérique longitudinale :

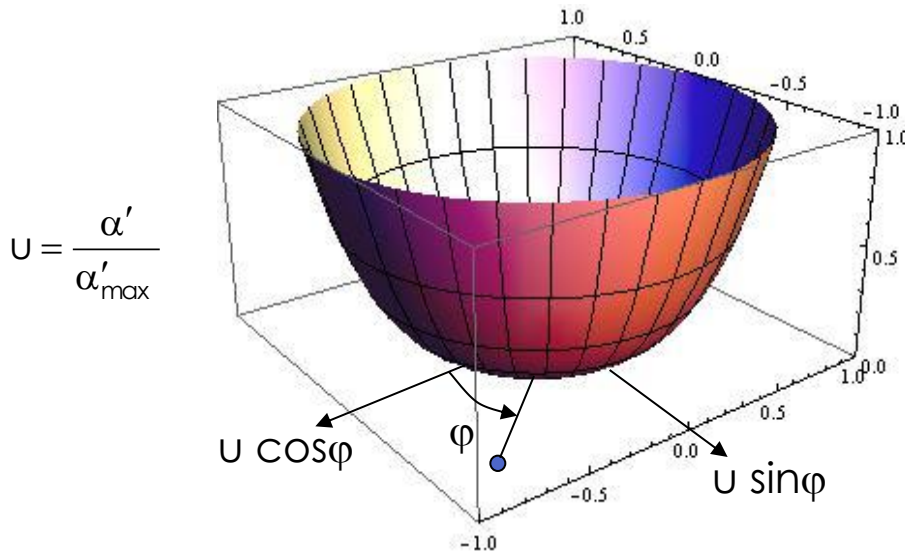
Aberration sphérique transverse :

Ecart normal / sphère S_p :

$$l(\alpha') = a \alpha'^2$$

$$\begin{cases} dy' = -a \alpha'^3 \cos \varphi \\ dx' = -a \alpha'^3 \sin \varphi \end{cases}$$

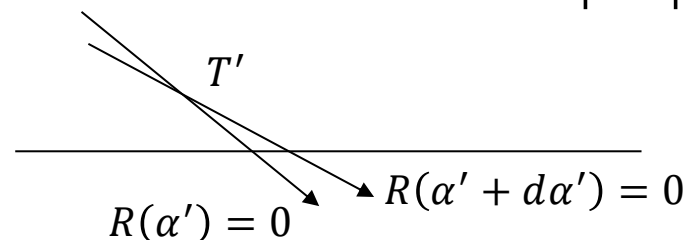
$$\Delta = -\frac{1}{4} a \alpha'^4$$



Caustique : enveloppe des rayons lumineux lorsque (α', φ) varie
 = lieu des points de tangence des rayons lumineux
 = lieu d'accumulation de la lumière

Toute caustique est constituée de 2 *nappes* :

- La nappe tangentielle, obtenue de la façon suivante:
 - On fixe φ , on fait varier α' ; ceci donne le lieu de T' , appelé *ligne méridienne*
 - On fait varier φ : la méridienne tourne autour de l'axe optique, ce qui donne la nappe tangentielle.



- La nappe sagittale, obtenue de la façon suivante:
 - On fixe α' , on fait varier φ ; ceci donne le lieu de S' (dans le cas de l'aberration sphérique, il s'agit simplement d'un point sur l'axe)
 - On fait varier α' : on obtient la nappe sagittale (réduite à un segment pour l'aberration sphérique)

Nappe tangentielle à symétrie de révolution

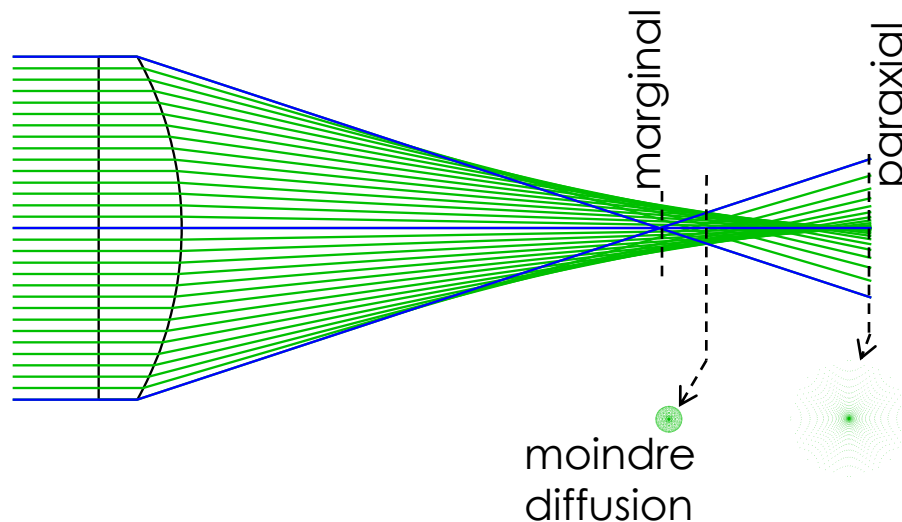
Équations paramétrées
de la méridienne ($\varphi=0$)

$$\begin{cases} y' = 2a \alpha'^3 \\ z' = 3a \alpha'^2 \end{cases}$$

Cercle de moindre diffusion : situé aux 3/4 de la caustique (origine: B'_p)

$$|dy'|_{\text{moindre diff.}} = |dy'|_{\text{paraxial}} / 4$$

Nappe sagittale : segment de droite [B'_{marginal} , B'_{paraxial}]



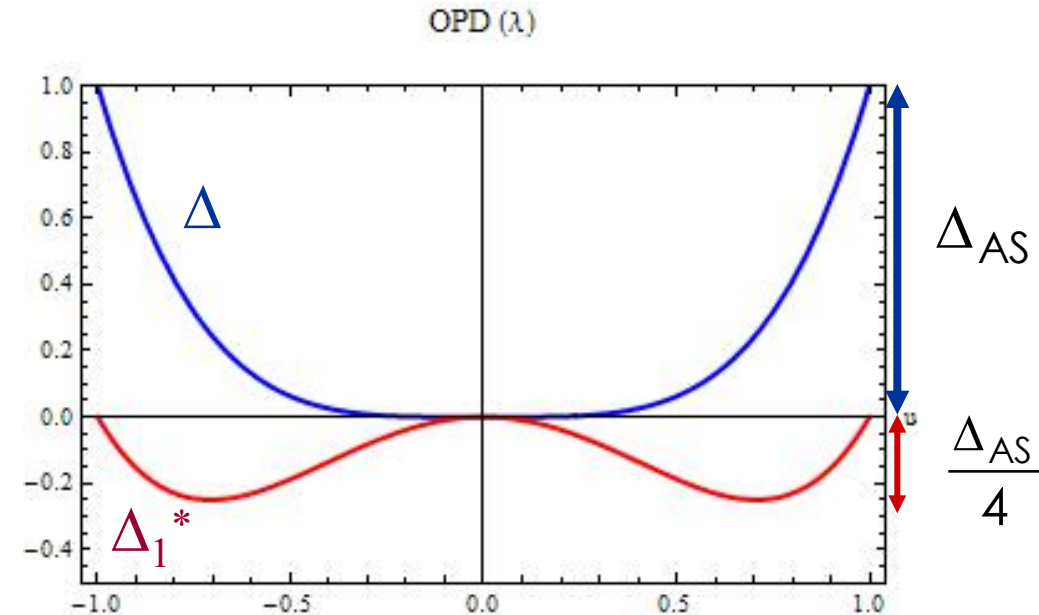
Meilleur foyer : situé au milieu de $[B'_{\text{marginal}}, B'_{\text{paraxial}}]$ (au 3^e ordre)

$$\Delta = \Delta_{AS} u^4 \text{ par rapport à } S_P$$

$$\Delta_1 = \Delta_{AS} u^4 + \Delta_{MP} u^2 \text{ par rapport à } S$$

$$\Delta_1^* = \Delta_{AS}(u^4 - u^2) \text{ par rapport à } S^*$$

Développement sur les polynômes de Zernike

$$\sigma_{\Delta} = \Delta_{AS} \times \frac{4}{6\sqrt{5}} \quad \sigma_{\Delta_1^*} = \sigma_{\Delta} / 4$$


Meilleur foyer : situé au milieu de $[B'_{\text{marginal}}, B'_{\text{paraxial}}]$ (au 3^e ordre)

$$\Delta = \Delta_{AS} u^4 \text{ par rapport à } S_P$$

$$\Delta_1 = \Delta_{AS} u^4 + \Delta_{MP} u^2 \text{ par rapport à } S$$

$$\Delta_1^* = \Delta_{AS}(u^4 - u^2) \text{ par rapport à } S^*$$

Développement sur les polynômes de Zernike

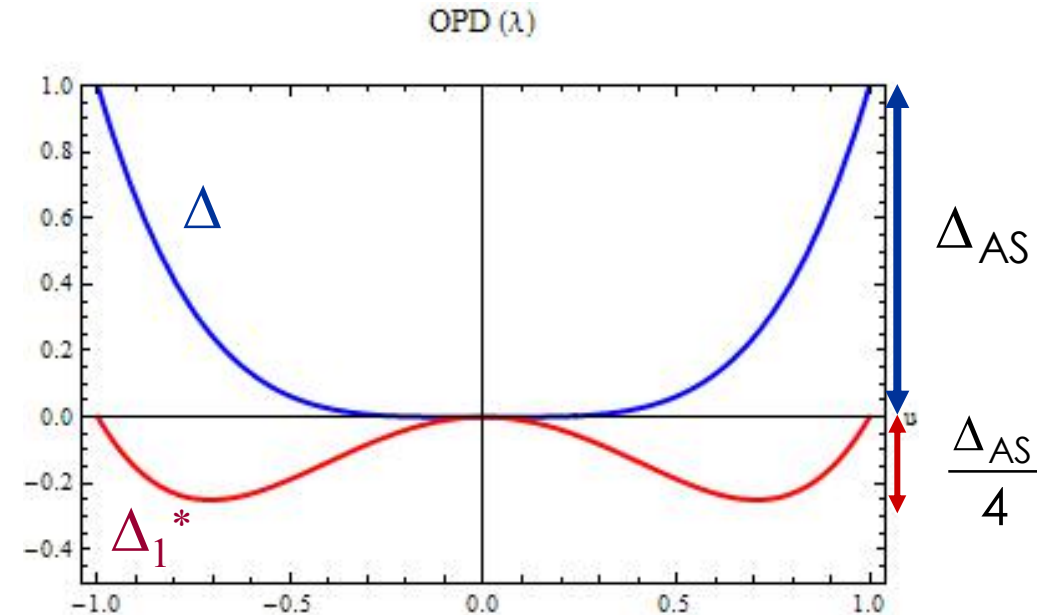
$$\sigma_{\Delta} = \Delta_{AS} \times \frac{4}{6\sqrt{5}} \quad \sigma_{\Delta_1^*} = \sigma_{\Delta} / 4$$

Preuve :

$$u^2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} Z_2^0(u) + cste Z_0^0(u)$$

$$u^4 = \frac{1}{6\sqrt{5}} Z_4^0(u) + \frac{1}{2\sqrt{3}} Z_2^0(u) + cste Z_0^0(u)$$

$$\Delta_1 = \frac{\Delta_{AS}}{6\sqrt{5}} Z_4^0(u) + \frac{\Delta_{AS} + \Delta_{MP}}{2\sqrt{3}} Z_2^0(u) + cste Z_0^0(u)$$



σ_{Δ_1} est minimal lorsque $\Delta_{AS} + \Delta_{MP} = 0$

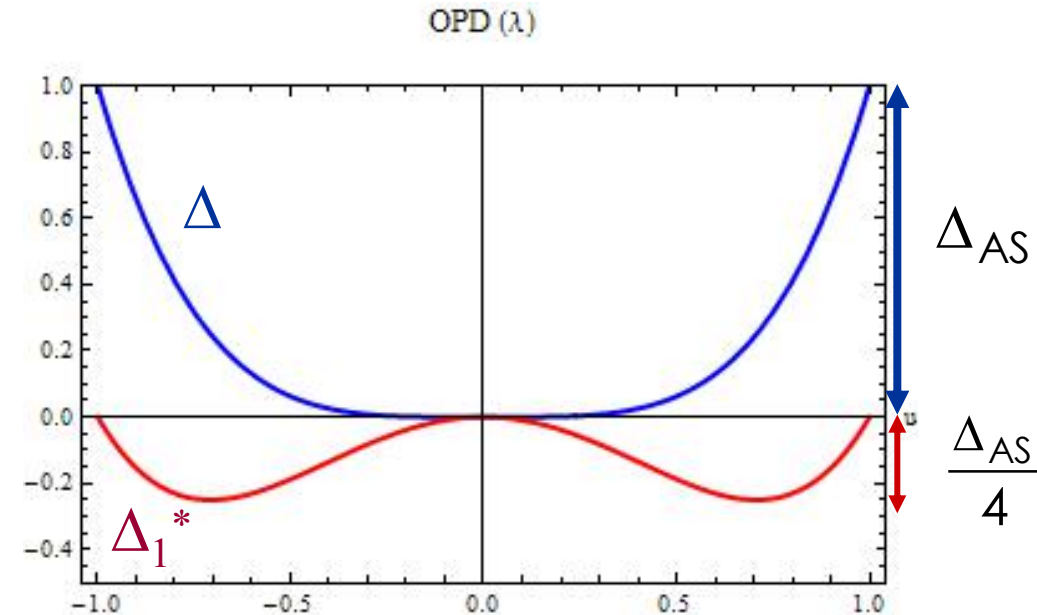
Meilleur foyer : situé au milieu de $[B'_{\text{marginal}}, B'_{\text{paraxial}}]$ (au 3^e ordre)

$$\Delta = \Delta_{AS} u^4 \text{ par rapport à } S_P$$

$$\Delta_1 = \Delta_{AS} u^4 + \Delta_{MP} u^2 \text{ par rapport à } S$$

$$\Delta_1^* = \Delta_{AS}(u^4 - u^2) \text{ par rapport à } S^*$$

Développement sur les polynômes de Zernike

$$\sigma_{\Delta} = \Delta_{AS} \times \frac{4}{6\sqrt{5}} \quad \sigma_{\Delta_1^*} = \sigma_{\Delta} / 4$$


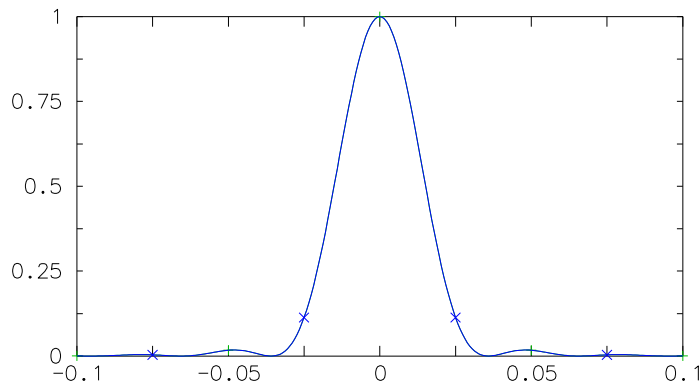
Tolérances selon le critère de Maréchal ($\sigma_{\Delta} < \lambda/14$)

- Pour une mise au point à l'image paraxiale : $\Delta_{AS} < 0.24\lambda$
- Pour une mise au point au meilleur foyer : $\Delta_{AS} < 0.95\lambda$

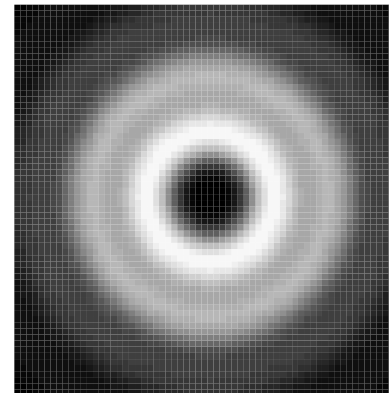
Exemple : lentille PCX $f'=150\text{mm}$

$$\text{ON}=0.01$$

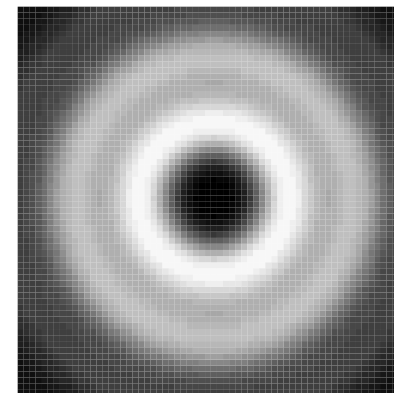
$$R_{Sp} = 1$$



$$R_{\text{Airy}}=36\mu\text{m}, \text{SA3}=0.6\mu\text{m}$$



$$z' = -11\text{mm}$$

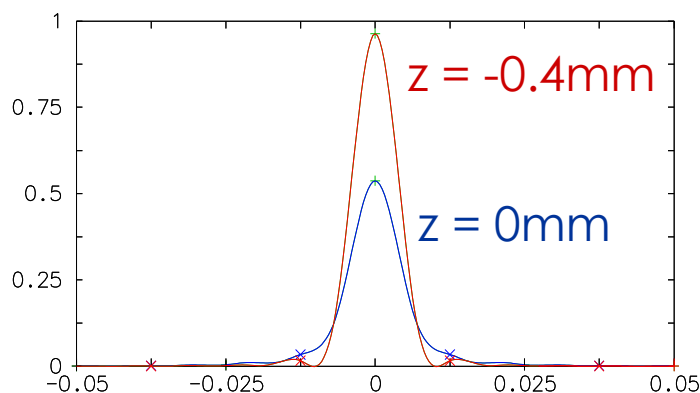


$$z' = +13\text{mm}$$

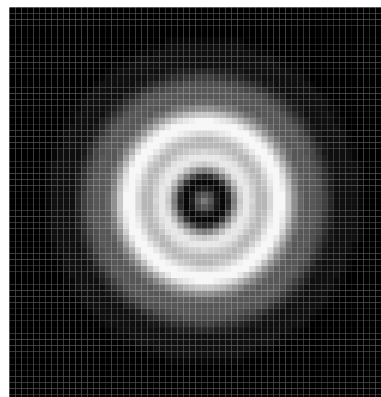
$$\text{ON}=0.035$$

$$R_{Sp} = 0.54$$

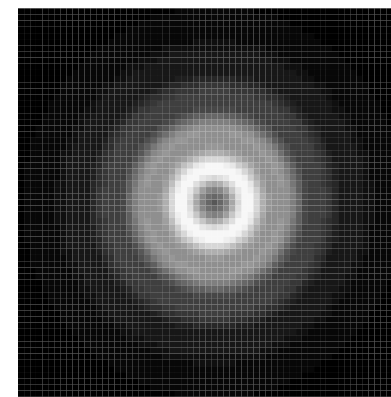
$$R_S^* = 0.96$$



$$R_{\text{Airy}}=10\mu\text{m}, \text{SA3}=28\mu\text{m}$$

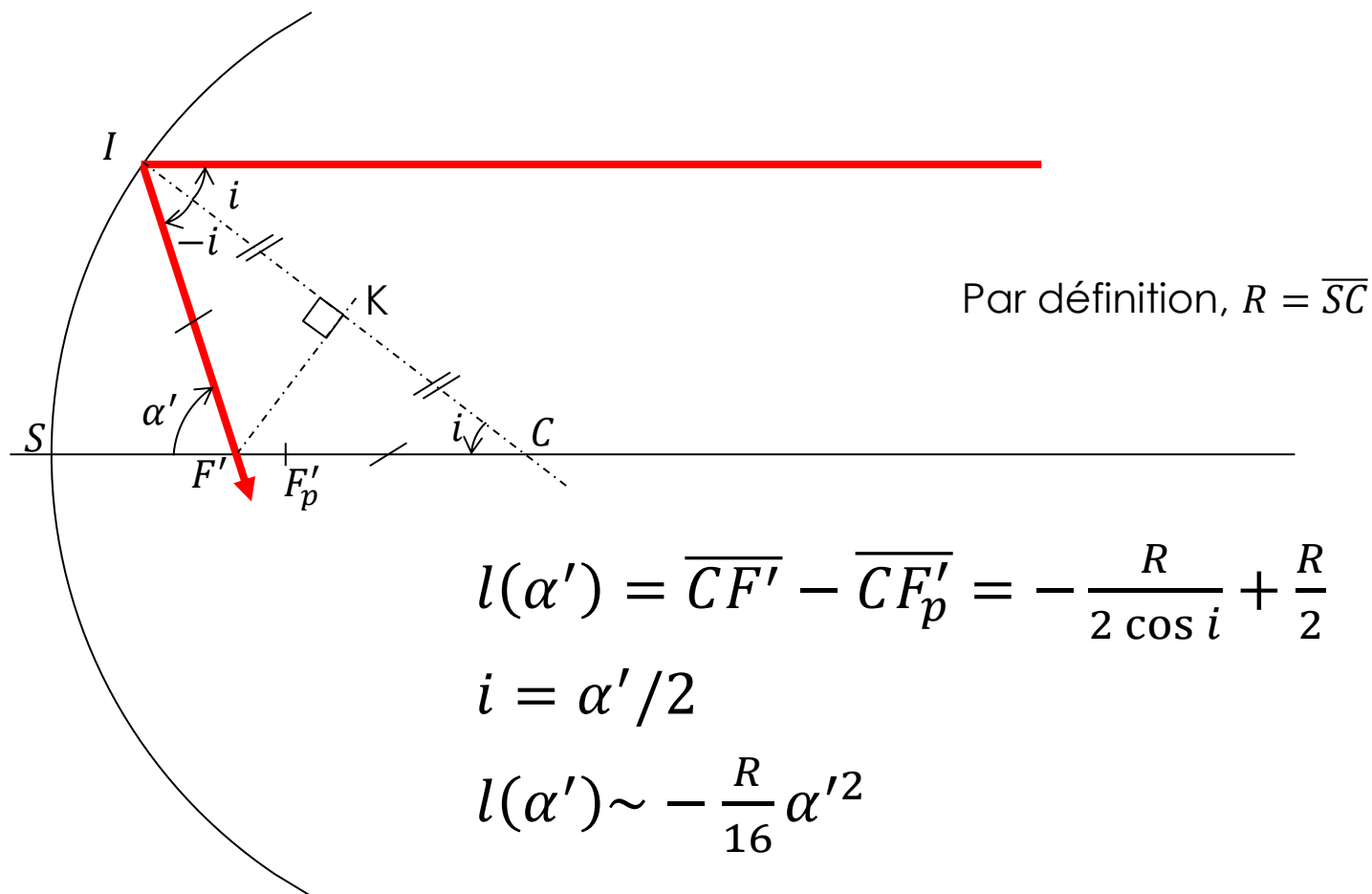


$$z' = -1.4\text{mm}$$



$$z' = +0.6\text{mm}$$

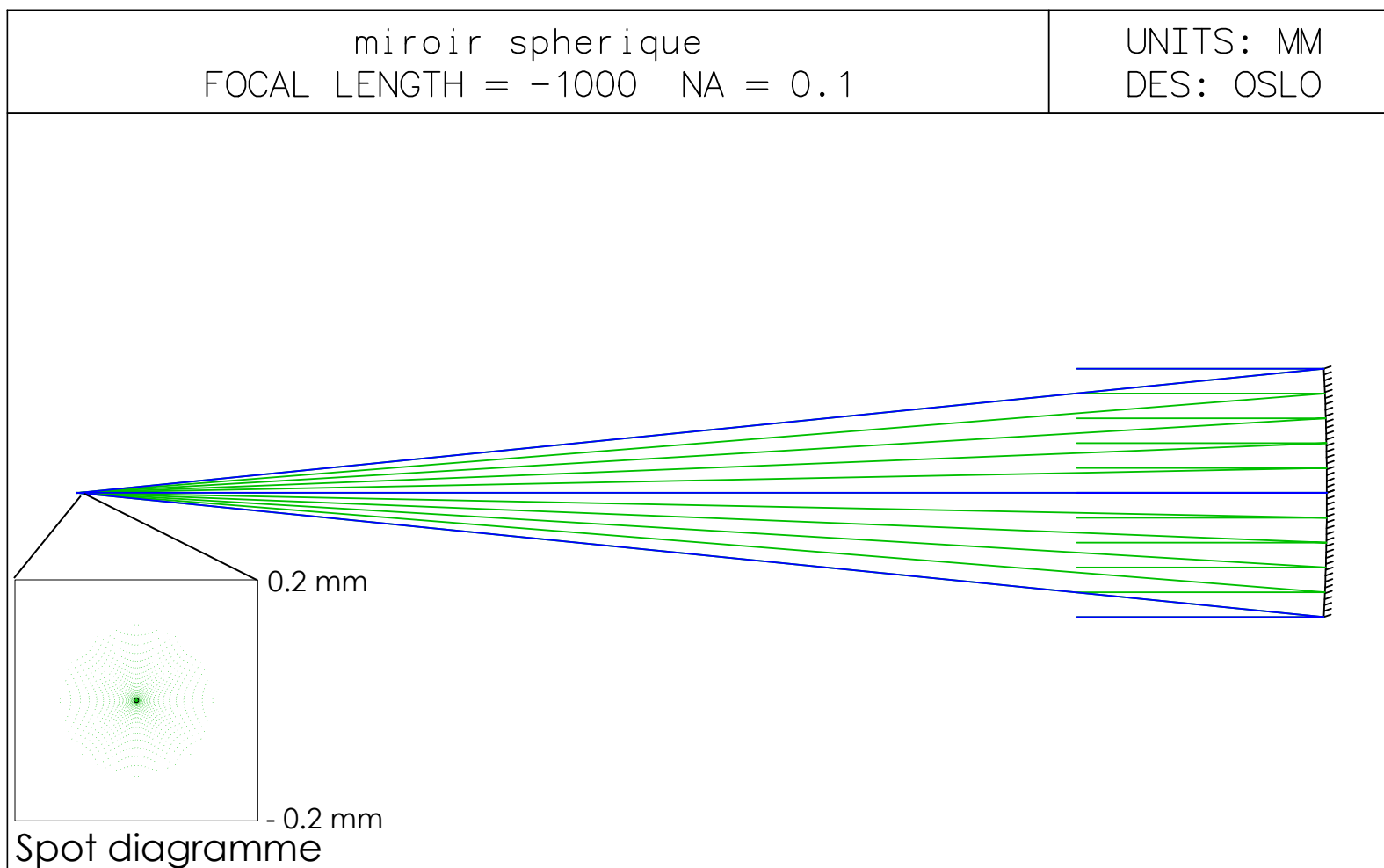
Ab. Sph. 3^e du Miroir sphérique $\infty \rightarrow F'$



Ab. Sph. 3^e du Miroir sphérique $\infty \rightarrow F'$

Pour un miroir sphérique en conjugaison $\infty \rightarrow F'$
de rayon de courbure R

$$a = -R/16$$



Ce qu'il faut retenir de l'aberration sphérique...

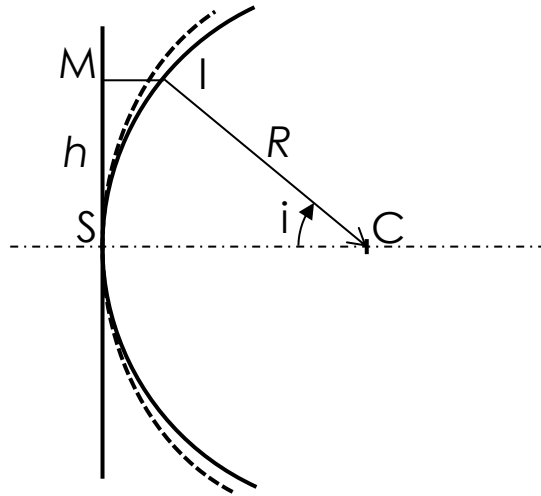
- Aberration sphérique d'ordre 3 :
 - Extension le long de l'axe : $l(\alpha') = a\alpha'^2$
 - Aberration transverse dans le plan paraxial : $dy' = -a\alpha'^3$
 - Ecart normal par rapport à la sphère paraxiale : $\Delta = -\frac{1}{4}a\alpha'^4$
- Notion de caustique, positions des différents foyers (paraxial, marginal, moindre diffusion, meilleur foyer)
- Propriétés de l'écart normal par rapport à la sphère centrée au meilleur foyer (forme de l'écart normal, écart-type de la déformation ...)
- Savoir discerner l'apparition d'aberration sphérique en observant la réponse percussionnelle autour du meilleur foyer (annulations de l'intensité sur l'axe ou pas, symétrie de la réponse ou pas ...)
- Pour un miroir sphérique en conjugaison $\infty \rightarrow F'$, $a = -R/16$

Exercice 1: aberration sphérique d'un miroir sphérique

Pour un miroir sphérique de focale 1m et ouvert à $f/5$, éclairé par la lumière à $\lambda = 587nm$ d'une étoile artificielle,

1. **Calculer, au foyer paraxial, le diamètre de la tache d'aberration sphérique du 3^e ordre.**
2. **Le miroir est-il limité par la diffraction dans ces conditions ?**
3. **Tracer la courbe de tracé de rayon (Ray Intercept Curve) $dy' = f(u)$ pour une mise au point au foyer paraxial.**
4. **Même question pour une mise au point au foyer de moindre diffusion**
5. **Pour quelle ouverture numérique la tache d'aberration sphérique (au foyer paraxial) a-t-elle un diamètre comparable à celle de la tache d'Airy ?**
6. **Evaluer le rapport de Strehl au meilleur foyer pour cette ouverture numérique réduite.**

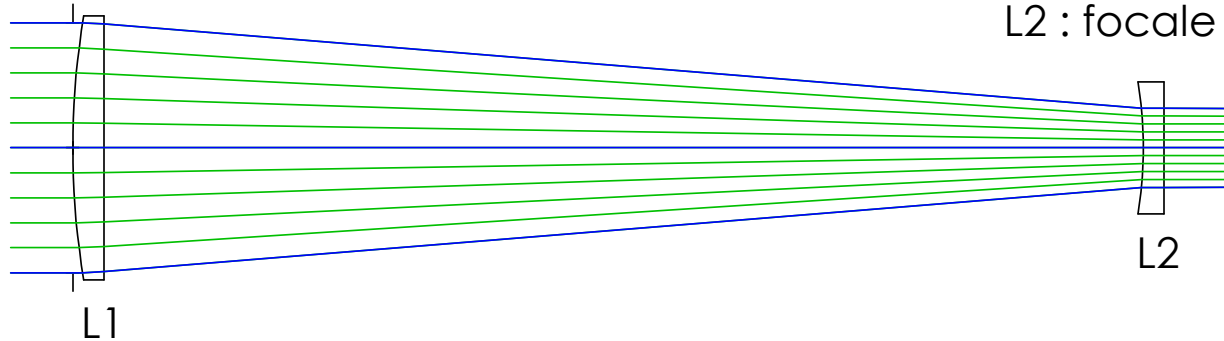
Exercice 2 : écart entre une sphère et un plan



1. Calculer par un développement limité à l'ordre 4 en h l'écart algébrique $\overline{MI}$ entre le plan et la sphère de rayon R , à la hauteur h .
2. Equation de la parabole qui approxime au mieux la sphère ?
3. Signe de l'écart entre la parabole et la sphère ?
4. Quelle erreur relative commet-on en confondant la sphère et la parabole ? Evaluer cette erreur relative pour l'angle $i = 30^\circ$.
5. Positionner approximativement la parabole sur la figure ci-dessus.

Exercice 3 : réglage d'une lunette afocale

Pupille



L1: focale $f'_1 = 150\text{mm}$,
diamètre $\phi_1 = 24\text{mm}$ (pupille d'entrée)
L2 : focale $f'_2 = -50\text{mm}$,

La lunette présente essentiellement, sur l'axe et pour $\lambda = 587\text{nm}$, de l'aberration sphérique du 3^e ordre. L'écart normal, en bord de pupille et pour une mise au point paraxiale, vaut $\Delta_{\max} = 0.7\lambda$.

1. Evaluer σ_Δ pour cette mise au point.
2. Exprimer l'écart normal Δ en fonction de h (hauteur d'impact d'un rayon dans la pupille de sortie). Tracer $\Delta(h)$.
3. En déduire le rayon angulaire de la tache aberrante à l'infini.
4. De quelle quantité (et dans quel sens) doit-on déplacer la lentille L2 le long de l'axe pour minimiser l'écart normal RMS ?
5. Le système est-il limité par la diffraction dans ces conditions ?