

Plan des cours 4 à 10

Cours 4 : Développement polynomial de l'écart normal

Aberrations chromatiques paraxiales

Cours 5 : Aberration sphérique

Cours 6 : Coma

Cours 7 : Astigmatisme & courbure de champ

Cours 8 : Distorsion

Variations des aberrations avec la position de la pupille

Cours 9 : Etude de systèmes simples

dioptre sphérique (ou non)

lame à faces //

miroirs

Cours 10 : Lentilles minces

Télescopes à deux miroirs

Transparents de cours disponibles sur [eCampus](#)

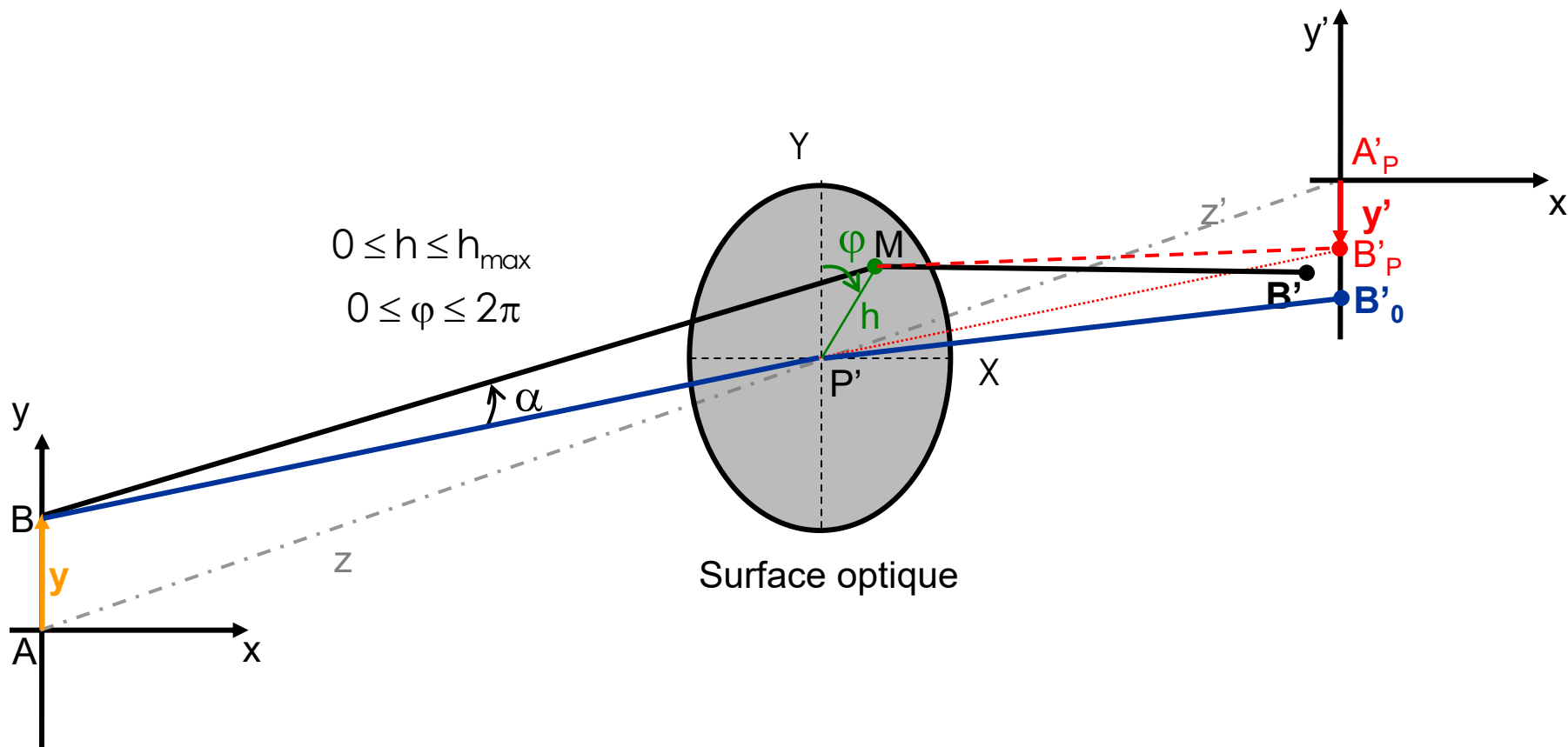
L'écart normal est une grandeur utile ...

- Elle quantifie la **déformation du front d'onde** à travers un système optique, par rapport à une sphère de référence
- Elle est « additive » : $(n'\Delta)_{\text{système}} = \sum_{\text{sous-systèmes}} (n'_i \Delta_i)$
- Elle est facilement calculable par un logiciel de tracé de rayons : $n'\Delta = L_0 - L$

$$n'\Delta = L_0 - L$$

L : chemin optique (**BMB'**) le long du **rayon réel**

L_0 : chemin optique (**BP'B'₀**) le long du **rayon réel**



L'écart normal est une grandeur utile ...

- Elle quantifie la **déformation du front d'onde** à travers un système optique, par rapport à une sphère de référence
- Elle est « additive » : $(n'\Delta)_{\text{système}} = \sum_{\text{sous-systèmes}} (n'_i \Delta_i)$
- Elle est facilement calculable par un logiciel de tracé de rayons : $n'\Delta = L_0 - L$
- son **amplitude** est directement liée aux dimensions transverses du spot-diagramme (dy' , dx') → formules de Nijboer

$$dy' = \frac{\cos\varphi}{\cos\alpha'} \frac{\partial\Delta}{\partial\alpha'} - \frac{\sin\varphi}{\sin\alpha'} \frac{\partial\Delta}{\partial\varphi}$$

$$dx' = \frac{\sin\varphi}{\cos\alpha'} \frac{\partial\Delta}{\partial\alpha'} + \frac{\cos\varphi}{\sin\alpha'} \frac{\partial\Delta}{\partial\varphi}$$

L'écart normal est une grandeur utile ...

- Elle quantifie la **déformation du front d'onde** à travers un système optique, par rapport à une sphère de référence
- Elle est « additive » : $(n'\Delta)_{\text{système}} = \sum_{\text{sous-systèmes}} (n'_i \Delta_i)$
- Elle est facilement calculable par un logiciel de tracé de rayons : $n'\Delta = L_0 - L$
- son **amplitude** est directement liée aux dimensions transverses du spot-diagramme (dy' , dx') → formules de Nijboer
- sa **variance** est directement liée (pour un système peu aberrant) à l'éclairement au centre de la sphère de référence
→ rapport de Strehl

$$R_s \approx \exp\left[-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sigma_\Delta^2\right]$$

Chapitre 1

Développement polynomial de l'écart normal

I. Développement de Δ sur les polynômes de Seidel

- Ils décrivent de manière **intuitive** les différentes aberrations
- Mais ... ils ne sont pas orthogonaux entre eux

II. Développement de Δ sur les polynômes de Zernike

- Combinaisons linéaires des polynômes de Seidel
- Base **orthonormée** de polynômes sur une pupille « disque circulaire »
- Utiles pour la correction des défauts de front d'onde (optique adaptative ...)

Développement de $\Delta(h, \varphi, y)$ en série entière de $h^2, y^2, h.y.\cos\varphi$

$$\Delta(h, \phi, y) = \sum_{(p, q, m) \in \mathbf{N}^3} a_{pqm} h^{2p+m} y^{2q+m} \cos(m\phi)$$


Système centré : $\Delta(h, \varphi, y) = \sum_{(p,q,m) \in \mathbf{N}^3} a_{pqm} h^{2p+m} y^{2q+m} \cos(m\varphi)$

Termes « $2p+2q+2m = 2$ »

p	q	m		
1	0	0	h^2	défaut de mise au point (defocus)
0	0	1	$h y \cos(\varphi)$	basculement selon y (tilt $\beta \propto y$)
0	1	0	y^2	piston

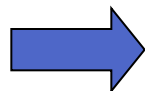
Aberrations d'ordre 3 : « $2p+2q+2m = 4$ »

p	q	m		
2	0	0	h^4	ab. sphérique
1	0	1	$h^3 y \cos(\varphi)$	coma
1	1	0	$h^2 y^2$	courbure de champ
0	0	2	$h^2 y^2 \cos(2\varphi)$	astigmatisme
0	1	1	$h y^3 \cos(\varphi)$	distorsion
0	2	0	y^4	piston

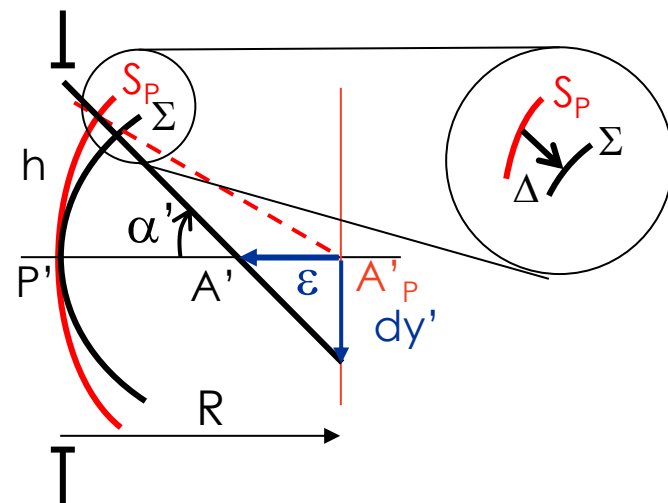
Défaut de mise au point (defocus)

Terme en « h^2 » → défaut de courbure par rapport à la sphère de référence

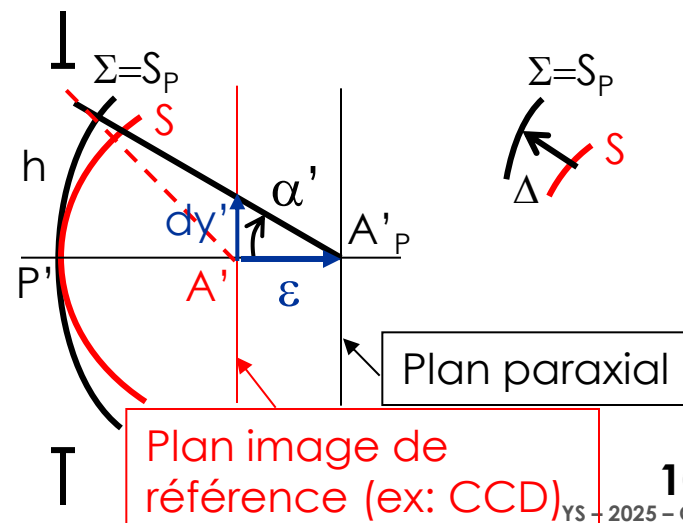
$$dy' = -\varepsilon \alpha'$$



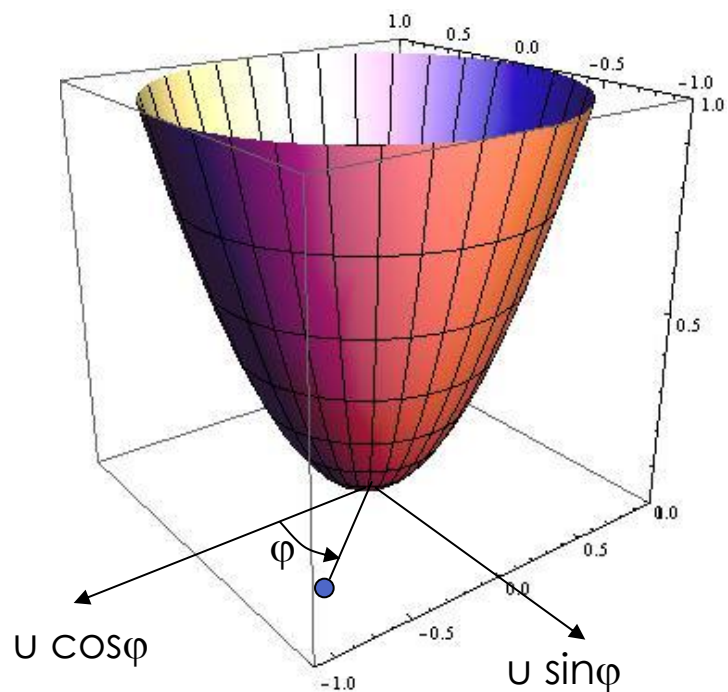
$$\Delta = -\frac{1}{2} \varepsilon \alpha'^2 \approx -\varepsilon \frac{h^2}{2R^2}$$



aussi appelé « défaut de mise au point »
ou « defocus »

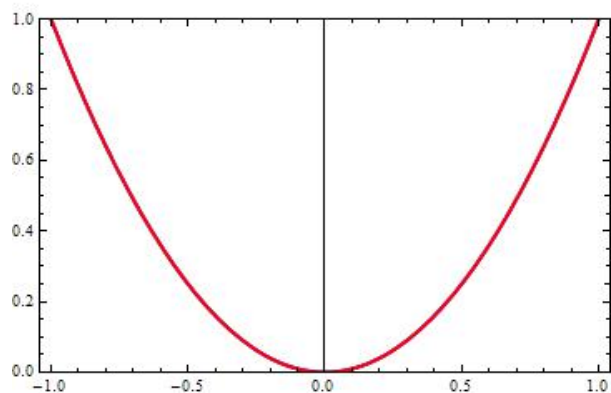


Défaut de mise au point (defocus)



$$\text{Defocus } \Delta(u, \varphi) = \Delta_{\max} u^2$$

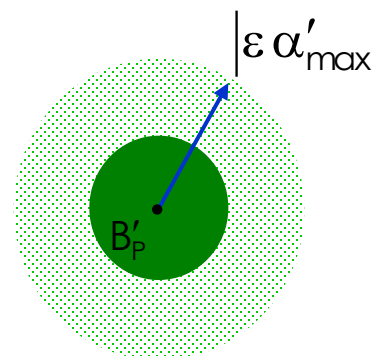
OPD (λ)



$$u = \frac{h}{h_{\max}} = \frac{\alpha'}{\alpha'_{\max}}$$

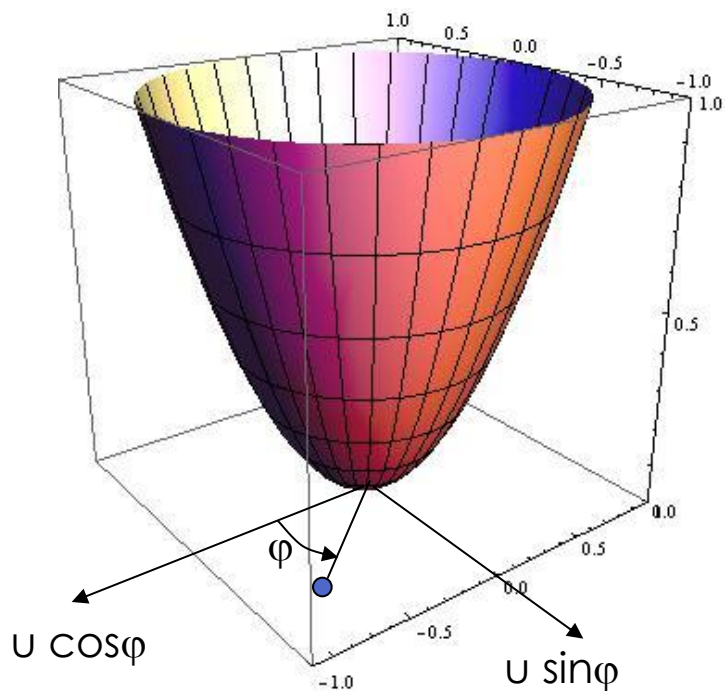
$$\alpha'_{\max}$$

$$\alpha'_{\max} / 2$$



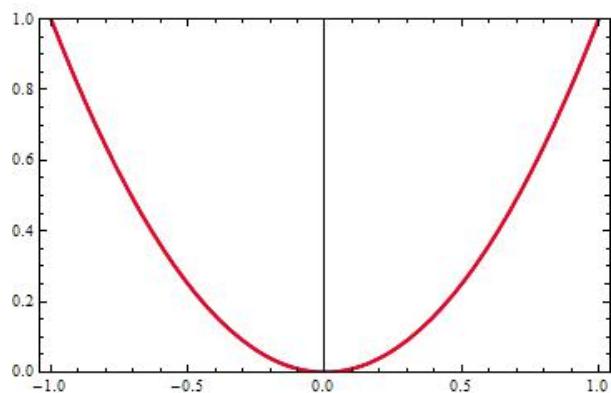
Spot diagramme

Défaut de mise au point (defocus)



$$\text{Defocus } \Delta(u, \varphi) = \Delta_{\max} u^2$$

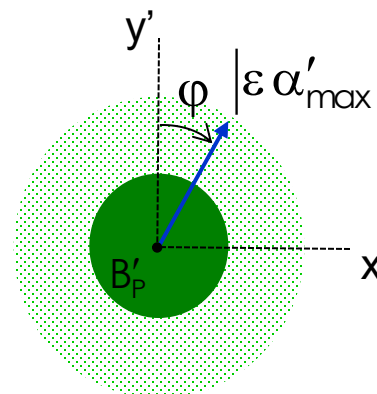
OPD (λ)



$$u = \frac{h}{h_{\max}} = \frac{\alpha'}{\alpha'_{\max}}$$

$$\alpha'_{\max}$$

$$\alpha'_{\max} / 2$$



Spot diagramme

$$\Delta = -\frac{1}{2} \varepsilon \alpha'^2$$

$$\begin{cases} dy' = -\varepsilon \alpha' \cos \varphi \\ dx' = -\varepsilon \alpha' \sin \varphi \end{cases}$$

Nijboer

Système centré : $\Delta(h, \varphi, y) = \sum_{(p,q,m) \in \mathbf{N}^3} a_{p,q,m} h^{2p+m} y^{2q+m} \cos(m\varphi)$

Termes « $2p+2q+2m = 2$ »

p	q	m		
1	0	0	h^2	défaut de mise au point (defocus)
0	0	1	$h y \cos(\varphi)$	basculement selon y (tilt $\beta \propto y$)
0	1	0	y^2	piston

Aberrations d'ordre 3 : « $2p+2q+2m = 4$ »

p	q	m		
2	0	0	h^4	ab. sphérique
1	0	1	$h^3 y \cos(\varphi)$	coma
1	1	0	$h^2 y^2$	courbure de champ
0	0	2	$h^2 y^2 \cos(2\varphi)$	astigmatisme
0	1	1	$h y^3 \cos(\varphi)$	distorsion
0	2	0	y^4	piston

The diagram illustrates the paraxial approximation in ray optics. It shows a ray originating from a point P' on a curved surface S , passing through a point B' on a vertical plane, and reaching a point B'_P . The diagram includes angles α' and β , a distance dy' , and a coordinate system with z' and Y' axes. An inset shows a detail of the ray's path near the surface S , with a normal vector and a right-angle symbol indicating the ray's direction relative to the surface normal.

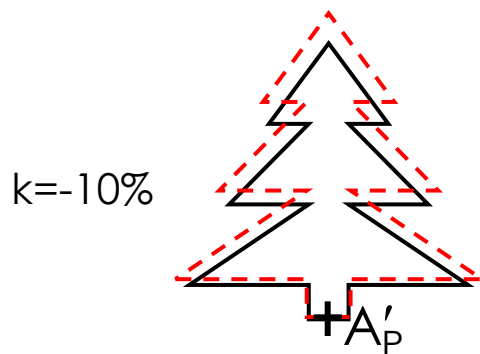
$$\Delta = -\beta \cdot \hbar \cos \varphi$$

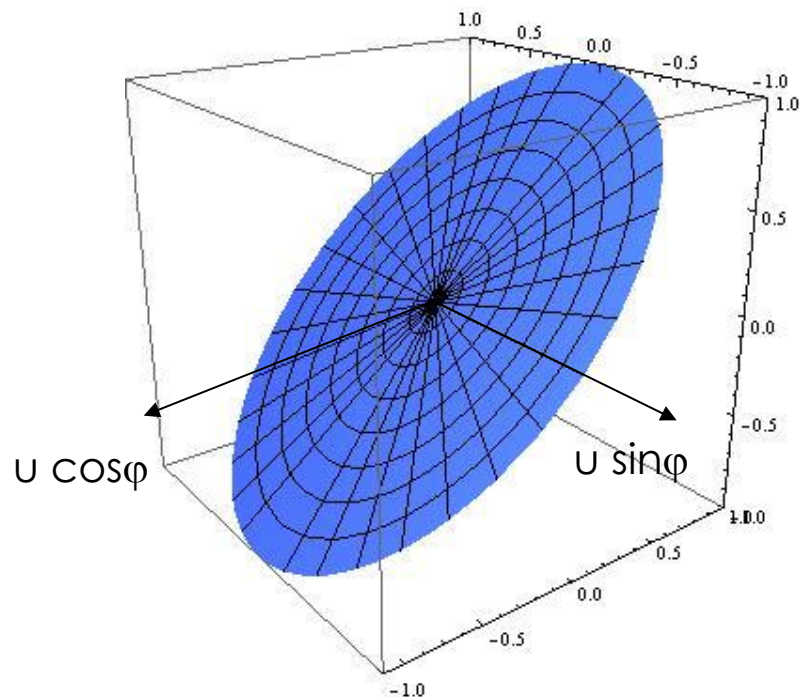
$$\beta = \frac{dy'}{R} \qquad h = -R\alpha'$$

$$\Delta = dy' \cdot \alpha' \cos \varphi$$

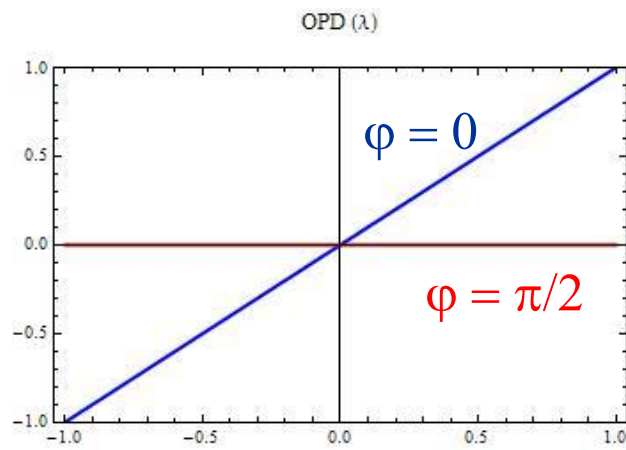
$$dy' = k \cdot y'$$

$$\Delta = k y' \cdot \alpha' \cos \varphi$$

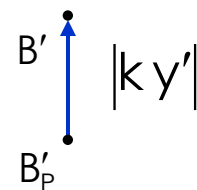




Tilt $\Delta(u, \varphi) = \Delta_{\max} u \cos \varphi$



$u = \alpha' / \alpha'_{\max}$



Spot diagramme

$$\Delta = -\beta \cdot h \cos \varphi = k y' \cdot \alpha' \cos \varphi$$

Nijboer

$$\begin{cases} dy' = k y' \\ dx' = 0 \end{cases}$$

Système centré : $\Delta(h, \varphi, y) = \sum_{(p,q,m) \in \mathbf{N}^3} a_{p,q,m} h^{2p+m} y^{2q+m} \cos(m\varphi)$

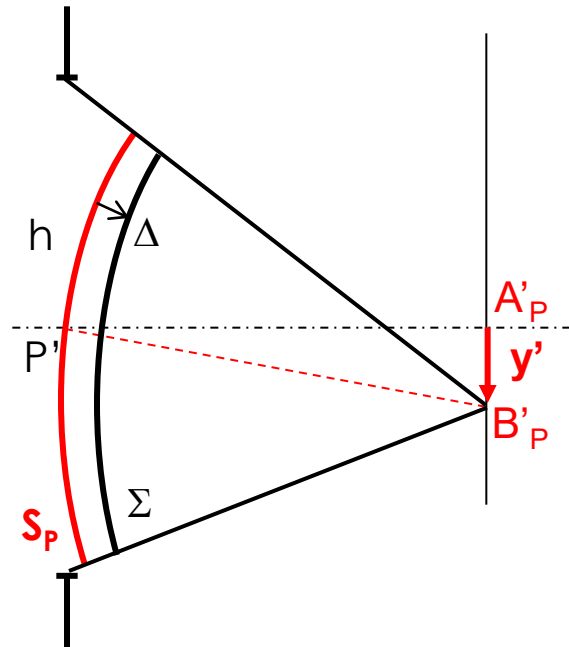
Termes « $2p+2q+2m = 2$ »

p	q	m		
1	0	0	h^2	défaut de mise au point (defocus)
0	0	1	$h y \cos(\varphi)$	basculement selon y (tilt $\beta \propto y$)
0	1	0	y^2	piston

Aberrations d'ordre 3 : « $2p+2q+2m = 4$ »

p	q	m		
2	0	0	h^4	ab. sphérique
1	0	1	$h^3 y \cos(\varphi)$	coma
1	1	0	$h^2 y^2$	courbure de champ
0	0	2	$h^2 y^2 \cos(2\varphi)$	astigmatisme
0	1	1	$h y^3 \cos(\varphi)$	distorsion
0	2	0	y^4	piston

Termes indépendants de h ($2p+m=0$) $\rightarrow \Delta$ constant sur la pupille



Le piston n'est pas un défaut du système

- $\rightarrow$ Déphasage uniforme du front d'onde sur la pupille, sans déformation
- $\rightarrow$ Ex : système dénué d'aberrations, rayon de courbure de la sphère de référence verrouillé sur tout le champ (y') : Δ varie en y'^2

Système centré : $\Delta(h, \varphi, y) = \sum_{(p,q,m) \in \mathbf{N}^3} a_{p,q,m} h^{2p+m} y^{2q+m} \cos(m\varphi)$

Termes « $2p+2q+2m = 2$ »

p	q	m		
1	0	0	h^2	défaut de mise au point (defocus)
0	0	1	$h y \cos(\varphi)$	basculement selon y (tilt $\beta \propto y$)
0	1	0	y^2	piston

$$\text{Defocus : } \Delta = -\frac{1}{2} \varepsilon \alpha'^2$$

$$\text{Tilt : } \Delta = dy' \cdot \alpha' \cos \varphi$$

Aberrations d'ordre 3 : « $2p+2q+2m = 4$ »

p	q	m			
2	0	0	h^4	ab. sphérique	dépend de « h » seulement
1	0	1	$h^3 y \cos(\varphi)$	coma	tilt $\beta \propto h^2 \cdot y$
1	1	0	$h^2 y^2$	courbure de champ	defocus $\varepsilon \propto y^2$
0	0	2	$h^2 y^2 \cos(2\varphi)$	astigmatisme	defocus $\varepsilon \propto y^2 \cos(2\varphi)$
0	1	1	$h y^3 \cos(\varphi)$	distorsion	tilt $\beta \propto y^3$
0	2	0	y^4	piston	

Système centré : $\Delta(u, \varphi, y) = \sum_{(p,m) \in \mathbf{N}^2} \Delta_{pm}(y) u^{2p+m} \cos(m\varphi)$

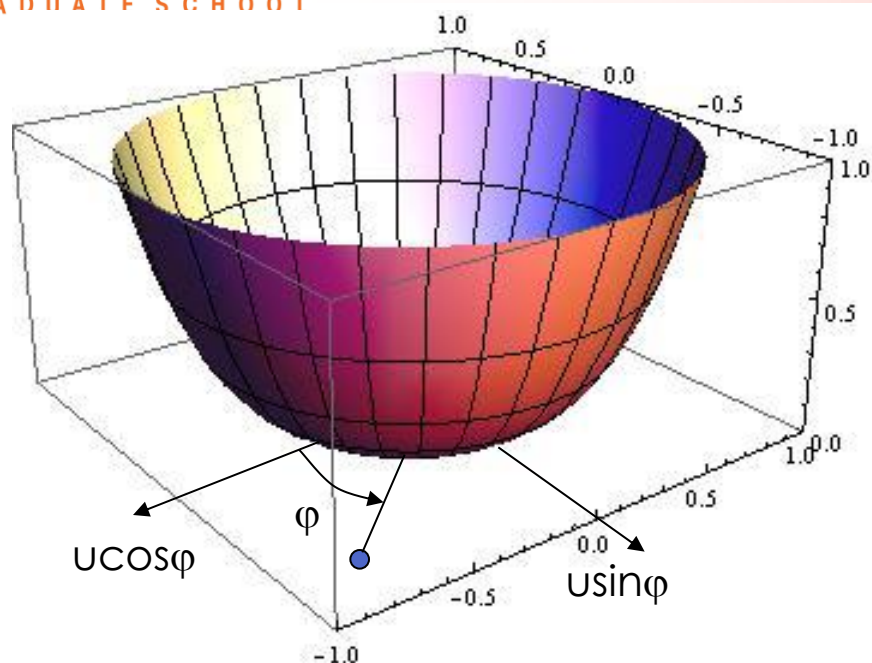
↙ y fixé

$$u = \frac{h}{h_{\max}}$$

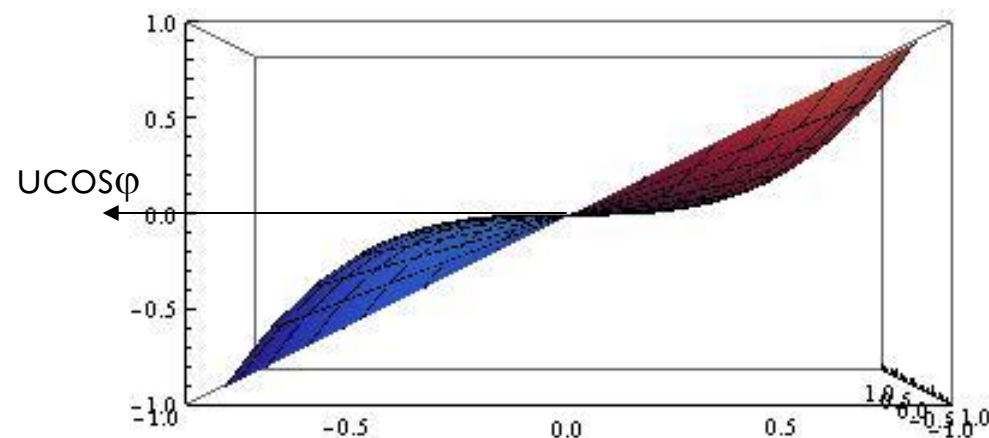
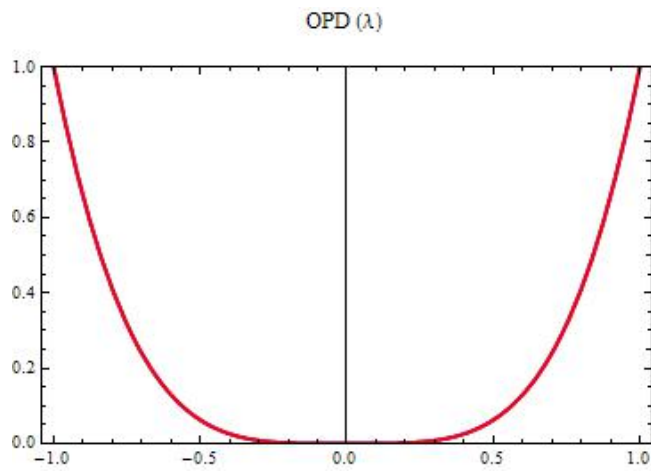
Aberrations « classiques » jusqu'au 5^e ordre : « $2p+2m \leq 6$ »

p	m			
1	0	u^2	defocus (courb. de champ)	} 1 ^{er} ordre
0	1	$u \cos(\varphi)$	tilt (distortion)	
2	0	u^4	aberration sphérique	} 3 ^e ordre
1	1	$u^3 \cos(\varphi)$	coma	
0	2	$u^2 \cos(2\varphi)$	astigmatisme	
3	0	u^6	aberration sphérique	} 5 ^e ordre
2	1	$u^5 \cos(\varphi)$	coma	
1	2	$u^4 \cos(2\varphi)$	astigmatisme	
0	3	$u^3 \cos(3\varphi)$	trèfle (à 3 feuilles)	

Aberrations classiques du 3e ordre

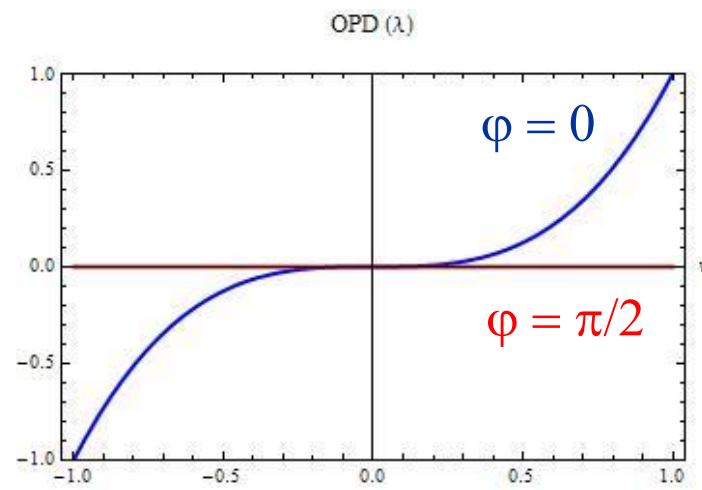


ab. sphérique 3^e ordre $\Delta(u) = \Delta_{\max} u^4$

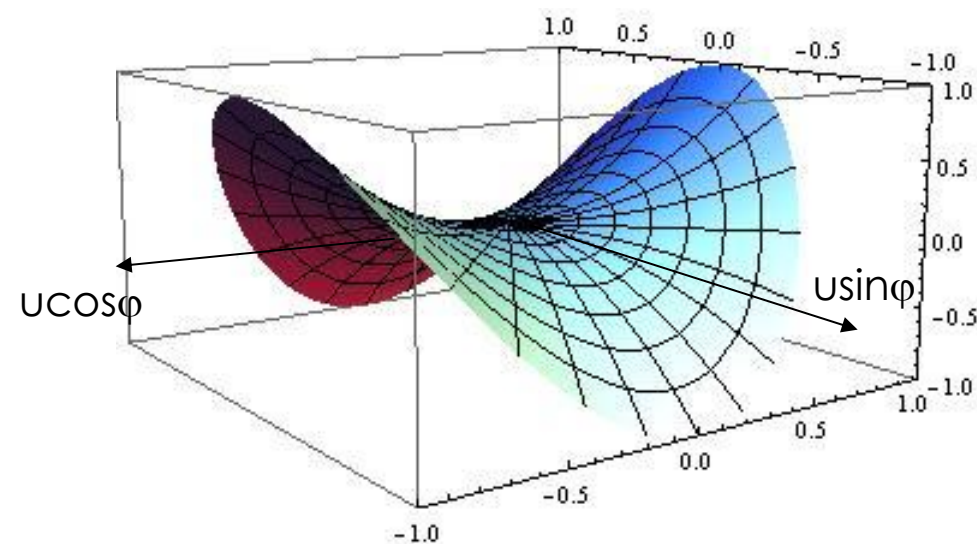


Coma 3^e ordre

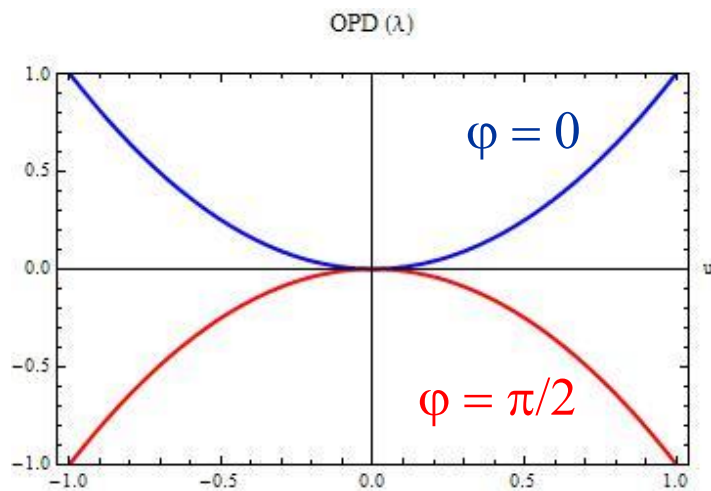
$$\Delta(u, \varphi) = \Delta_{\max} u^3 \cos \varphi$$



Aberrations classiques du 3e ordre



astigmatisme 3^e ordre $\Delta(u, \phi) = \Delta_{\max} u^2 \cos 2\phi$





Prix Nobel de Physique 1953, « pour la démonstration de la méthode de contraste de phase, particulièrement pour son **invention du microscope à contraste de phase**. »

Le développement de Zernike

• Système centré : $\Delta(u, \varphi, y) = \sum_{\substack{(n,m) \in \mathbf{N}^2 \\ n-m \text{ pair} \geq 0}} c_{nm}(y) Z_n^m(u, \varphi)$

y fixé

- Définition des polynômes de Zernike **sur pupille disque** (0 ailleurs)

$$Z_n^m(u, \varphi) = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta_m^0}} R_n^m(u) \cos(m\varphi) \quad (n,m) \in \mathbf{N}^2, n-m \text{ pair} \geq 0$$

Fonction radiale de Zernike : polynôme en u , de degré n , contenant les termes $u^n, u^{n-2}, \dots, u^m$, et défini par :

$$R_n^m(u) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+m}{2} - s\right)! \left(\frac{n-m}{2} - s\right)!} u^{n-2s}$$

Exemple :

$$R_7^3(u) = 21u^7 - 30u^5 + 10u^3 \Rightarrow Z_7^3(u, \varphi) = \sqrt{16} (21u^7 - 30u^5 + 10u^3) \cos 3\varphi$$

- $R_n^n(u) = u^n$
- $\forall (n, m), \quad R_n^m(1) = 1 \quad \text{et} \quad |R_n^m(u)| \leq 1 \quad (0 \leq u \leq 1)$
- $\forall |u| \leq 1, \quad Z_0^0(u) = 1 \quad (\text{piston})$
- Lorsque la symétrie $\varphi \rightarrow -\varphi$ est brisée, il faut compléter par :

$$Z_n^{-m}(u, \varphi) = \sqrt{2(n+1)} R_n^m(u) \sin(m\varphi) \quad (m > 0)$$

afin de former une **base orthonormale** de polynômes

- Vrai pour un système centré où l'objet n'est pas selon y
- Vrai pour une turbulence atmosphérique (syst. non centré !)

- Condition d'orthogonalité

$$\frac{1}{\pi} \int_{u=0}^1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} Z_n^m(u, \varphi) Z_{n'}^{m'}(u, \varphi) u \, du \, d\varphi = \delta_n^{n'} \delta_m^{m'}$$

- En particulier, $\forall (n, m) \neq (0, 0), \quad Z_n^m \perp Z_0^0 \Rightarrow \overline{Z_n^m(u, \varphi)}^{\text{pupille}} = 0$
Les Z_n^m sont de moyenne nulle sur la pupille (sauf le piston)
- Chaque polynôme de Zernike est combinaison linéaire d'aberrations classiques (« balanced polynomials ») avec des coefficients tels que les Z_n^m sont normés et orthogonaux 2 à 2

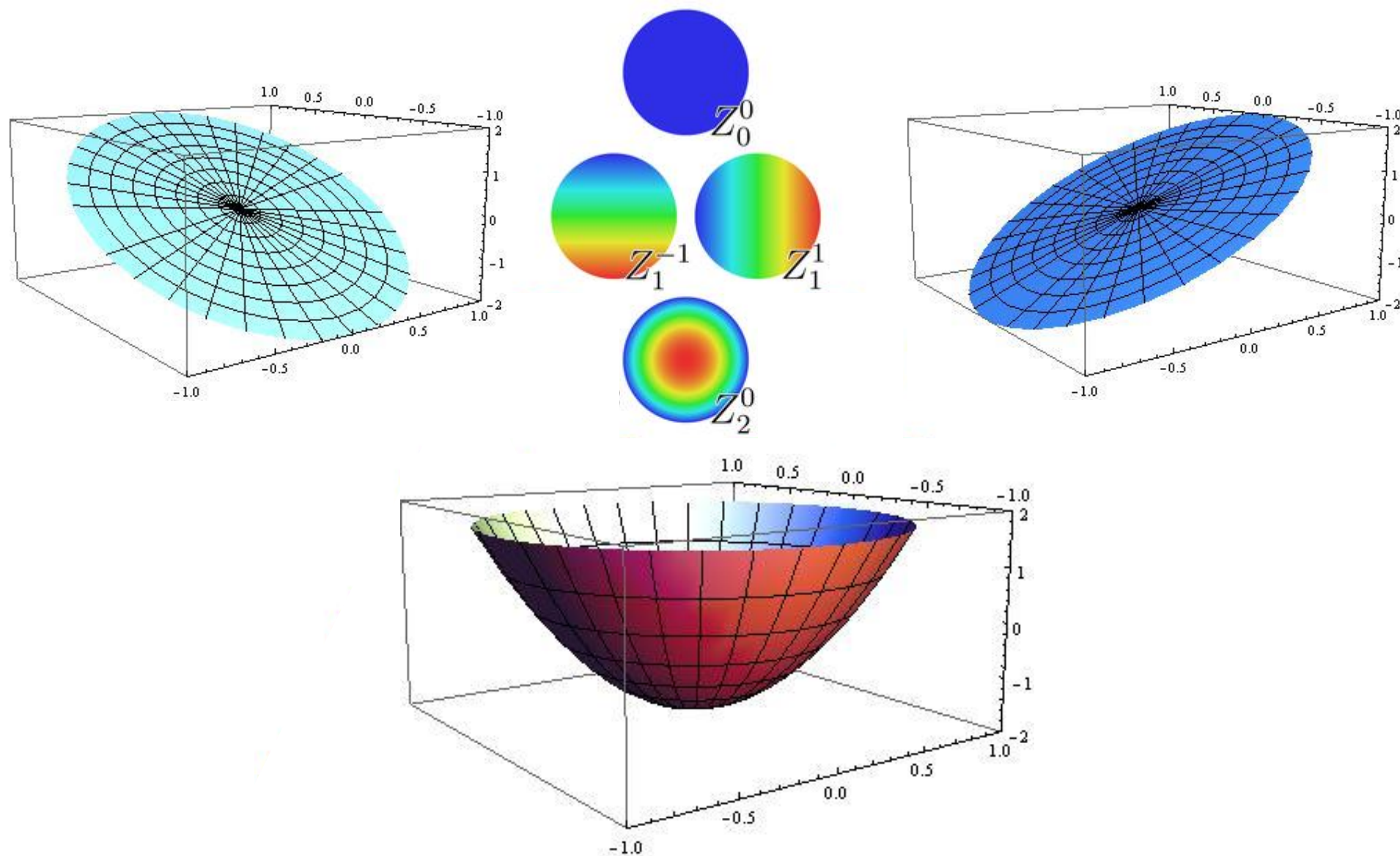
Ex : coma 3^e ordre de Zernike $Z_3^1(u, \varphi) = \sqrt{8} (3u^3 - 2u) \cos \varphi$

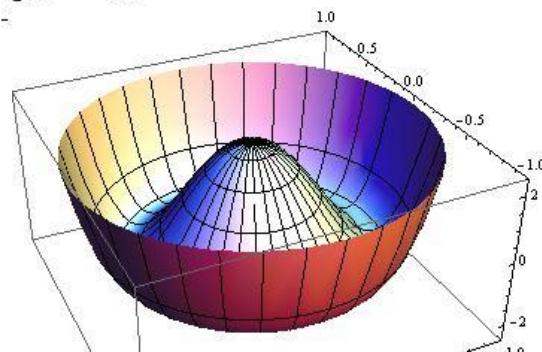
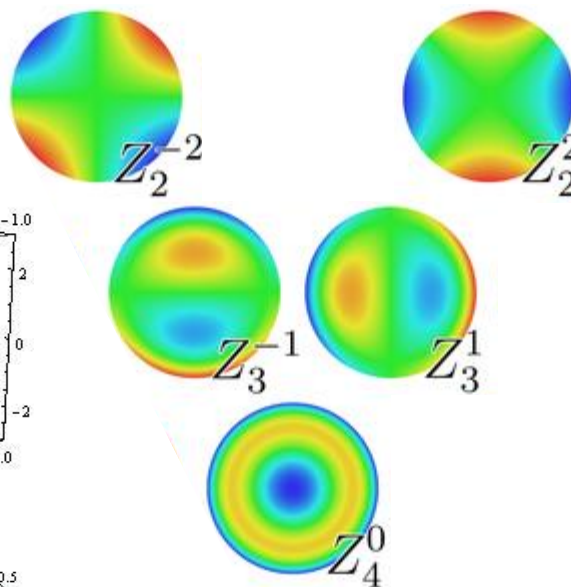
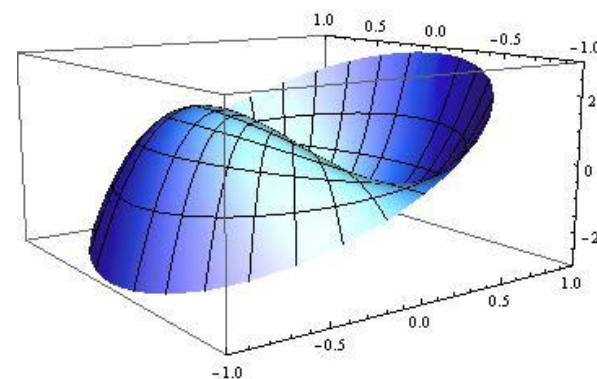
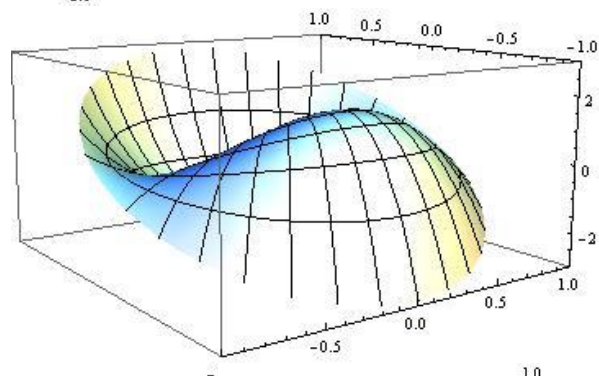
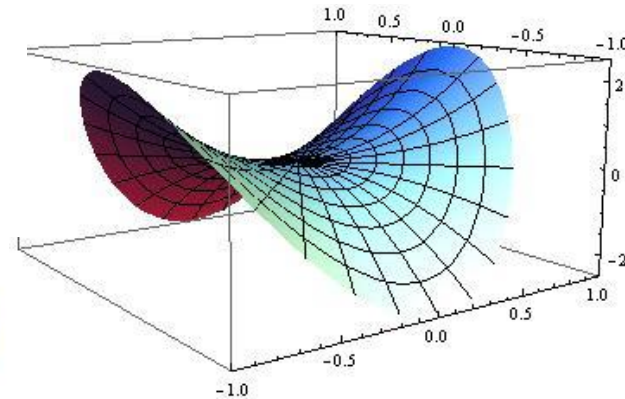
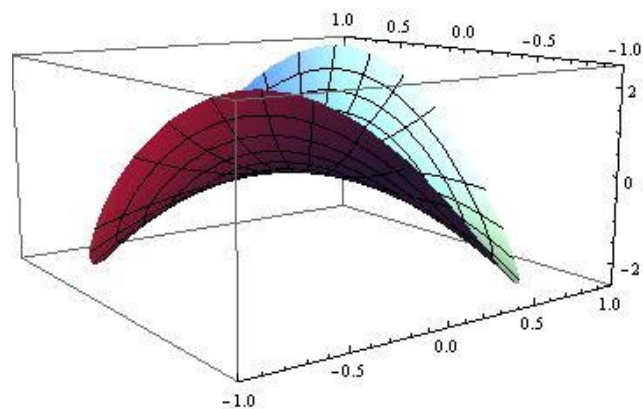
Coma 3^e Seidel

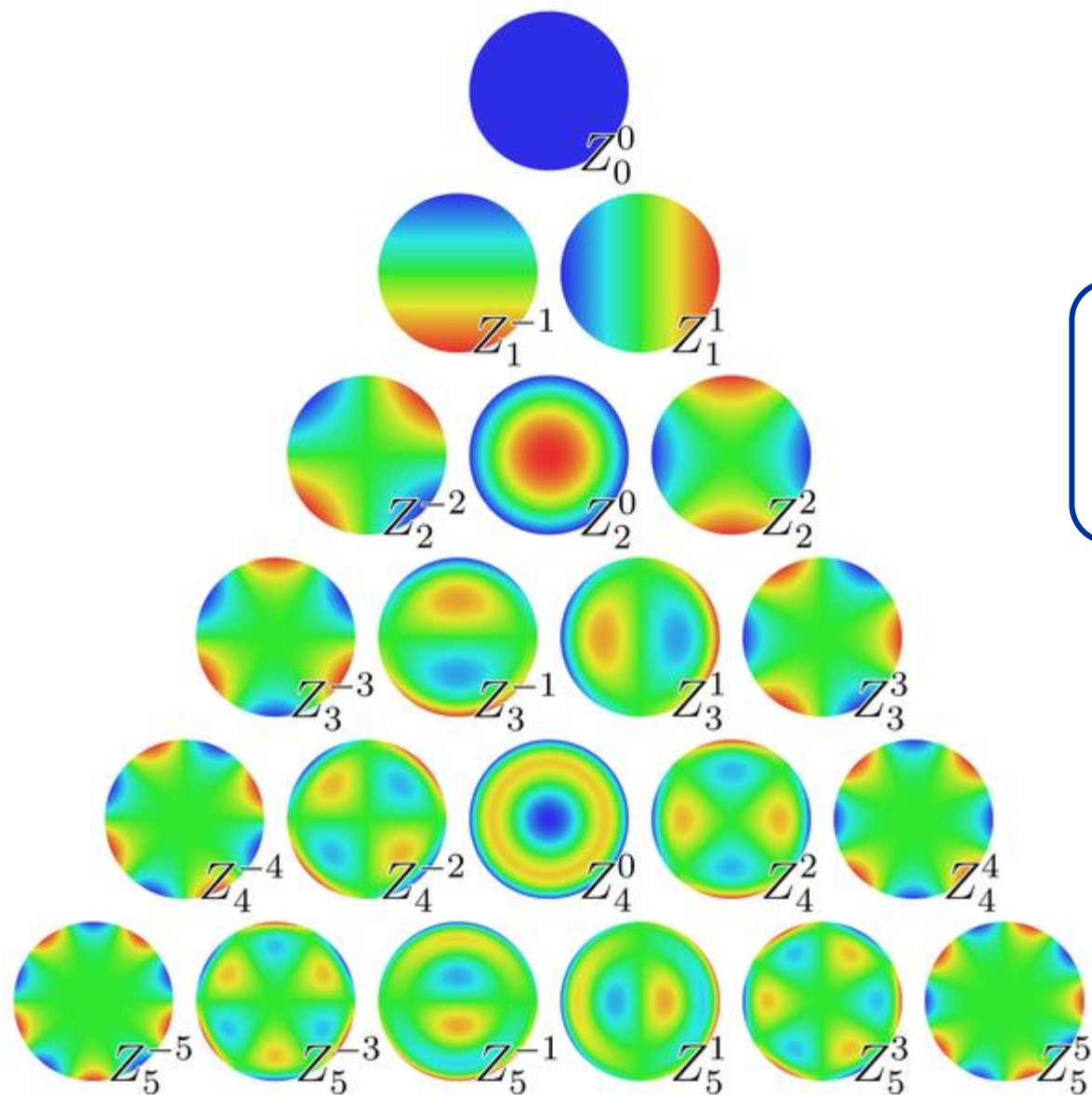
Tilt Seidel

i	n	m	Z_i ou $Z_n^m(u, \varphi)$	Dénomination	
0	0	0	1	Piston	
1	1	1	$2u \cos \varphi$	Tilt à 0°	Ordre 1
2	1	-1	$2u \sin \varphi$	Tilt à 90°	
3	2	0	$\sqrt{3}(2u^2 - 1)$	Defocus (+ courbure de champ)	
4	2	2	$\sqrt{6} u^2 \cos 2\varphi$	Astigmatisme à 0°	Ordre 3
5	2	-2	$\sqrt{6} u^2 \sin 2\varphi$	Astigmatisme à 45°	
6	3	1	$\sqrt{8}(3u^3 - 2u) \cos \varphi$	Coma à 0°	
7	3	-1	$\sqrt{8}(3u^3 - 2u) \sin \varphi$	Coma à 90°	
8	4	0	$\sqrt{5}(6u^4 - 6u^2 + 1)$	Aberration sphérique	
9	3	3	$\sqrt{8} u^3 \cos 3\varphi$	Trèfle à 0°	Ordre 5
10	3	-3	$\sqrt{8} u^3 \sin 3\varphi$	Trèfle à 30°	
11	4	2	$\sqrt{10}(4u^4 - 3u^2) \cos 2\varphi$	Astigmatisme à 0°	
12	4	-2	$\sqrt{10}(4u^4 - 3u^2) \sin 2\varphi$	Astigmatisme à 45°	
13	5	1	$\sqrt{12}(10u^5 - 12u^3 + 3u) \cos \varphi$	Coma à 0°	
14	5	-1	$\sqrt{12}(10u^5 - 12u^3 + 3u) \sin \varphi$	Coma à 90°	
15	6	0	$\sqrt{7}(20u^6 - 30u^4 + 12u^2 - 1)$	Aberration sphérique	

Polynômes de Zernike







→TPs
HASO
ZYGO

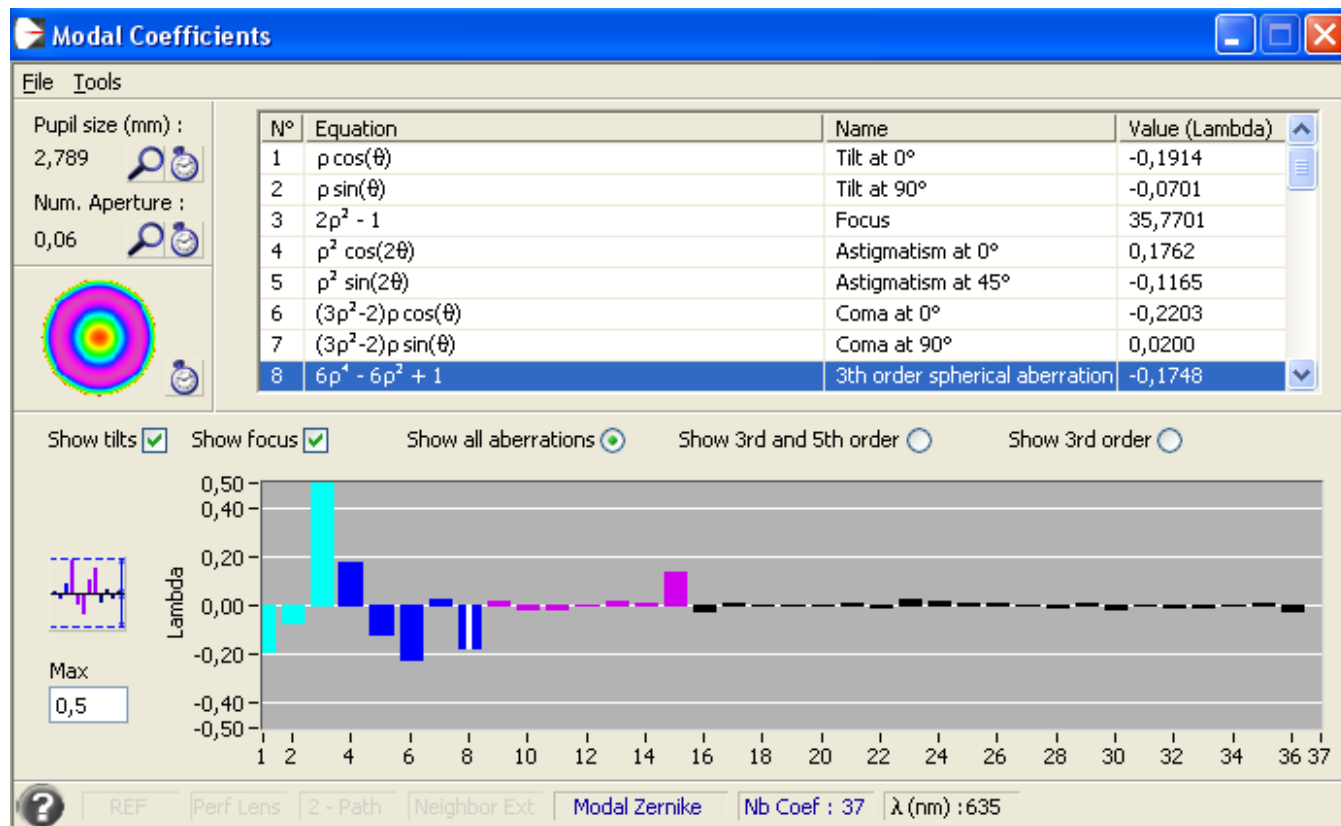
1. Nom et ordre de l'aberration associée au polynôme de Zernike $Z_7^3(u, \varphi)$?
2. Polynôme de Zernike associé au defocus
 - a. De quels monômes de Seidel Z_2^0 est-il combinaison linéaire ?
 - b. Calculez les coefficients de cette combinaison linéaire en utilisant les relations d'orthogonalité des polynômes de Zernike.
 - c. Retrouvez directement ces coefficients à partir de la définition des fonctions radiales $R_n^m(u)$.

- Corollaire très important**
de la condition d'orthogonalité:

$$\sigma_{\Delta}^2 = \overline{\Delta^2} - (\overline{\Delta})^2 = \sum_{(n,m) \neq (0,0)} \sum c_{nm}^2$$

→TPs
HASO
ZYGO

imagine  **optics**



- Application : correction des défauts de front d'onde à l'aide d'un **miroir déformable**

→TP **Optique Adaptative**

Recherche du meilleur foyer

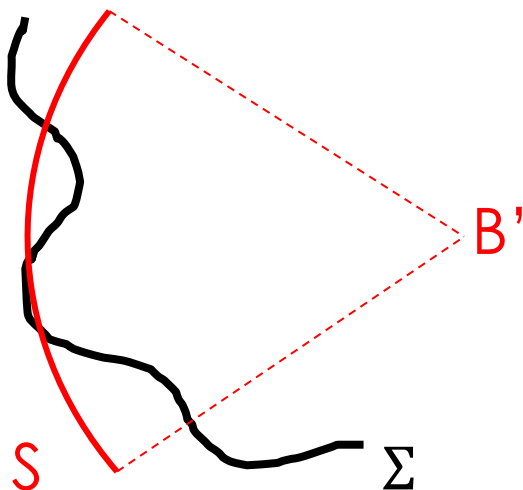
- Δ calculé par rapport à la sphère S de centre B' quelconque

Rapport
de Strehl :

$$R_s(B') = \frac{I(B')}{I_{\max, \text{abs}}} \approx \exp\left(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sigma_\Delta^2\right) = \exp\left(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sum_{(n,m) \neq (0,0)} \sum c_{nm}^2\right)$$

Q : quels tilts et defocus faut-il appliquer à S pour minimiser σ_Δ^2 ?

R : $S \rightarrow S^*$, $B' \rightarrow B'^*$: **meilleur foyer**, tel que **$c_{11}=0$, $c_{1-1}=0$, $c_{20}=0$**



Recherche du meilleur foyer

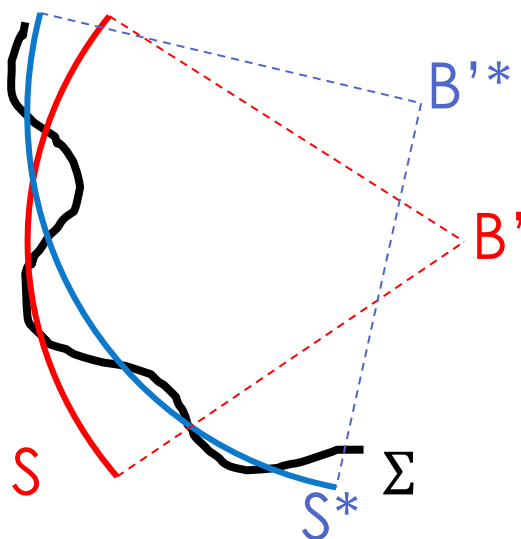
- Δ calculé par rapport à la sphère S de centre B' quelconque

Rapport
de Strehl :

$$R_s(B') = \frac{I(B')}{I_{\max, \text{abs}}} \approx \exp\left(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sigma_\Delta^2\right) = \exp\left(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sum_{(n,m) \neq (0,0)} \sum c_{nm}^2\right)$$

Q : quels tilts et defocus faut-il appliquer à S pour minimiser σ_Δ^2 ?

R : $S \rightarrow S^*$, $B' \rightarrow B'^*$: **meilleur foyer**, tel que **$c_{11}=0$, $c_{1-1}=0$, $c_{20}=0$**



Recherche du meilleur foyer

- Δ calculé par rapport à la sphère S de centre B' quelconque

Rapport
de Strehl :

$$R_S(B') = \frac{I(B')}{I_{\max, \text{abs}}} \approx \exp\left(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sigma_\Delta^2\right) = \exp\left(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \sum_{(n,m) \neq (0,0)} \sum C_{nm}^2\right)$$

Q : *quels tilts et defocus faut-il appliquer à S pour minimiser σ_Δ^2 ?*

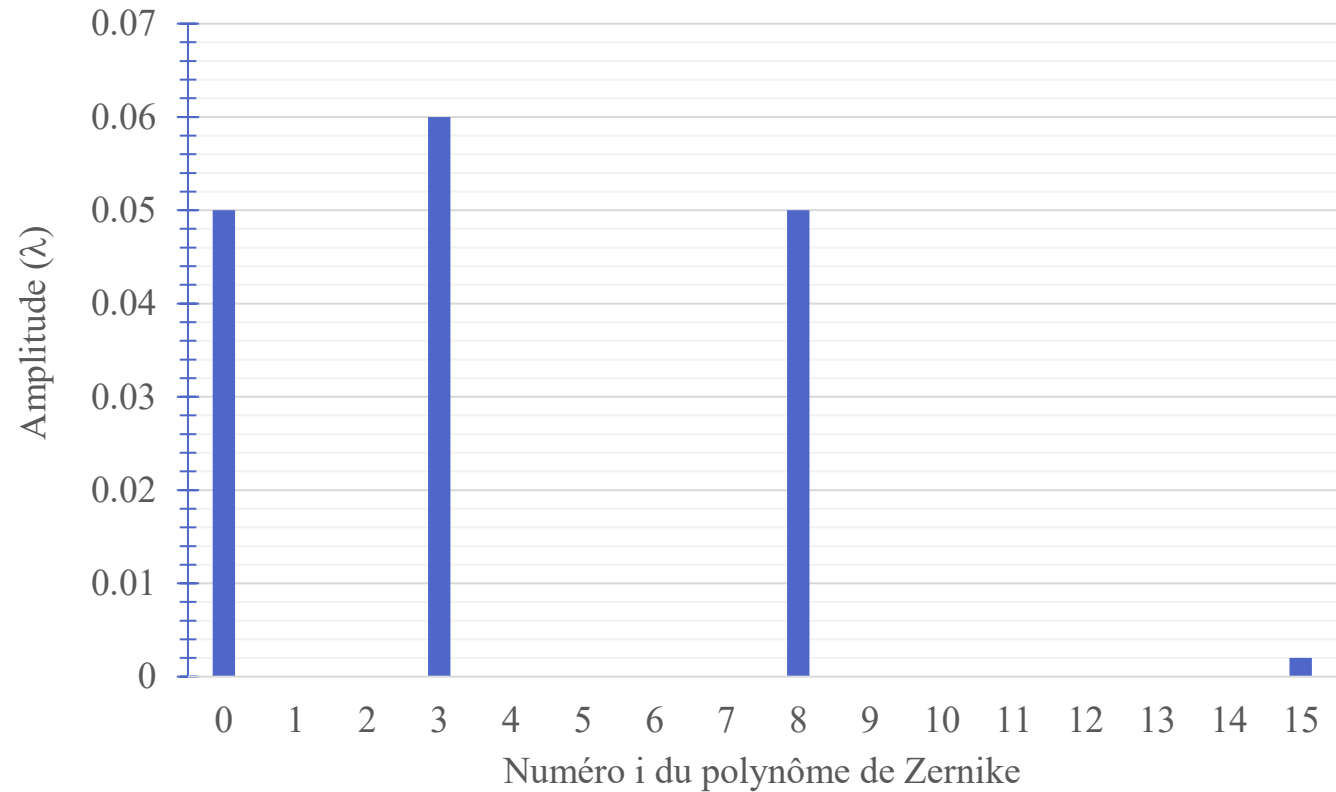
R : $S \rightarrow S^*$, $B' \rightarrow B'^*$: **meilleur foyer**, tel que **$c_{11}=0$, $c_{1,-1}=0$, $c_{20}=0$**

- Δ calculé par rapport à la sphère S^* de centre B'^* qui approxime au mieux le front d'onde Σ au sens des moindres carrés $\rightarrow \sigma_\Delta^2$ minimal, éclairement maximal

$$R_S^* = R_S(B'^*) \approx \exp\left(-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} \times \sum_{(n,|m|) \notin ((0,0),(1,1),(2,0))} \sum C_{nm}^2\right)$$

Résultats de l'analyse du front d'onde émergent d'une lentille déformable à la longueur d'onde $\lambda = 800\text{nm}$.

La spécification du fabricant pour la lentille est $\sigma_\Delta < 0.25\lambda$ pour une mise au point au meilleur foyer.



1. L'analyse a-t-elle été faite au meilleur foyer ?
2. Les résultats de l'analyse sont-ils compatibles avec la spécification du fabricant ?
3. Déduire de l'analyse l'amplitude de l'écart normal d'aberration sphérique du 3^e ordre, en bord de pupille, pour une mise au point paraxiale.

Critère de Maréchal pour qu'un système soit « limité par la diffraction » :

$$R_s(B') \approx \exp\left(-4\pi^2 \left(\frac{\sigma_\Delta}{\lambda}\right)^2\right) \geq 80\% \quad \Leftrightarrow \quad \sigma_\Delta \leq \frac{\lambda}{14}$$

Combien d'aberration peut-on tolérer ?

Sphère S
centrée en
B' Paraxial

Sphère S
centrée au
meilleur
foyer B'*

aberration (3 ^e ordre)	Aberration classique	$\Delta_{\max}$	$\Delta_{\max}$
Aberration sphérique	$\Delta_P(h) = \Delta_{\max} \left(\frac{h}{h_m}\right)^4$	0.24λ	0.95λ
Coma	$\Delta_P(h, \varphi) = \Delta_{\max} \left(\frac{h}{h_m}\right)^3 \cos \varphi$	0.20λ	0.60λ
Astigmatisme	$\Delta_P(h, \varphi) = \Delta_{\max} \left(\frac{h}{h_m}\right)^2 \cos 2\varphi$	0.17λ	0.17λ
Courbure de champ (defocus)	$\Delta_P(h) = \Delta_{\max} \left(\frac{h}{h_m}\right)^2$	0.25λ	--
Distorsion (tilt)	$\Delta_P(h, \varphi) = \Delta_{\max} \left(\frac{h}{h_m}\right) \cos \varphi$	0.14λ	--

Note : « y » est fixé

- Ecart normal associé à un « defocus » : $\Delta = -\frac{1}{2}\varepsilon\alpha'^2$
- Lois d'échelle (variation avec h, φ, y) des aberrations de Seidel d'ordre ≤ 5 (cf. transparent 9) et des aberrations classiques (transparent 19)
- Forme de la déformation du front d'onde pour les aberrations classiques d'ordre ≤ 3
- Propriété d'orthonormalité des polynômes de Zernike sur une pupille disque circulaire
- Expression de σ_Δ^2 en fonction des coefficients de la décomposition sur la base de Zernike :
 - au centre de la sphère de référence
 - au meilleur foyer
- Lien entre σ_Δ^2 et le rapport de Strehl
- Critère de Maréchal

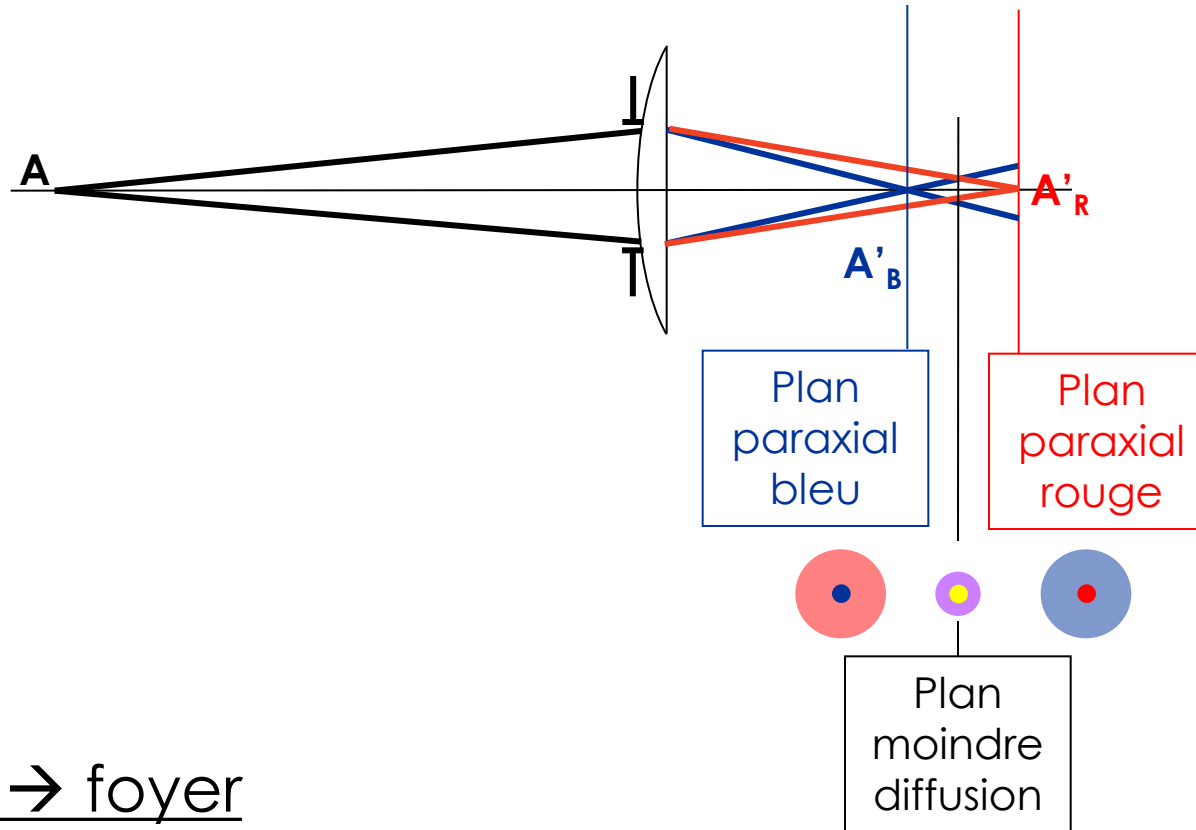
Chapitre 2

Les aberrations chromatiques paraxiales

- Chromatisme axial
- Chromatisme latéral

Chromatisme axial (ou longitudinal)

La position de l'image paraxiale le long de l'axe dépend de λ .



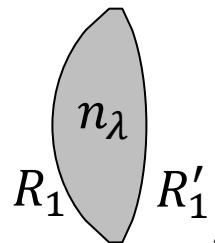
$$\text{Chrom. axial} = \overline{A'_R A'_B}$$

Note : la dimension des halos de diffusion diminue quand on ferme la pupille

Cas $\infty \rightarrow$ foyer

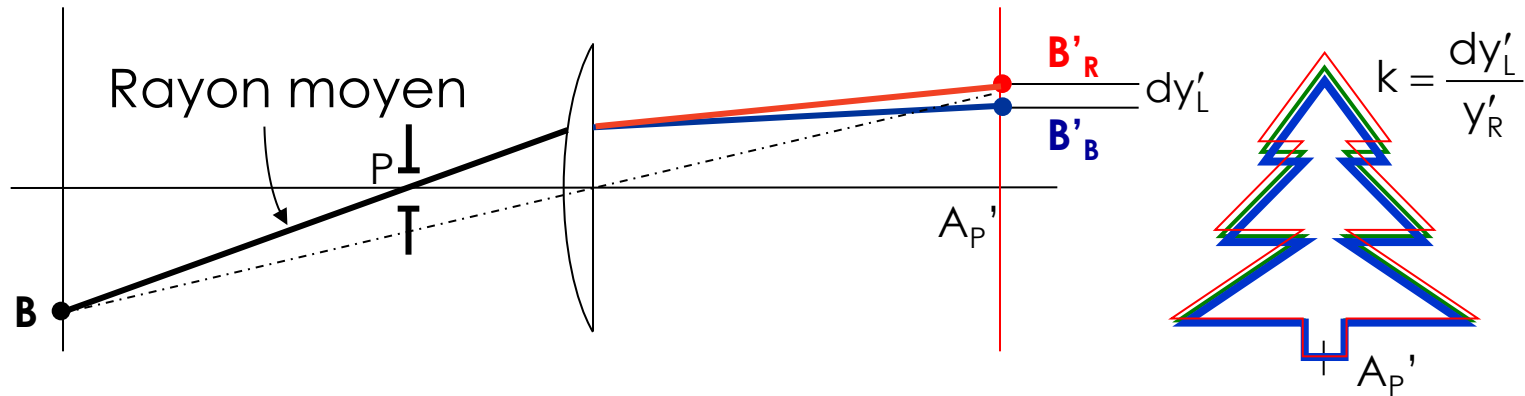
$$\text{Convergence } C_\lambda = \frac{1}{f'_\lambda} = (n_\lambda - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R'_1} \right) \quad (\text{lentille mince})$$

$$\text{Chromatisme axial} = \overline{F'_R F'_B}$$



Chromatisme latéral (grandeur apparente)

L'image paraxiale a une grandeur apparente qui dépend de λ , dans le plan image de référence.



Le chromatisme latéral traduit la déviation du **rayon moyen**, différente selon λ .

S'il existe, le chromatisme latéral subsiste même lorsqu'on ferme le diaphragme d'ouverture.

Le chromatisme latéral peut exister indépendamment du chromatisme axial.

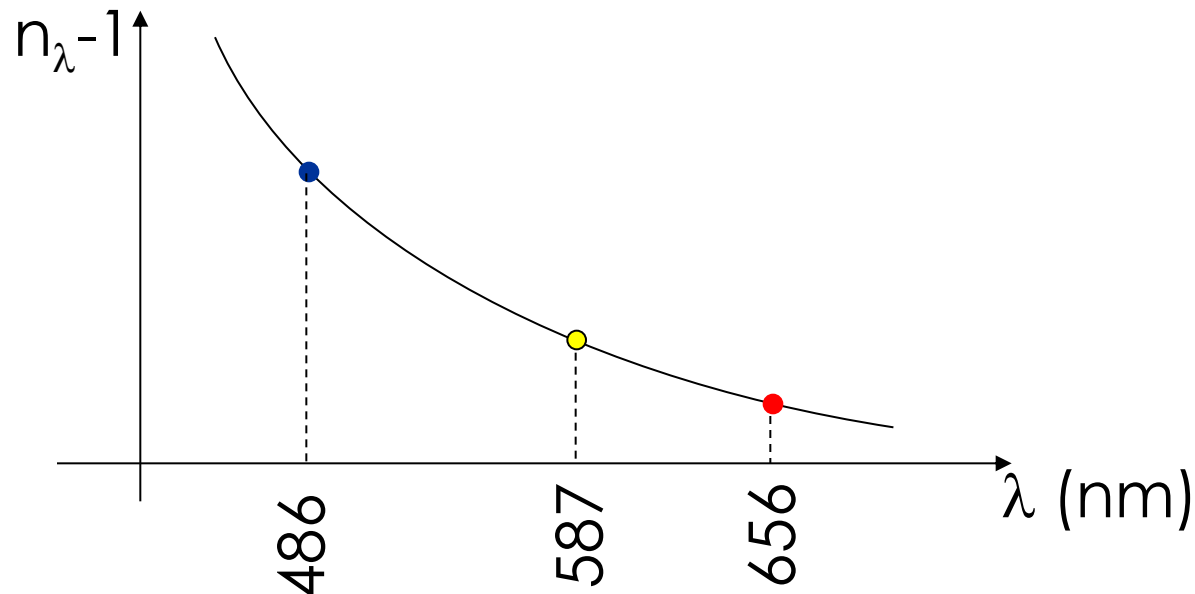
Chromatisme primaire (PAC, PLC)

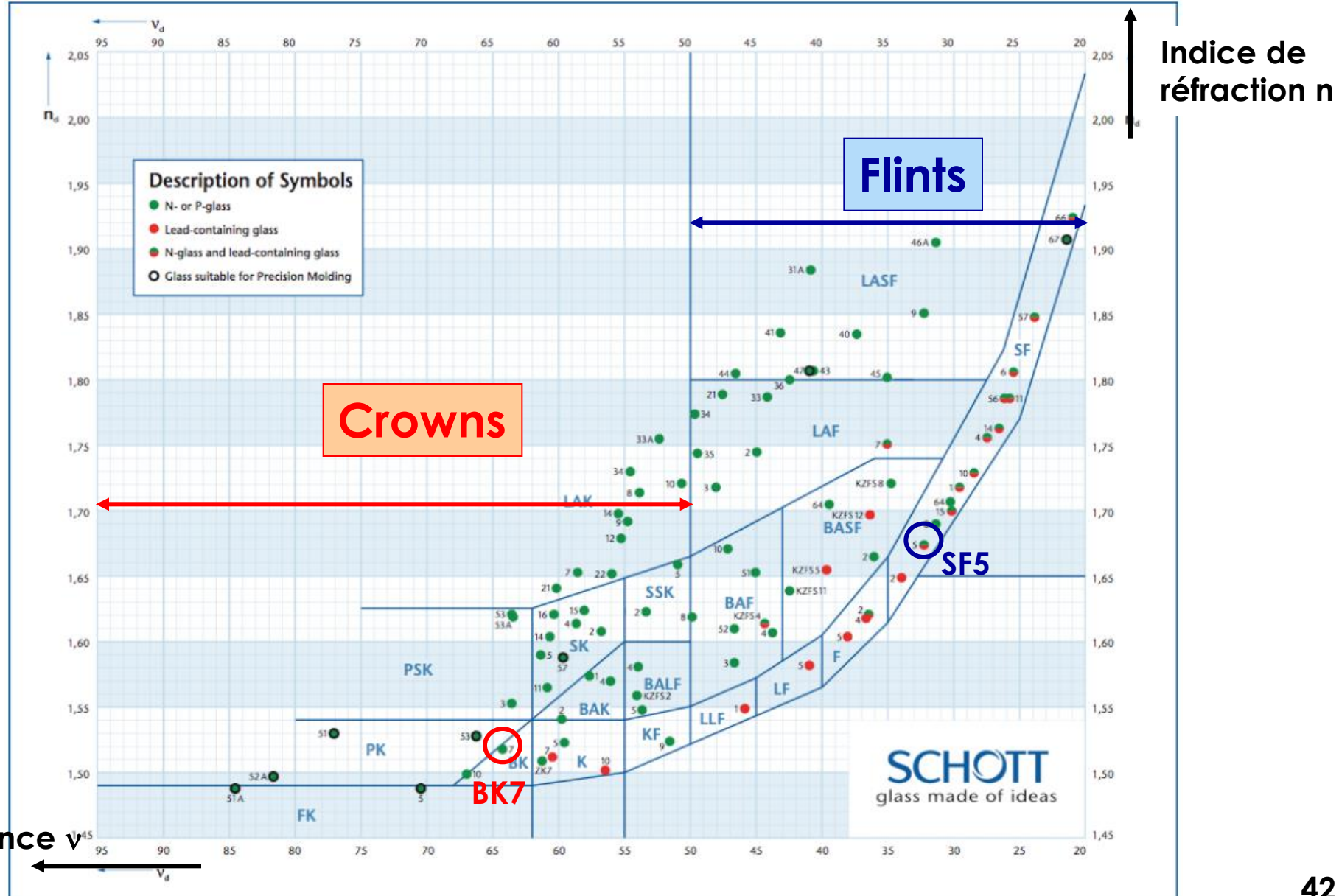
on suppose que n_λ varie de manière linéaire avec λ

1 seul paramètre caractéristique :
$$v = \frac{n_J - 1}{n_B - n_R} = \frac{\bar{n} - 1}{\Delta(n - 1)} \quad (\text{constringence})$$

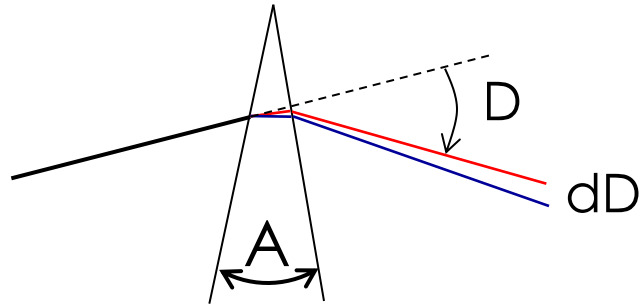
Chromatisme secondaire (SAC, SLC)

lié à la variation quadratique de n_λ avec λ





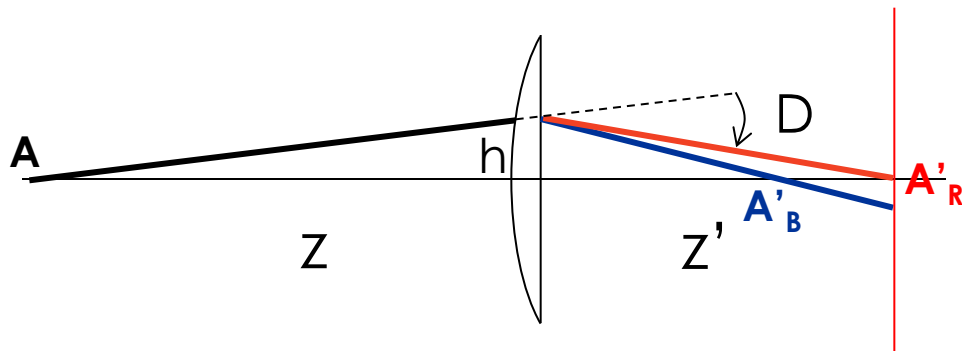
Déviation angulaire induite par un prisme de petit angle A



$$D = (n - 1)A$$

$$\frac{dD}{D} = \frac{1}{\nu}$$

Pour une lentille mince de convergence $C = 1/f'$



$$D = \frac{h}{z} - \frac{h}{z'} = -\frac{h}{f'}$$

$$D = -hC \quad \text{indépendant de } z, z'$$

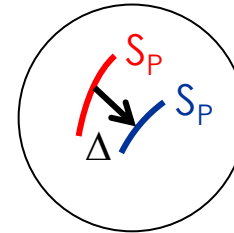
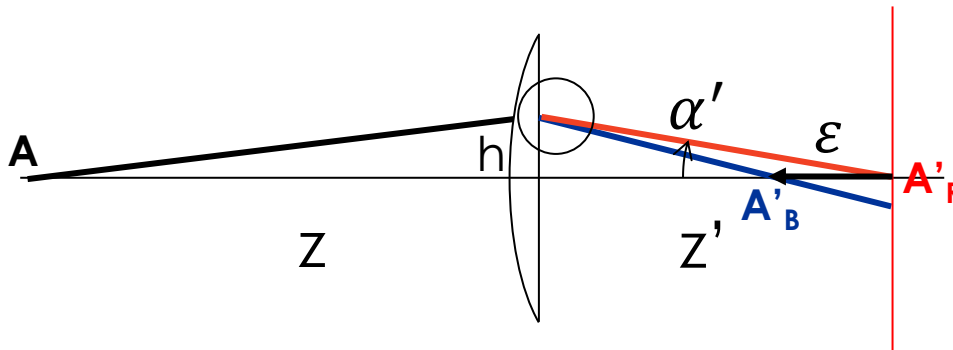
$$dC = \frac{C}{\nu} \quad df' = -\frac{f'}{\nu}$$

PAC : Chromatisme Axial Primaire

Pour une lentille mince (focale f' , verre (n, ν)), l'écart normal du front d'onde **bleu** par rapport au front d'onde **rouge** s'écrit :

$$\Delta = \frac{h^2}{2f'\nu}$$

indépendant de z, z'



$$\frac{1}{z'} - \frac{1}{z} = \frac{1}{f'}$$

$$\varepsilon = dz' = \frac{z'^2}{f'^2} df'$$

$$\alpha' = -h/z'$$

Preuve : $\Delta = -\frac{1}{2}\varepsilon\alpha'^2 = -\frac{1}{2}\frac{z'^2}{f'^2}\left(-\frac{f'}{\nu}\right)\left(-\frac{h}{z'}\right)^2$

- Notions de chromatisme axial & chromatisme latéral
- Notions de chromatisme primaire & chromatisme secondaire
- Définition de la constringence ν d'un verre sur un intervalle spectral
- Pour une lentille mince, $df' = -\frac{f'}{\nu}$ et $\Delta = \frac{h^2}{2f'\nu}$ (indépendant de z, z')

Exercice 1 (chromatisme axial)

Chromatisme **axial** d'une lentille mince en BK7 ($v=64$), $f' = 150\text{mm}$, éclairée par un faisceau collimaté de lumière blanche de diamètre 6mm

1. Chromatisme axial $\varepsilon = \overline{A'_R A'_B}$?
2. Rayon de la tache de diffusion dans le plan de l'image paraxiale rouge ? Comparer à la limite de diffraction.
3. Ecart normal (en unités de $\lambda = 656\text{nm}$) associé au chromatisme axial, en bord de pupille et pour une mise au point sur l'image paraxiale rouge ?
4. Comment vos réponses sont-elles modifiées si la lentille est maintenant en SF5 ($v=32$) ?

Exercice 2 (chromatisme latéral)

Chromatisme **latéral** d'une lentille mince en BK7 ($v=64$), $f' = 150\text{mm}$, éclairée sous un angle de 1° par un faisceau collimaté de lumière blanche de diamètre 6mm (diamètre de la pupille)

1. Où placer la pupille d'entrée pour annuler le chromatisme latéral ?
2. Dans la suite on place la pupille au foyer objet de la lentille. Évaluez :
 - a. La hauteur d'impact h_0 , sur la lentille, du rayon moyen.
 - b. Le chromatisme latéral primaire.
 - c. Le rapport entre les grandeurs apparentes des deux images bleue et rouge. Laquelle des deux images est la plus petite ?
 - d. L'écart normal (en unités de $\lambda = 656\text{nm}$) associé au chromatisme latéral, en bord de pupille et pour une mise au point sur l'image rouge.
 - e. L'écart normal total de chromatisme (axial + latéral), toujours pour la mise au point sur l'image rouge.
3. Que deviennent les quantités précédentes si la lentille est maintenant en SF5 ($v=32$) ?