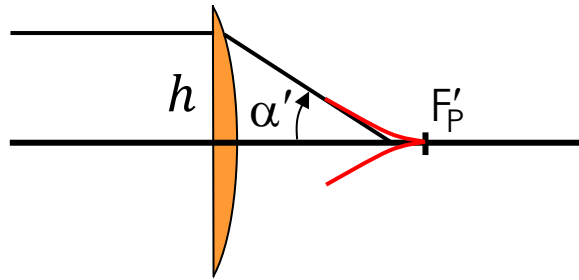


## Chapitre 9

# Aberrations du 3<sup>e</sup> ordre des systèmes simples

## - Les lentilles simples -

Lentille mince plan convexe d'indice  $N$ ,  $\infty \rightarrow F'$ , face plane vers l' $\infty$



surface 1 : plan

surface 2 : rayon  $R$ , ellipticité  $\varepsilon$

Rappel : pour une lentille mince de rayons de courbure  $R_1$  (surface 1) et  $R_2$  (surface 2) :  $\frac{1}{f'} = (N - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

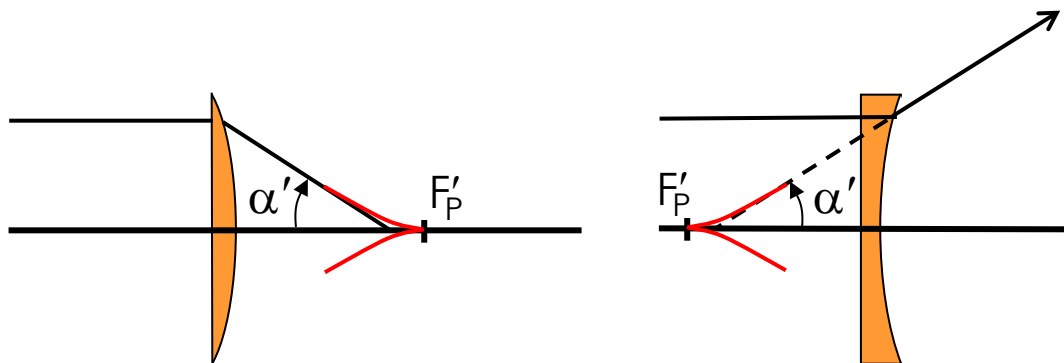
On en déduit :  $R = -f'(N - 1)$

Dioptre 1 :  $Q_{z1} = 0$ , donc  $N\Delta_1 = 0$

Dioptre 2 :  $Q_{z2} = \frac{N}{R}$  et  $z_2 = \infty$  et  $z'_2 = f'$ , donc  $\Delta_2 = \frac{h^4}{8} \left( \frac{N}{R} \right)^2 \frac{1}{f'} + \varepsilon(1 - N) \frac{h^4}{8R^3}$

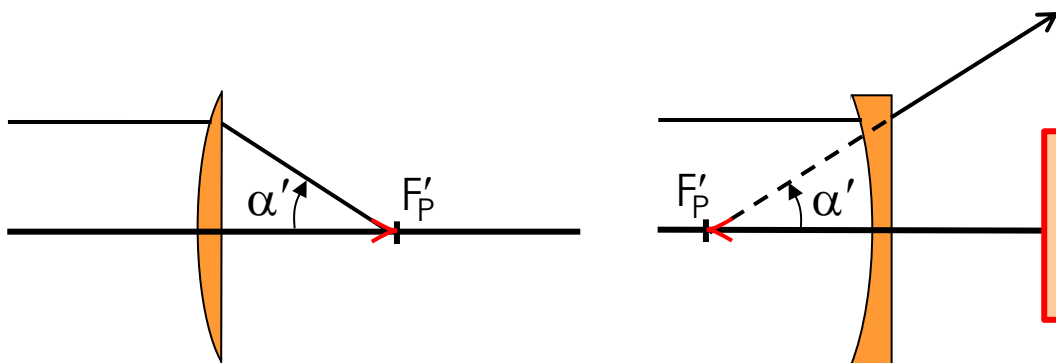
Bilan :  $\Delta = N\Delta_1 + \Delta_2 = \frac{h^4}{8f'^3} \left[ \left( \frac{N}{N-1} \right)^2 + \varepsilon \left( \frac{1}{N-1} \right)^2 \right] \Rightarrow a = -\frac{f'}{2} \left[ \left( \frac{N}{N-1} \right)^2 + \varepsilon \left( \frac{1}{N-1} \right)^2 \right]$

## Lentille plan-convexe $\infty \rightarrow F'$



« Mauvais » sens

$$a = -\frac{f'}{2} \left[ \left( \frac{N}{N-1} \right)^2 + \varepsilon \left( \frac{1}{N-1} \right)^2 \right]$$



« Bon » sens

$$a = -\frac{f'}{2} \left[ \frac{N^3 - 2N^2 + 2}{N(N-1)^2} + \varepsilon \left( \frac{1}{N-1} \right)^2 \right]$$

Exemple :  $N = 1.5$ ,  $\varepsilon = 0$

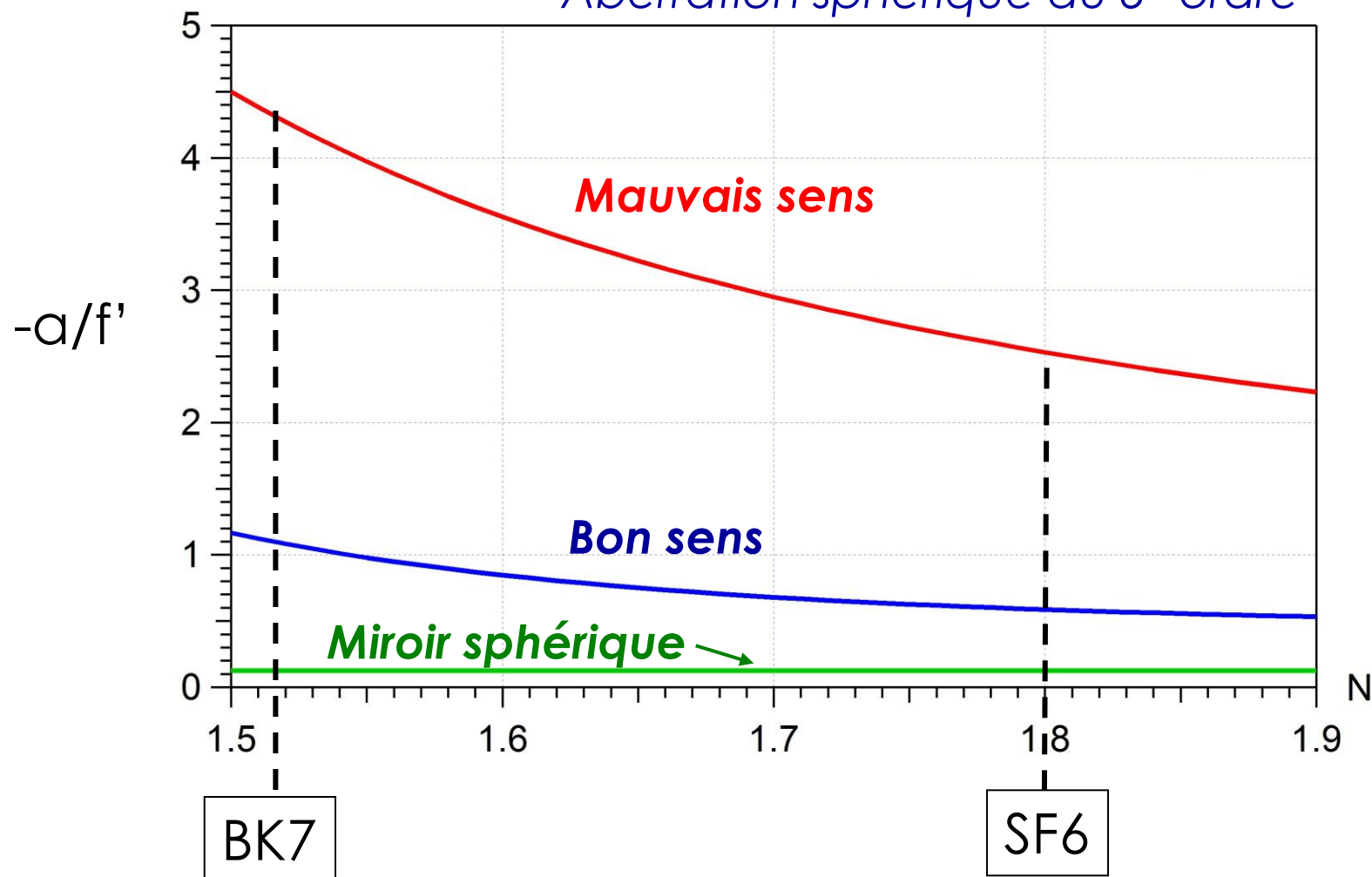
$$\begin{aligned} a_{\text{mauvais sens}} &= -4.5 f' \\ a_{\text{bon sens}} &= -1.2 f' \end{aligned} \quad \parallel$$

Miroir sphérique  $\infty \rightarrow F'$

$$a_{\text{miroir sph.}} = -R/16 = -f'/8$$

## Lentille plan-convexe sphérique $\infty \rightarrow F'$

Aberration sphérique du 3<sup>e</sup> ordre



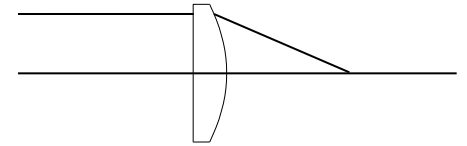
- à O.N. donnée, préférer les lentilles de haut indice, et de courte focale !  
préférer les miroirs aux lentilles !

## Lentille plan-convexe $\infty \rightarrow F'$

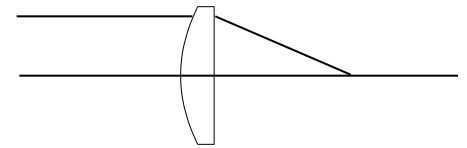
➤ **Annulation de SA3** : possible avec une lentille **asphérique**

- Exemple 1: lentille **plan-hyperbolique**,  $\varepsilon = -N^2$

*rigoureusement stigmatique sur l'axe* ( $SA3 = SA5 = SA7 = \dots = 0$ )  
très sensible aux désalignements (coma)  $\rightarrow$  très faible champ



- Exemple 2 : lentille **elliptique-plan**,  $\varepsilon = -(N^3 - 2N^2 + 2)/N$   
 $SA3 = 0$  mais ...  $SA5$  limite rapidement



➤ Correction globale de  $SA3$ ,  $SA5$ ,  $SA7$  ...

$\rightarrow$  **asphérisation multi-paramètres**

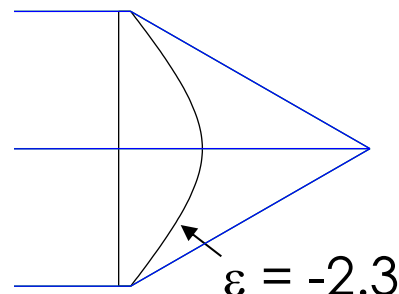
$$z = \frac{h^2 / R}{1 + \sqrt{1 - (1 + \varepsilon)h^2 / R^2}} + K_4 h^4 + K_6 h^6 + K_8 h^8 + \dots$$

### Lentilles moulées

- Collimation / Focalisation de faisceaux laser
- Coupleurs de fibres optiques
- Lecteurs de CD
- Pincettes optiques

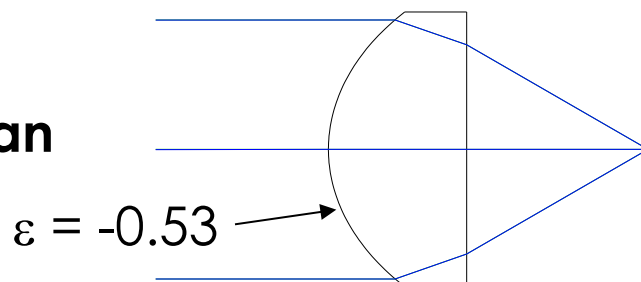
## Lentille plan-convexe $\infty \rightarrow F'$ , $ON=0.5$ , $f'=8\text{mm}$ (BK7)

- Solution **plan-hyperbolique**



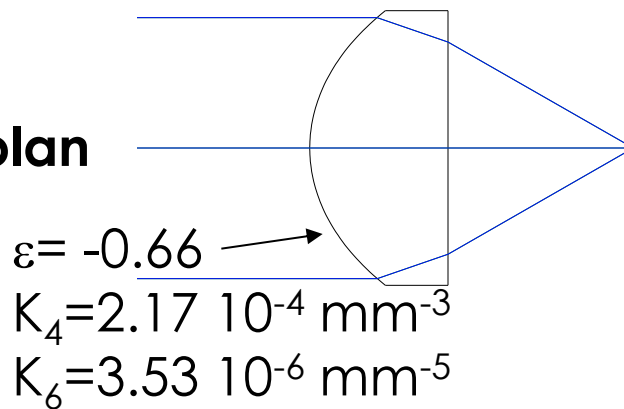
➤ Stigmatisme rigoureux sur l'axe  
➤ Champ limite ( $R_s > 80\%$ )  
 $y'_{\max} = 1\mu\text{m}$   
Coma 3<sup>e</sup> ordre limitante

- Solution **elliptique-plan**



$SA3 = 0$   
mais  $SA5 = -39\mu\text{m}$ ,  $SA7 = -18\mu\text{m}$   
à comparer à  $R_{\text{Airy}} = 0.7\mu\text{m}$  !  
 $R_s = 6\%$  sur l'axe !

- Solution **asphérique-plan**



➤ Compensation globale  
de  $SA3$ ,  $SA5$ ,  $SA7$ , ...  
 $R_s = 99.94\%$  sur l'axe !  
➤ Champ limite ( $R_s > 80\%$ )  
 $y'_{\max} = 17\mu\text{m}$   
Coma 3<sup>e</sup> ordre limitante

- Paramètres de **définition** d'une lentille simple :

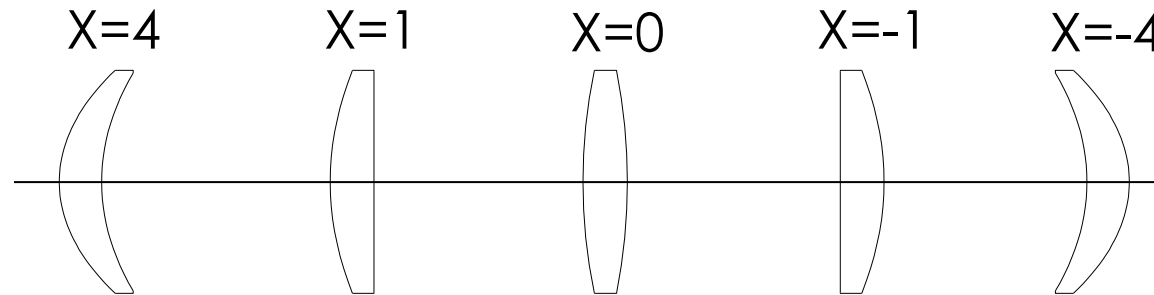
➤ Verre : indice  $N$ , constringence  $\nu$

➤ Convergence  $C = \frac{1}{f'} = (N-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

➤ Cambrure

« courbure moyenne »

$$X = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) / \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = (N-1) f' \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{X+1}{X-1}$$

➤ Asphérisation des faces :  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$

- Paramètres d'**utilisation** d'une lentille simple :

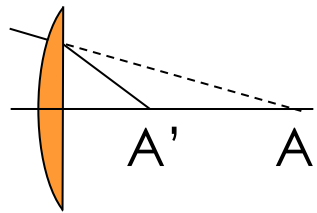
➤ Ouverture numérique  $\alpha'$  (ou  $h$ )

➤ Champ  $y'$  (ou  $\theta$ )

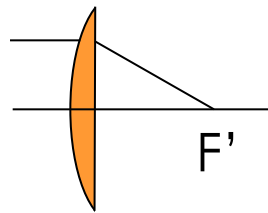
➤ Conjugaison

« proximité moyenne »

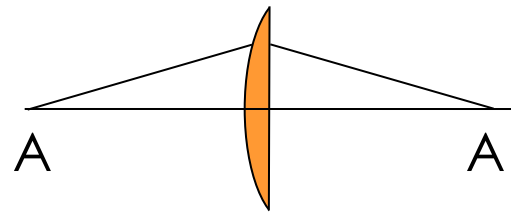
$$M = \left( \frac{1}{z'} + \frac{1}{z} \right) / \left( \frac{1}{z'} - \frac{1}{z} \right) = f' \left( \frac{1}{z'} + \frac{1}{z} \right)$$



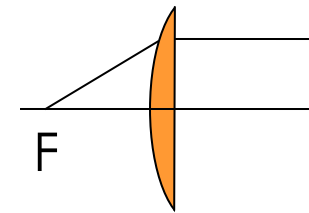
$M > 1$



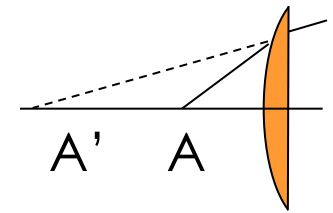
$M = 1$



$M = 0$



$M = -1$

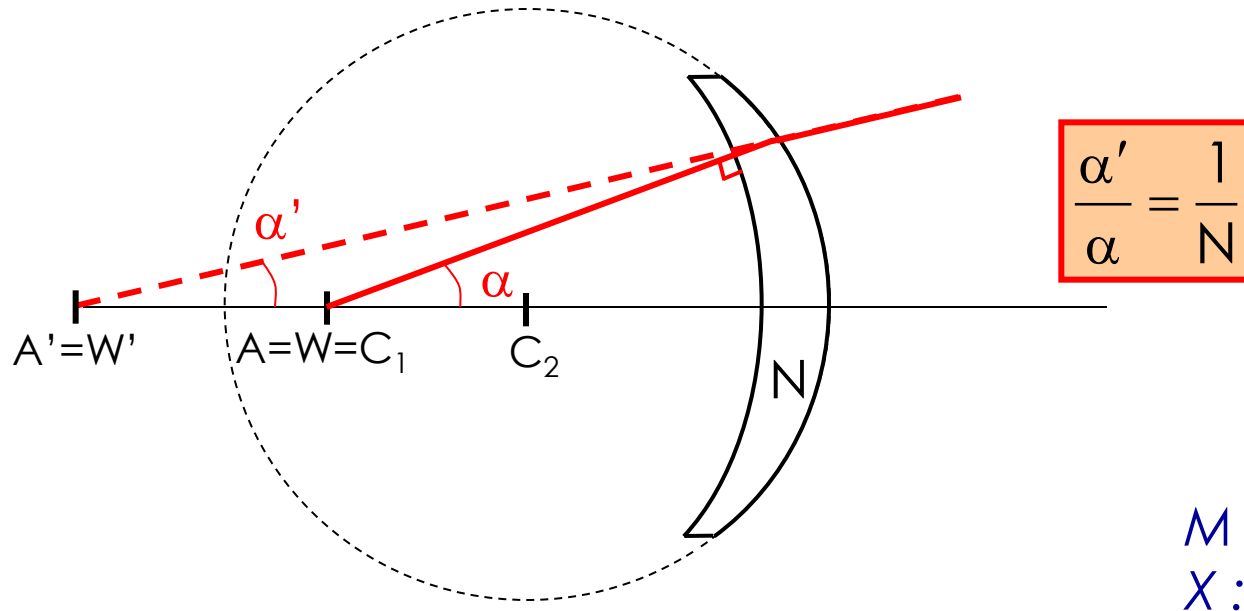


$M < -1$

➤ Position de la pupille

## Lentilles à surfaces **sphériques**

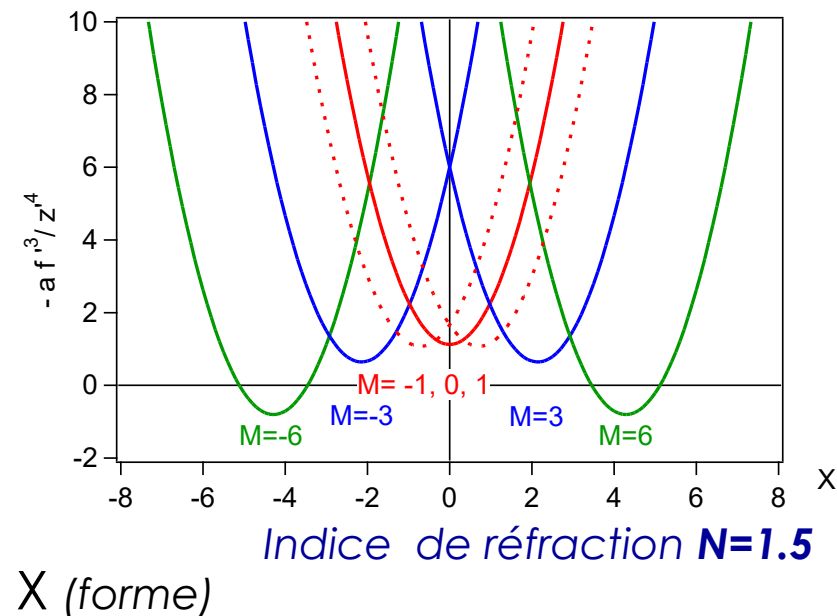
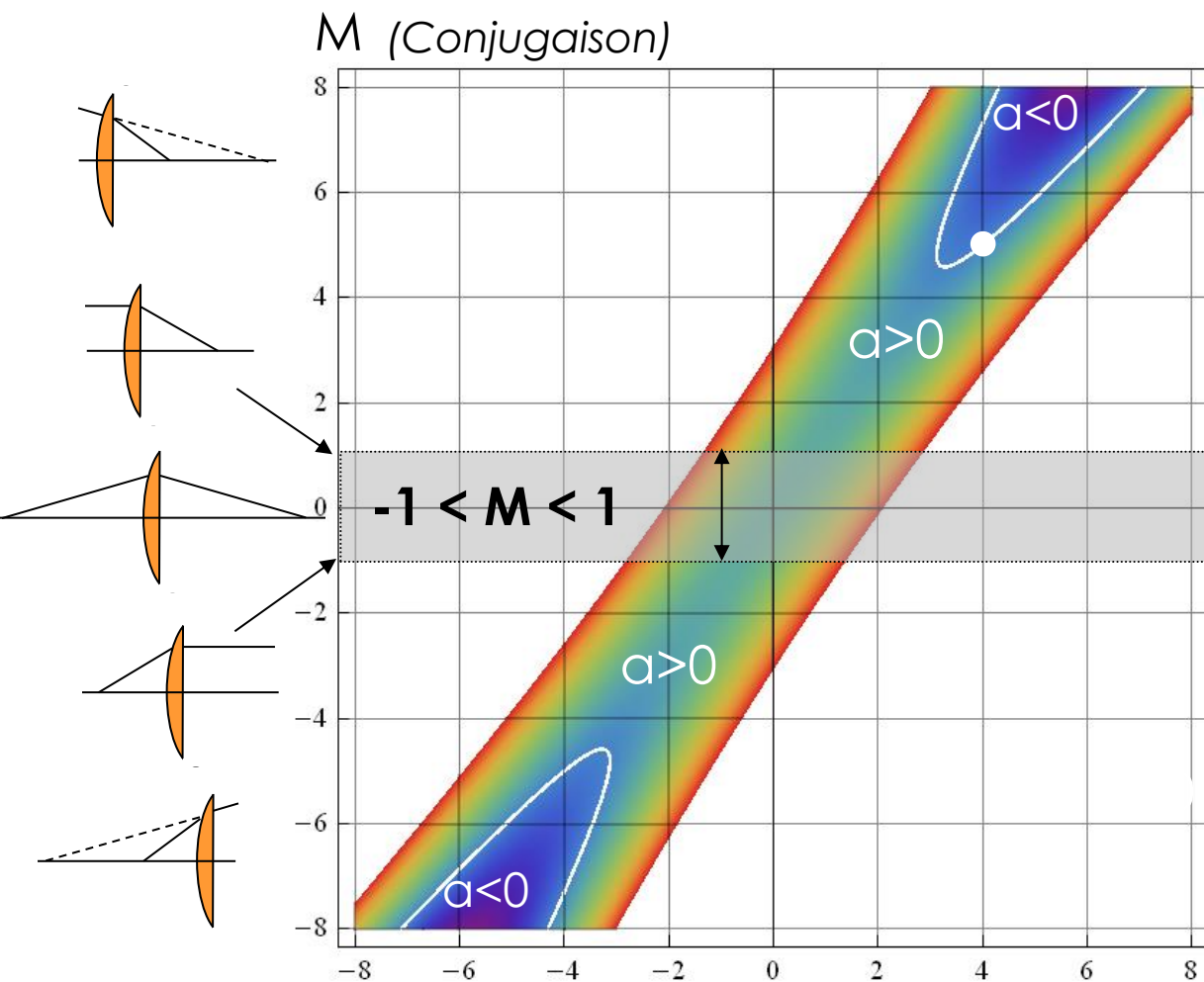
- Stigmatisme rigoureux possible : le **ménisque aplanétique**



- Cas général :** 
$$\alpha = -\frac{z'^4}{8f'^3} \left[ \frac{N+2}{N(N-1)^2} X^2 - 4 \frac{N+1}{N(N-1)} MX + \frac{3N+2}{N} M^2 + \left( \frac{N}{N-1} \right)^2 \right]$$
- Impossible d'annuler SA3 si objet & image sont tous deux réels ( $|M| < 1$ )
- Pour  $M$  fixé, trouver  $X$  qui minimise SA3 → **lentille de meilleure forme**

# Lentille de meilleure forme

$$-a \frac{f'^3}{z'^4} = \frac{1}{8} Q(X, M) : \text{forme quadratique de } X \text{ et } M$$



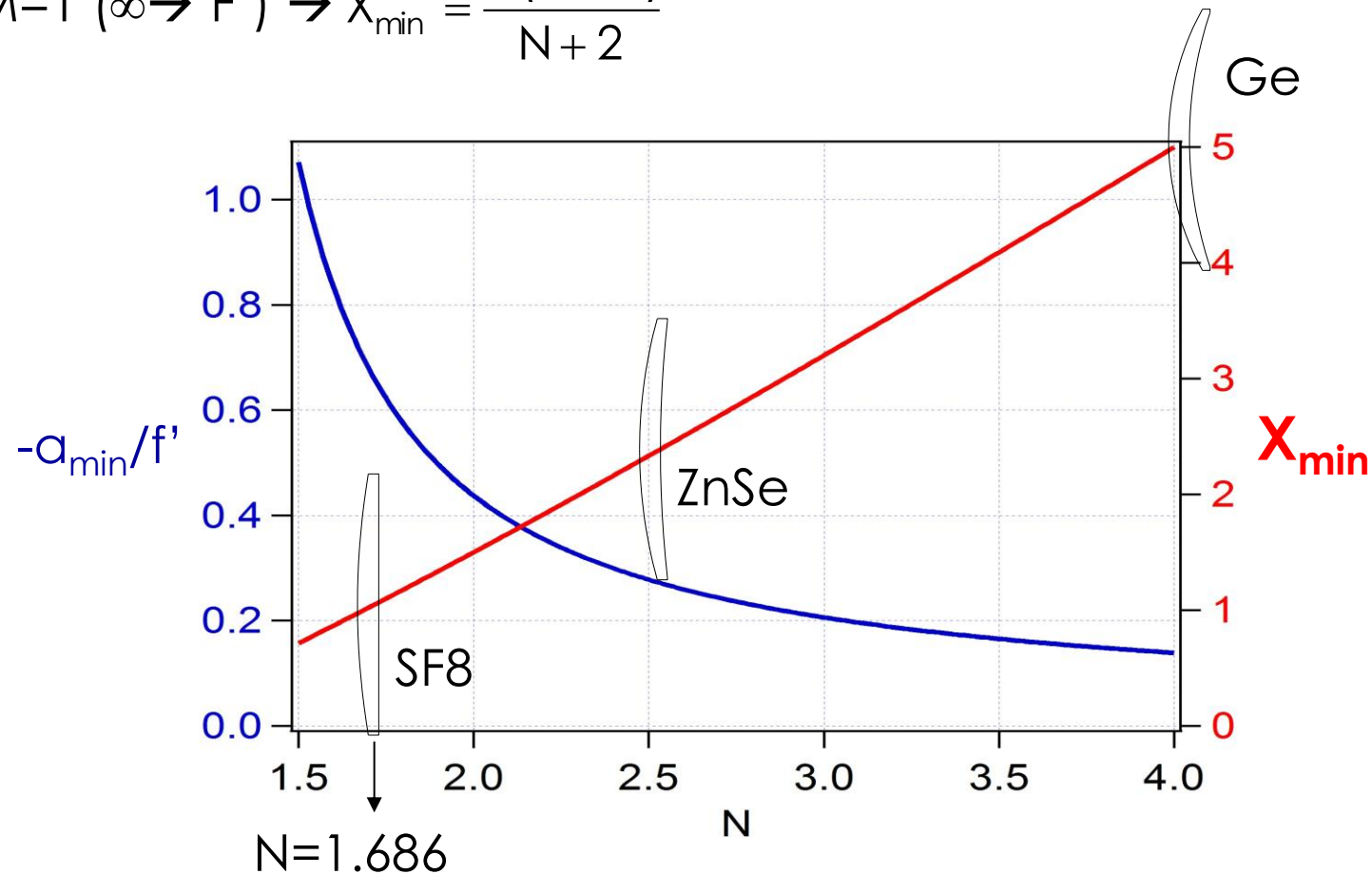
**Meilleure forme :**

$$X_{\min} = M \frac{2(N^2 - 1)}{N + 2}$$

## Exemples

➤  $M=0$  (conjugaison  $2f-2f$ )  $\rightarrow X_{\min} = 0$  : lentille biconvexe symétrique

➤  $M=1$  ( $\infty \rightarrow F'$ )  $\rightarrow X_{\min} = \frac{2(N^2 - 1)}{N + 2}$



## Lentilles à surfaces **asphériques**

$$\alpha = -\frac{z'^4}{8f'^3} \left[ Q(X, M) + \frac{\varepsilon_1(X+1)^3 - \varepsilon_2(X-1)^3}{2(N-1)^2} \right]$$

$M$  : conjugaison ( $z, z'$ )

$X$  : forme de la lentille

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  : ellipticités des surfaces

- $\forall (X, M)$ , on peut annuler SA3 en asphérissant au moins 1 face
- **Asphérisation multi-paramètres** :  $\varepsilon, K_4, K_6, K_8, \dots$   
→ correction globale de tous les ordres d'aberration sphérique

## Exemple d'application : pince atomique

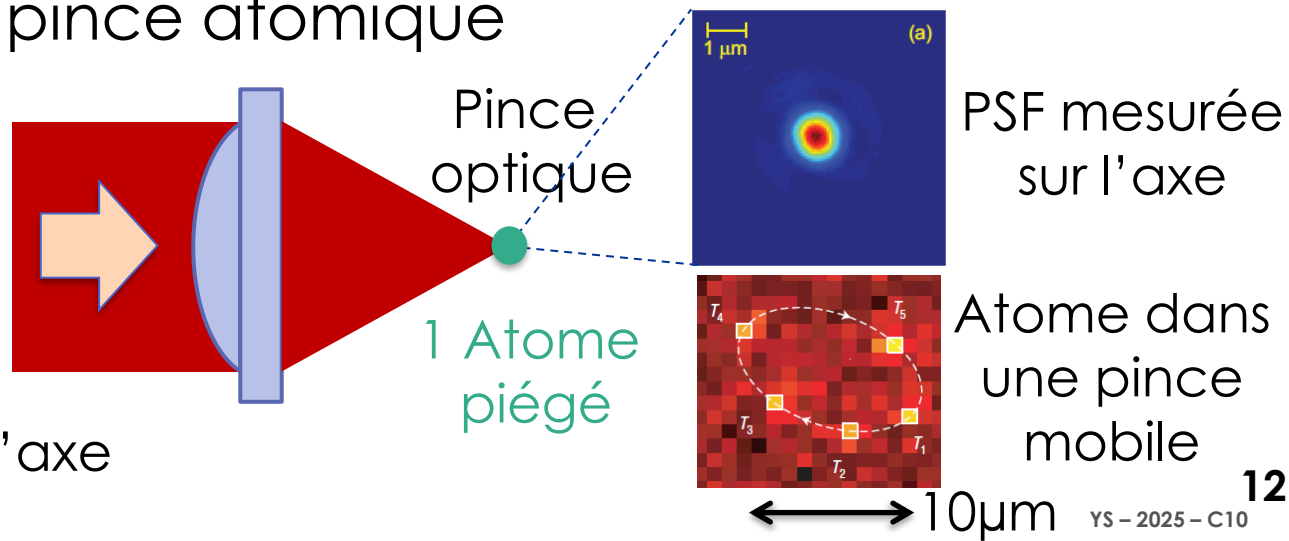
IOGS, Nature Physics 2007

Lentille asph. moulée,

$ON = 0.5, \lambda = 850\text{nm}$

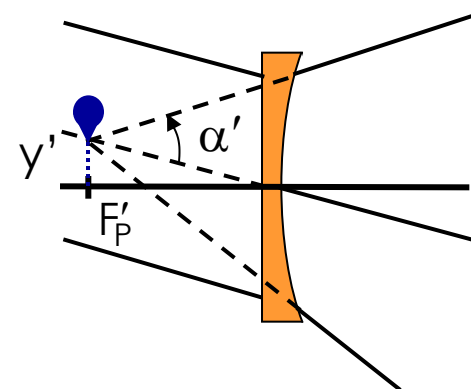
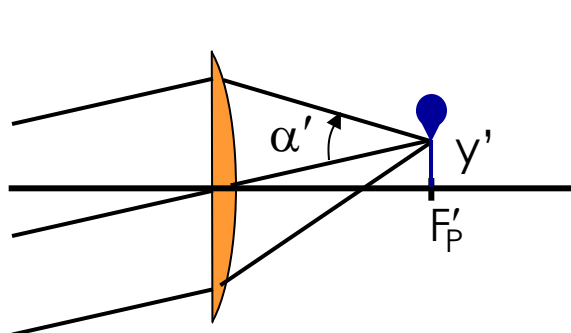
$R_s > 0.9$  sur l'axe

$R_s > 0.8$  jusqu'à  $30\mu\text{m}$  hors d'axe



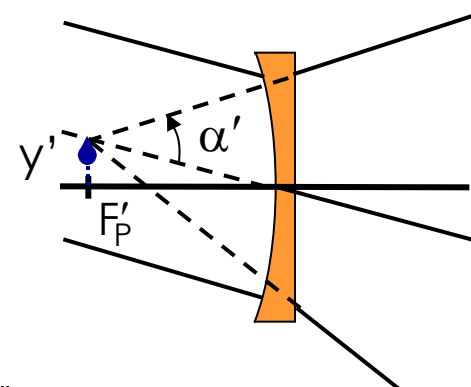
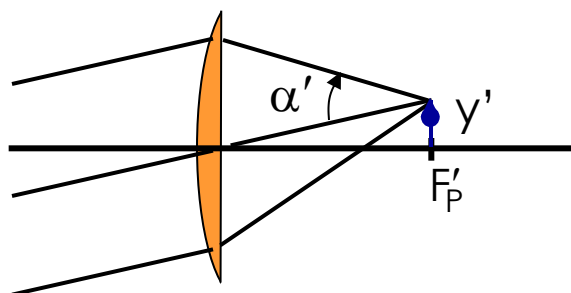
## Lentille plan-convexe $\infty \rightarrow F'$ , pupille sur la lentille

« Mauvais » sens



$$b = \frac{1}{2} \frac{N}{N-1}$$

« Bon » sens

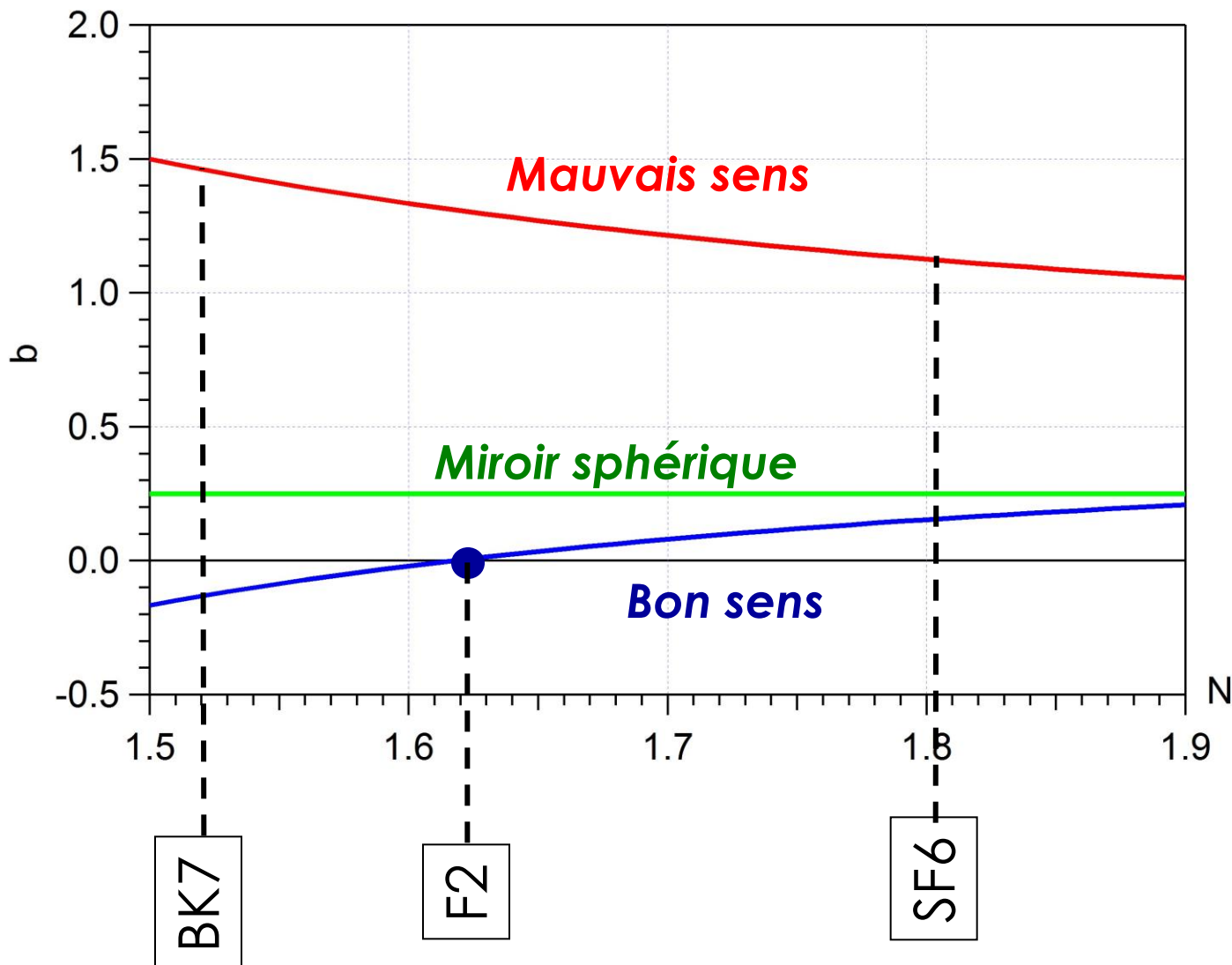


$$b = \frac{1}{2} \frac{N^2 - N - 1}{N(N-1)}$$

Exemple :  $N=1.5 \rightarrow$   
 $b_{\text{mauvais sens}} = 3/2$   
 $b_{\text{bon sens}} = -1/6$

|| Miroir sphérique  $\infty \rightarrow F'$   
 **$b_{\text{miroir sph.}} = 1/4$**  (pupille sur le miroir)

# Lentille plan-convexe $\infty \rightarrow F'$ , pupille sur la lentille



## Lentilles à surfaces **sphériques**

- **Cas général :** 
$$b = \frac{1}{4} \frac{z'^2}{f'^2} \left[ \frac{2N+1}{N} M - \frac{N+1}{N(N-1)} X \right]$$

*M : conjugaison (z, z')*  
*X : forme de la lentille*  
*Pupille sur la lentille*
- $\forall M(z, z')$ , il existe une forme  $X_0$  de lentille qui annule CMA3

## Lentilles **asphériques** aplanétiques

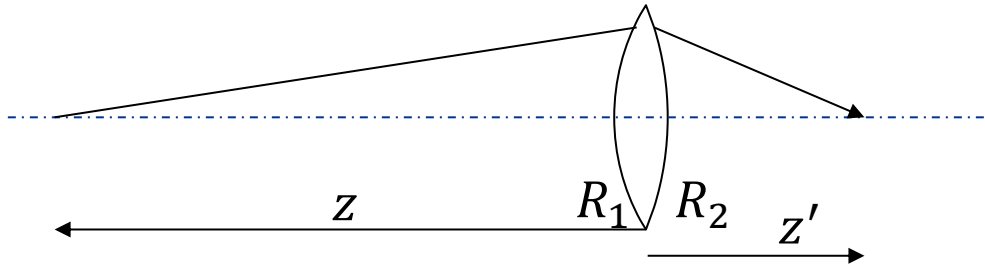
- Choisir la forme  $X_0$  qui annule CMA3
- Asphériser 1 face pour annuler SA3

# Astigmatisme & Courbure de champ des lentilles simples

Rappel : pour un dioptré portant la pupille ...

$$\frac{A'}{n'} = \frac{A}{n} + \left( \frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right)$$

$$\frac{C'}{n'} = \frac{C}{n} - 2 \left( \frac{1}{n'z'} - \frac{1}{nz} \right) + \frac{1}{R} \left( \frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right)$$



$$\text{Dioptré 1 : } \frac{A_{int}}{N} = A + \left( \frac{1}{N z_{int}} - \frac{1}{z} \right)$$

$$\text{Dioptré 2 : } A' = \frac{A_{int}}{N} + \left( \frac{1}{z'} - \frac{1}{N z_{int}} \right)$$

$$\text{Bilan : } A' = A + \frac{1}{f'}$$

$$\text{De même : } C' = C - \frac{2}{f'} - \frac{1}{N f'}$$

# Astigmatisme & Courbure de champ des lentilles simples

Pour une pupille sur la lentille ...

• Astigmatisme :

$$A'_L = \frac{1}{f'}$$

• Courbure de champ :

$$C'_L = -\frac{2}{f'} - \frac{1}{N f'}$$

• Petvallien :

$$P'_L = -\frac{1}{N f'}$$

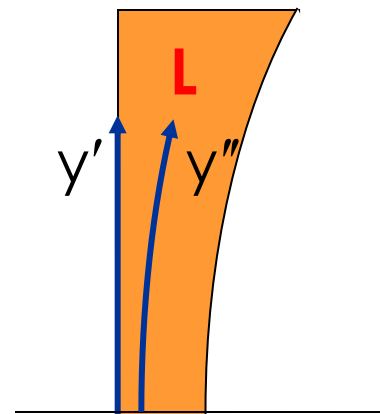
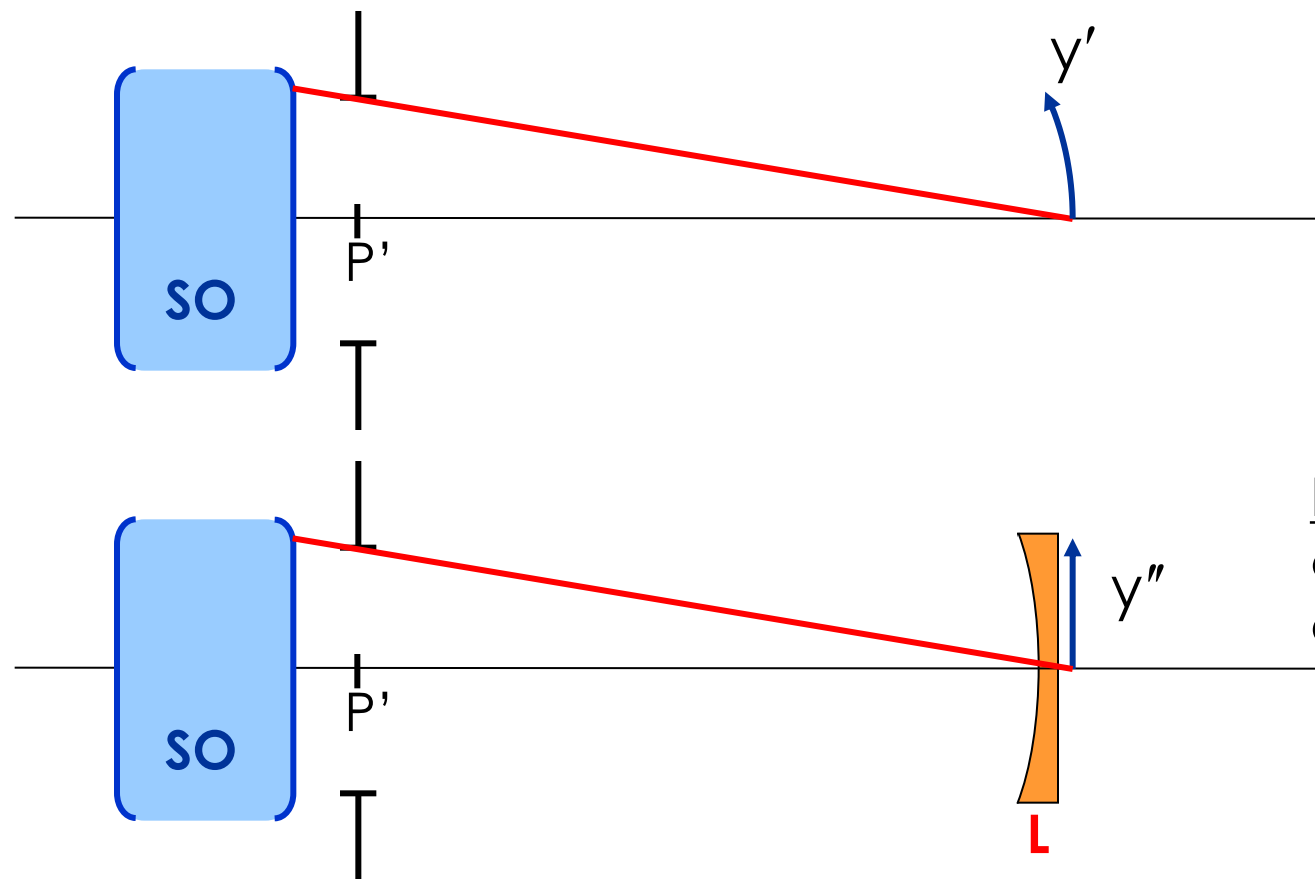
- Indépendants de  $(z, z')$
- Indépendants de la forme de la lentille  $(X)$

➤ Aucune forme de lentille ne permet d'annuler  $A'_L, C'_L, P'_L \dots$   
mais on peut les diminuer en choisissant des verres de haut indice.

# La lentille de « champ plan »

Configuration : **objet** (et image) sont (quasiment) **sur la lentille mince**

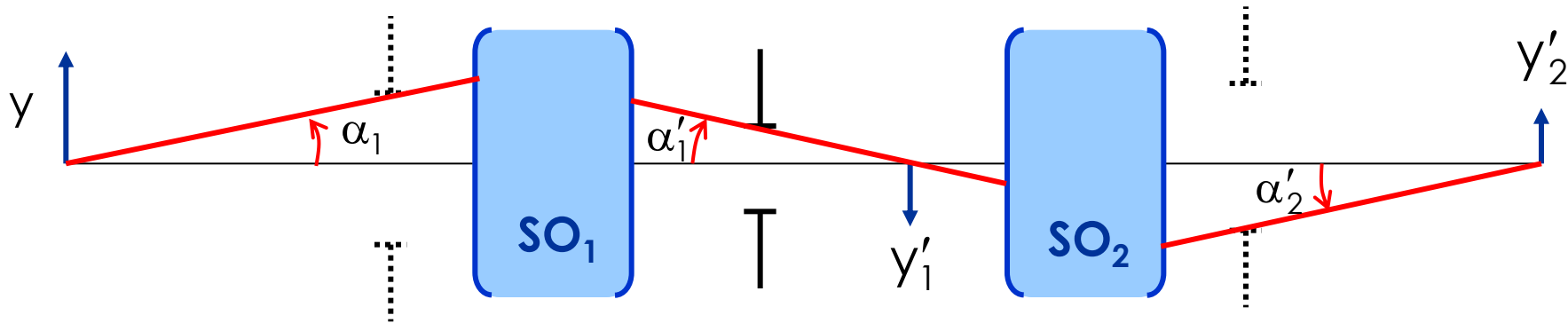
Intérêt : permet de **corriger la courbure de champ** d'un système optique,  
sans introduire d'autres aberrations géométriques du 3<sup>e</sup> ordre  
( $a_L = b_L = A_L = D_L = 0$ )  
(idée : Smyth, 1873)



Principe : **L** se comporte  
comme une lame d'indice  $N$   
et d'épaisseur **variable**

$$C_L = P_L = -\frac{1}{Nf'_L}$$

Théorème de Gouy :  $n'_2 \Delta_{\text{total}} = n'_2 \Delta_2 + n'_1 \Delta_1$  et invariant paraxial :  $n'_1 y'_1 \alpha'_1 = n'_2 y'_2 \alpha'_2$



$$a_{\text{total}} = a_2 + a_1 \left( \frac{n'_2}{n'_1} \right)^3 (g_{y,2})^4$$

$$b_{\text{total}} = b_2 + b_1 \left( \frac{n'_2}{n'_1} \right)^2 (g_{y,2})^2$$

$$C'_{\text{total}} = C'_2 + C'_1 \left( \frac{n'_2}{n'_1} \right)$$

$$A'_{\text{total}} = A'_2 + A'_1 \left( \frac{n'_2}{n'_1} \right)$$

$$D_{\text{total}} = D_2 + D_1 \frac{1}{(g_{y,2})^2}$$

**Attention ! Ramener les coefficients  $b_i$ ,  $C'_i$ ,  $A'_i$ ,  $D_i$  à une position de pupille commune**

$$\frac{C'_{\text{total}}}{n'} = \sum_i \frac{C'_i}{n'_i}$$

$$\frac{A'_{\text{total}}}{n'} = \sum_i \frac{A'_i}{n'_i}$$

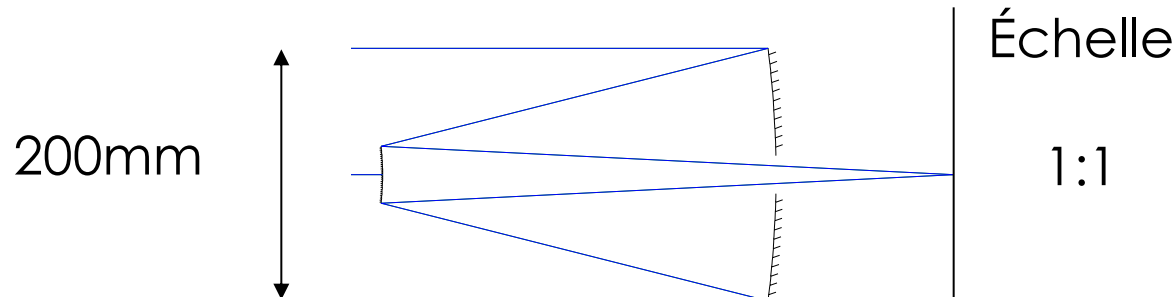
## Chapitre 10

# Aberrations du 3<sup>e</sup> ordre des systèmes simples

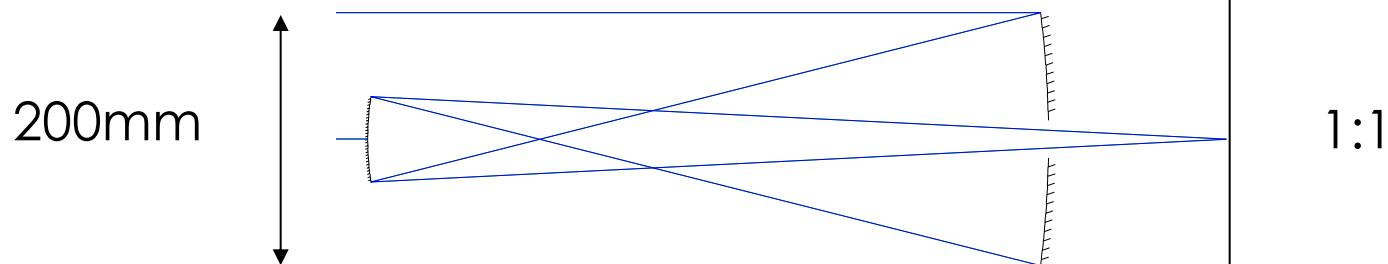
## - Les télescopes à 2 miroirs -

# Classification par configuration

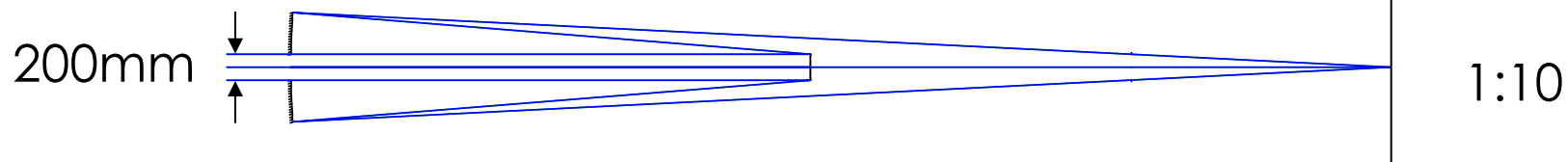
Cassegrain (1672)



Gregory (1663)



Cassegrain inversé



3 configurations pour un télescope de focale 2m,  $ON=0.05$

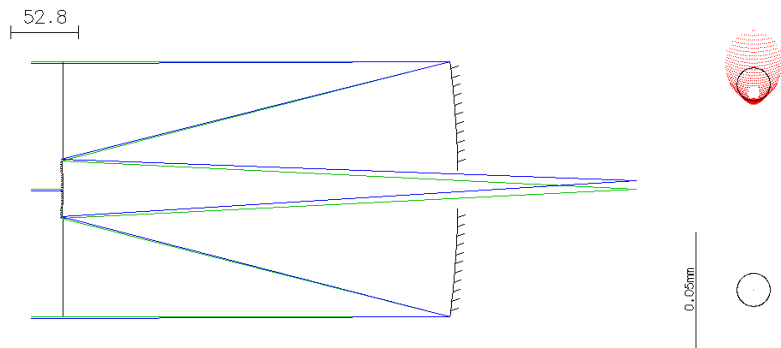
# Classification par aberrations corrigées

|                                  | Caractéristiques                                                                            | Aberration corrigée |      |      |      | Propriétés                                  |
|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------|------|------|---------------------------------------------|
| Combinaison                      | Primaire/Secondaire                                                                         | SA3                 | CMA3 | AST3 | CRV3 |                                             |
| Cassegrain classique             | Parabole/Hyperbole                                                                          |                     |      |      |      |                                             |
| Dall-Kirkham<br>Presman-Camichel | Ellipse/Sphère<br>Sphère/Asphérique                                                         |                     |      |      |      | SA5 +<br>Forte coma                         |
| Ritchey-Chrétien<br>(1910)       | 2 hyperboles                                                                                |                     |      |      |      |                                             |
| Couder (1926)                    | 2 asphériques<br><b><math>e = -2.F'</math></b>                                              |                     |      |      |      | Encombrants<br>+<br>Vignettage<br>important |
| Schwarzschild (1905)             | 2 sphères<br>concentriques,<br>$R_1/R_2 = (3 - \sqrt{5})/2$ , <b><math>e = -2.F'</math></b> |                     |      |      |      |                                             |
| Wynne                            | 2 ellipses<br><b><math>e = -2.F'</math></b><br>$R_1 = R_2$                                  |                     |      |      |      |                                             |

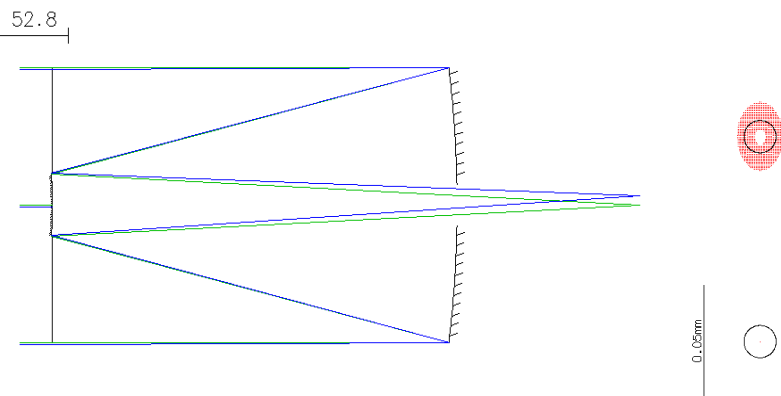
# De Cassegrain à Wynne

## 300 ans d'ingéniosité

Télescope de focale 2m,  $ON = 0.05$



Cassegrain, champ de  $\pm 0.2^\circ$

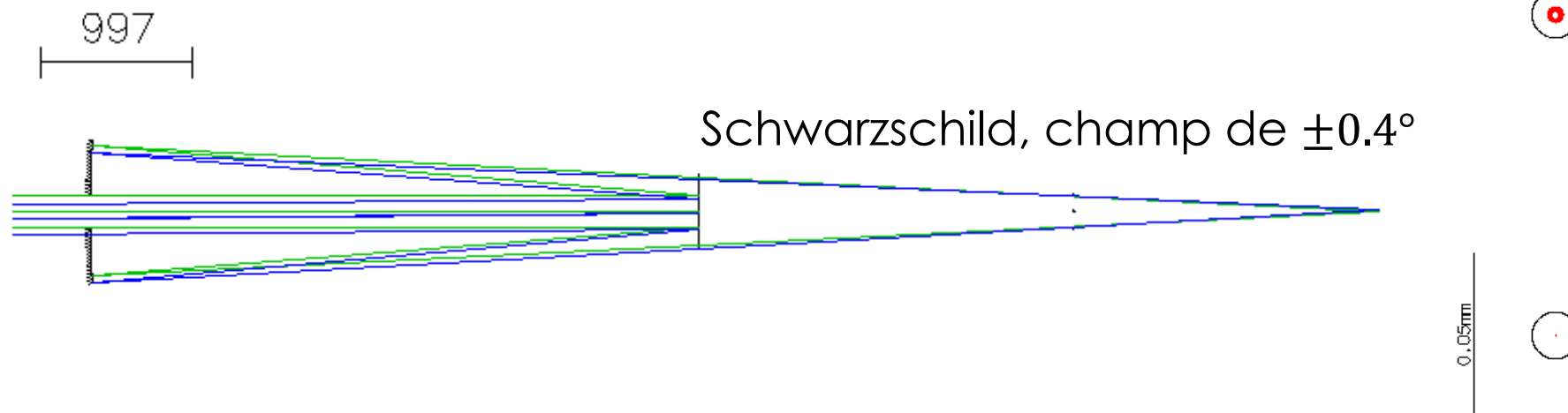
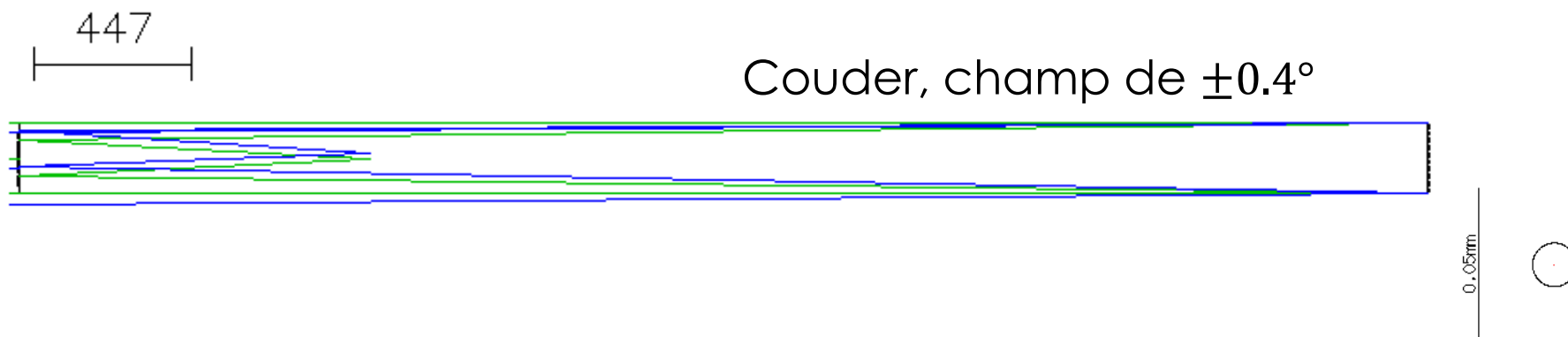


Ritchey – Chrétien, champ de  $\pm 0.2^\circ$

# De Cassegrain à Wynne

## 300 ans d'ingéniosité

Télescope de focale 2m,  $ON = 0.05$



# De Cassegrain à Wynne

## 300 ans d'ingéniosité

Télescope de focale 2m,  $ON = 0.05$

