Electrocinétique en régime stationnaire

(càd en régime indépendant du temps)

L1 Institut Villebon-Charpak

Claire ADRADOS

Charge électrique

- Au sein de la matière, la charge est portée par des particules individuelles (électrons, ions...).
- La charge portée par une particule est algébrique : $q>0$ ou $q<0$.
- L'unité de la charge est le Coulomb, de symbole C.
- La charge portée par une particule est quantifiée : elle est multiple de la charge élémentaire $e=1{,}6.10^{-19}$ C.
- L'électron porte la charge $-e$.

Courant électrique

- Courant électrique = mouvement d'ensemble de particules chargées
- Deux grands types de milieux :
  - Les conducteurs = ceux dans lesquels il existe des porteurs mobiles de charge.

    Ex : les conducteurs ohmiques (souvent des métaux) = solides dans lesquels les charges mobiles sont des électrons libérés par les atomes fixes constitutifs du solide (ces atomes fixes deviennent alors des ions chargés positivement, càd des cations, puisqu'ils ont perdu un ou plusieurs électrons).

    Les électrons ainsi libérés (appelés électrons libres) peuvent se déplacer dans tout le volume de matériau.

    Ex : les électrolytes = liquides dans lesquels les charges mobiles sont des ions (cations et anions) issus de la dissolution d'un sel.
  - Les isolants = ceux dans lesquels aucun porteur de charge n'est mobile.

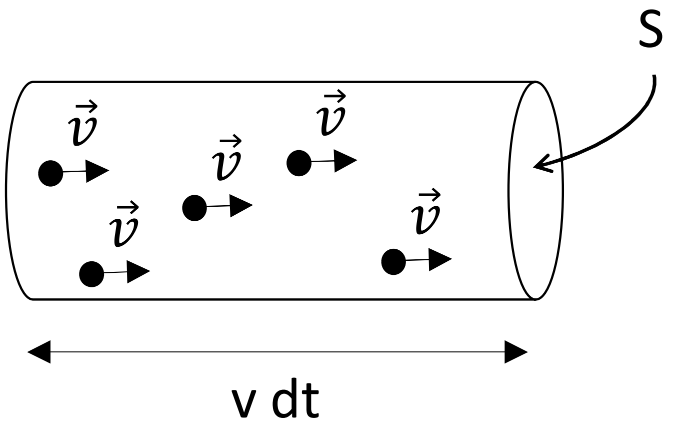
Dans la suite, on ne s'intéressera qu'au cas des conducteurs ohmiques.

Intensité électrique

- Intensité électrique = **débit de charge** = quantité de charge traversant une section S du conducteur ohmique, dans un sens donné et par unité de temps :

$$i = \frac{\delta q}{dt}$$

Quelle quantité δq de charge traverse la section S pendant le laps de temps dt ?
→ avec n la densité en électrons libres dans le milieu et v la norme du vecteur vitesse, il y a $\delta N = n\,S\,v\,dt$ électrons libres qui traversent pendant dt la section S de ce cylindre de longueur v dt.
Chaque électron étant chargé – e, on en déduit :
$\delta q = -e\,\delta N = -e\,n\,S\,v\,dt$



Intensité électrique

- Grandeur algébrique puisque son signe dépend du sens dans lequel elle est comptée.
  En effet :

$$i_{\text{dans sens des électrons}} = \delta q/dt = -\, e\, n\, S\, v \ <0$$

$$\text{et} \quad i_{\text{dans sens opposé aux électrons}} = -\, i_{\text{dans sens des électrons}} = +\, e\, n\, S\, v \ >0$$

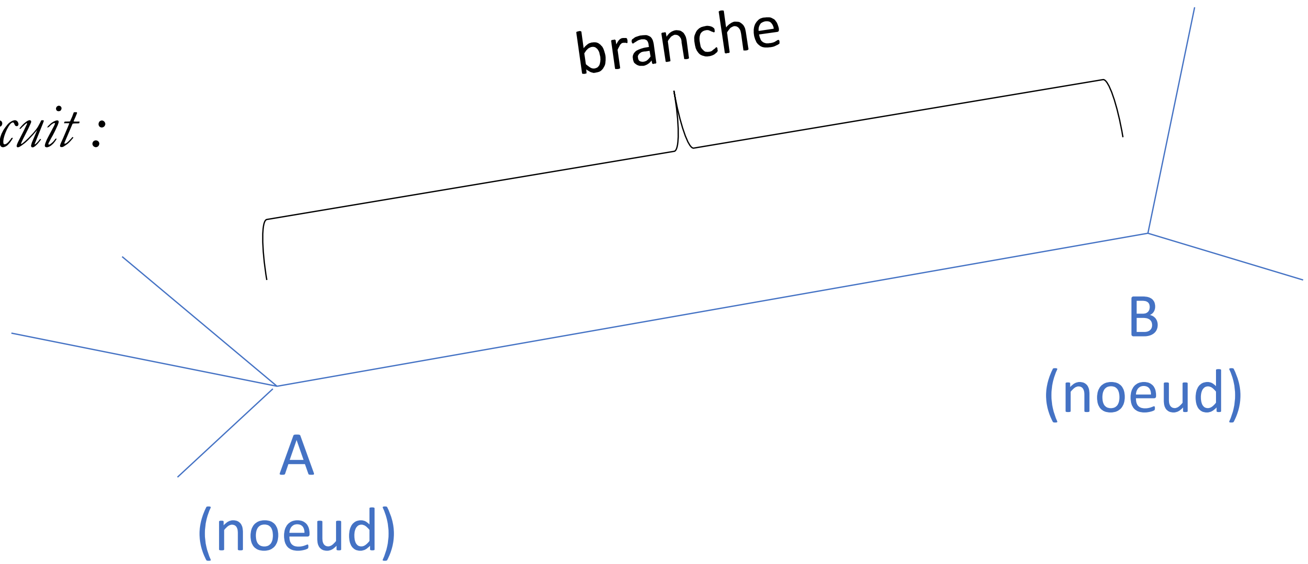
- Unité : Ampère, symbole A.
  Remarque : A=C/s d'après la déf de i.

- Ordres de grandeur :
  - TP : de 0,1 à 100 mA
  - maison : de 1 à 10 A

Définitions relatives à un circuit électrique

- On appelle **noeud** d'un circuit un endroit où plusieurs (+ de deux) fils conducteurs se rejoignent.
- On appelle **branche** d'un circuit une partie de circuit entre deux noeuds successifs.

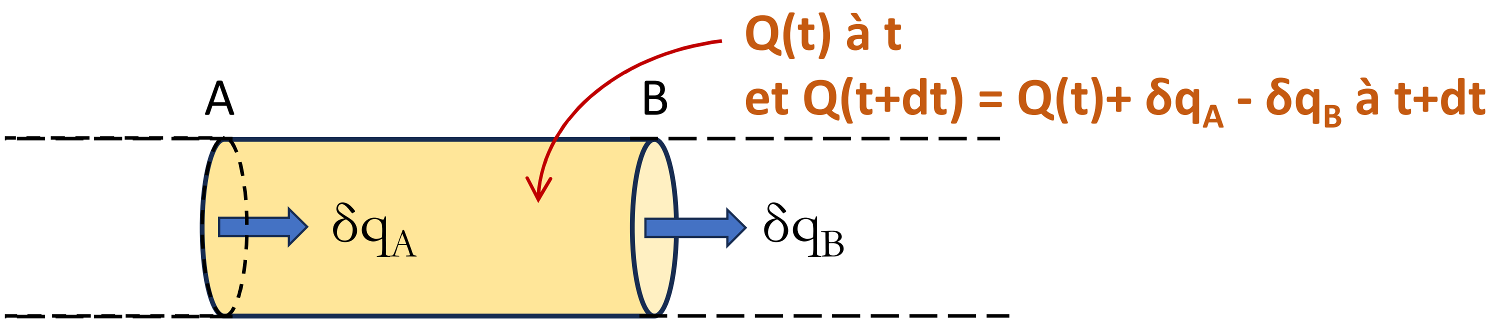
Dessin d'un bout de circuit :



Première loi de Kirchhoff

- **Conservation de la charge** : la charge ne peut être créée ni disparaître.
- Conséquence : soit un tronçon AB d'un fil conducteur parcouru par un courant allant de A vers B. Si la charge Q portée par le tronçon AB varie, c'est qu'il y a des échanges de charge entre le tronçon AB et le reste du fil : pendant dt, une quantité δq_A de charge entre en A et une quantité δq_B de charge sort en B. On peut donc écrire : $Q(t+dt) = Q(t) + \delta q_A - \delta q_B$

Zoom sur une portion de branche, <u>pendant dt entre t et t+dt</u> :



Première loi de Kirchhoff

- Conséquence **en régime stationnaire, le long d'une branche**.

Dans ce régime, la charge Q portée par tout tronçon AB reste constante : $Q(t+dt) = Q(t)$. C'est donc qu'il y a toujours autant de charge entrante que de charge sortante pendant tout laps de temps dt : $\delta q_A = \delta q_B$. L'intensité est donc la même au niveau de la section A et au niveau de la section B.

On retiendra que **l'intensité est la même en chaque section d'une branche d'un circuit électrique.**

même $i = \delta q / dt$ car $\delta q_A = \delta q_B$ (noté δq)

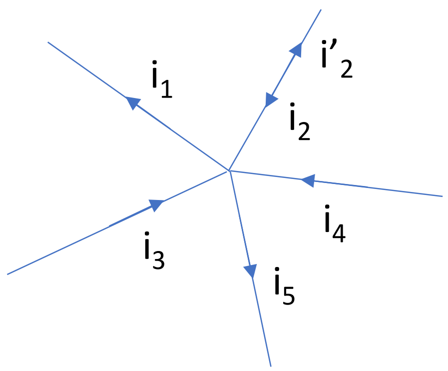
Première loi de Kirchhoff

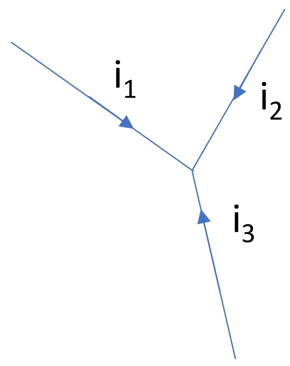
- Conséquence **en régime stationnaire, au niveau d'un noeud**.

Toute l’intensité arrivant au noeud (flêches intensité dirigées vers le noeud) est en permanence compensée par toute l’intensité quittant le noeud (flêches intensité fuyant le noeud).

C'est ce que l'on appelle la **loi des noeuds**.

Entraînement :





Champ électrique

- Pour que les charges mobiles d'un milieu conducteur se mettent en mouvement et qu'un courant soit ainsi généré, il faut appliquer un champ électrique :

Champ électrique $\vec{E}$ appliqué au milieu conducteur

(qui contient, par def, des charges mobiles)

$\Downarrow$

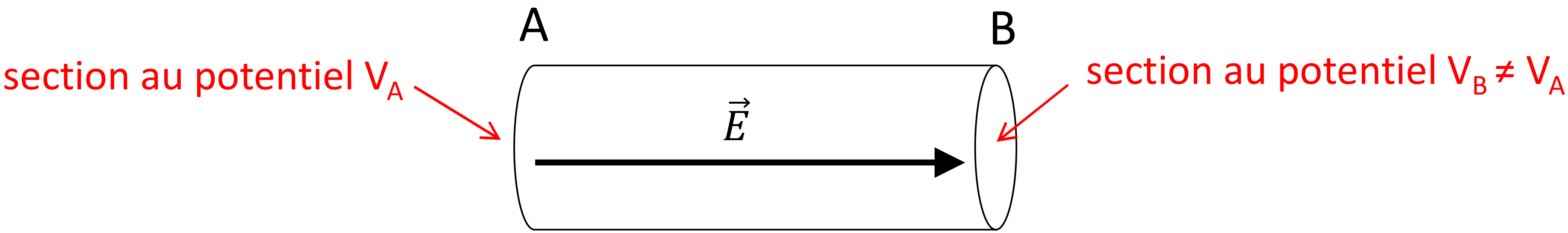
Force de Lorentz électrique $\vec{F} = q\,\vec{E}$ s'appliquant sur chaque charge mobile q

$\Downarrow$

Principe Fondamental de la Dynamique → acquisition d'une vitesse $\vec{v}$ pour l'ensemble des charges mobiles → courant électrique

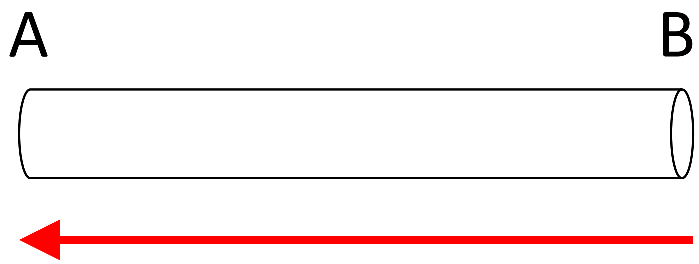
Champ électrique, potentiel et tension

- Lorsque l'on applique un champ électrique $\vec{E}$ entre les deux extrémités A et B d'un tronçon de fil conducteur, on place les sections en A et en B dans des états électriques différents : on dit qu'elles ont des **potentiels électriques** différents, et donc qu'il existe une **différence de potentiel (ddp)**, aussi appelée **tension électrique**, entre elles.
- Le potentiel électrique est noté avec la lettre V, la tension électrique (= ddp) est notée avec la lettre U.



Potentiel et tension

- Représentation de la tension :



$$U_{AB} = V_A - V_B$$

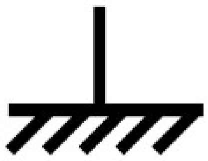
- La tension est une grandeur algébrique, puisque $\mathbf{U_{BA}} = \mathbf{-\,U_{AB}}$
- Unité : Volt, symbole V. Attention, la grandeur potentiel est souvent notée V, comme l'est l'unité Volt !
- Ordres de grandeur :
  - TP : de 1 mV à 10 V
  - maison : 220-230 V

Référence du potentiel : la masse

- Quand on renseigne le potentiel en un point d'un circuit, on le donne par rapport à une référence. Le potentiel est ainsi défini à une constante additive près, ce qui ne modifie en rien la valeur d'une tension :

  $U_{AB} = V_A - V_B = (V_A + cste) - (V_B + cste)$

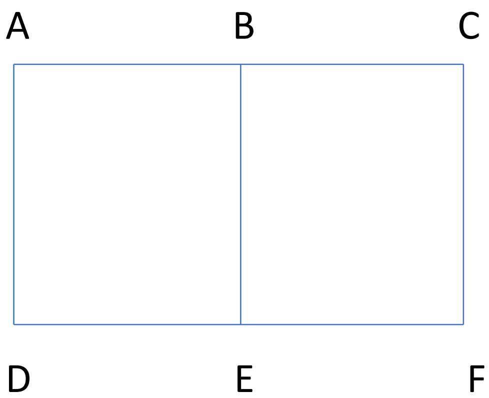
- Conséquence : dans un circuit, on fait un choix arbitraire de l'origine du potentiel, càd du potentiel « 0 Volt ».
- Les points du circuit au potentiel « 0 Volt » définissent la ligne de masse.
- Symbole de la masse :



Définitions relatives à un circuit électrique

- On appelle **noeud** d'un circuit un endroit où plusieurs (+ de deux) fils conducteurs se rejoignent.
- On appelle **branche** d'un circuit une partie de circuit entre deux noeuds successifs.
- On appelle **maille** d’un circuit un parcours fermé constitué de branches et ne passant qu'une seule fois par un noeud donné.

Exemple :

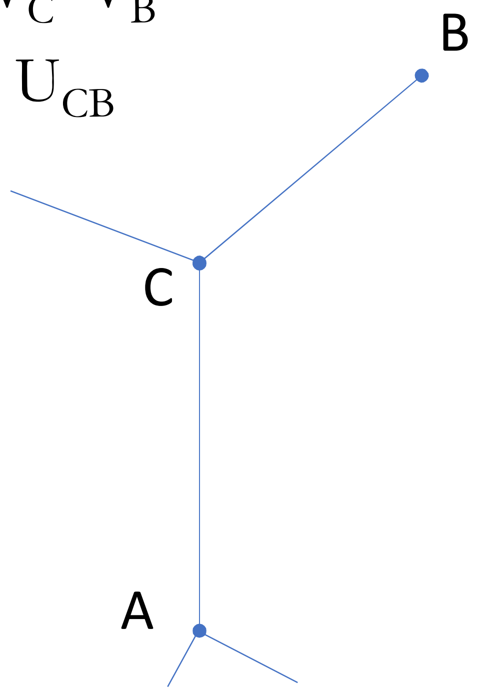


Repérer et nommer les différentes mailles du circuit.

Deuxième loi de Kirchhoff

- **Additivité des tensions.** On peut décomposer une tension en passant par n'importe quel(s) autre(s) point(s) du circuit :

$$U_{AB} = V_A - V_B = V_A - V_C + V_C - V_B$$
$$= U_{AC} + U_{CB}$$

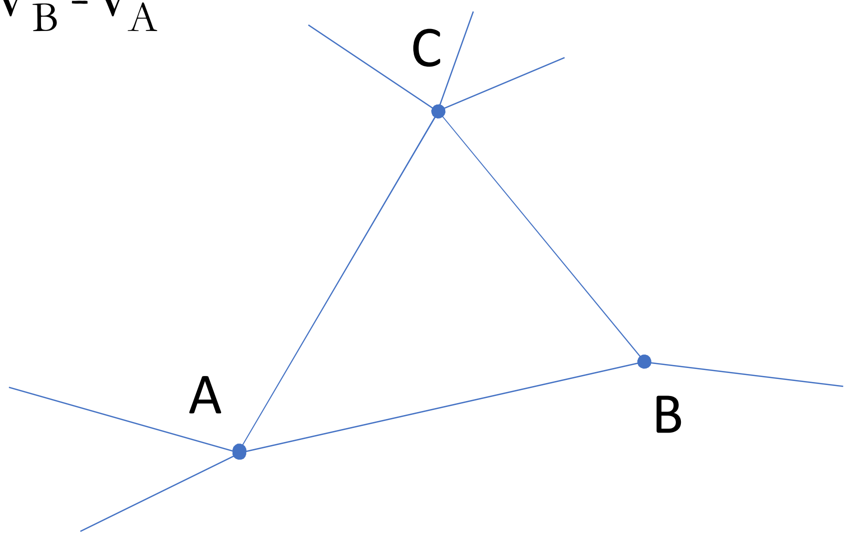


Deuxième loi de Kirchhoff

- Conséquence sur une maille : la **loi des mailles**.

Sur une maille, point de départ = point d'arrivée. Donc sur une maille, la somme des tensions, comptées toutes dans le même sens, est nulle :

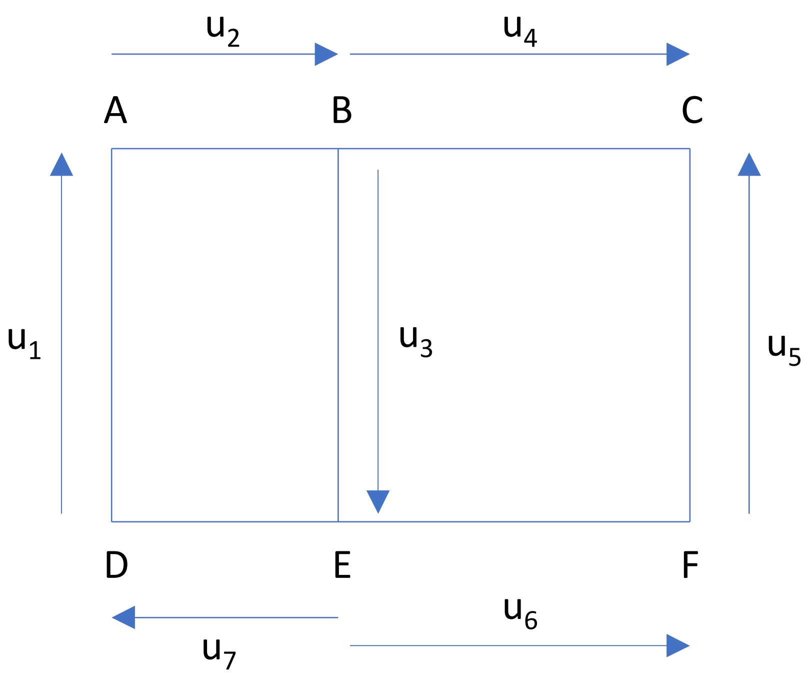
$$U_{AA} = U_{AC} + U_{CB} + U_{BA}$$
$$= V_A - V_C + V_C - V_B + V_B - V_A$$
$$= 0$$



Deuxième loi de Kirchhoff

- Conséquence sur une maille : la **loi des mailles**.

Entraînement : écrire la loi des mailles dans chacque maille du circuit.



Résistance électrique

- Tout conducteur ohmique présente une certaine résistance au passage du courant électrique (à cause des collisions entre électrons libres et des intéractions électrostatiques entre électrons libres et cations fixes du solide).
- La résistance électrique R d'un fil de longueur L et de section S vaut $R = \frac{L}{\gamma S}$ où γ est la conductivité électrique du matériau dont est fait le fil : plus γ est grand, plus le conducteur laisse facilement passer le courant, et plus la résistance électrique R est petite.
- Unité de R : Ohm, symbole Ω.

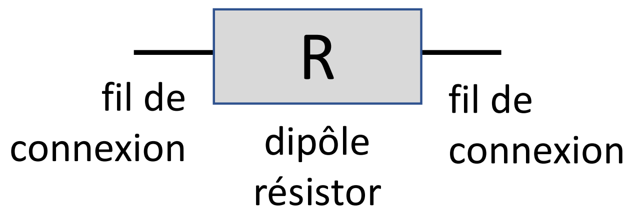
Résistance électrique, dipôle résistor

- Ordres de grandeur :
  - pour un fil de connexion (souvent en Cuivre, excellent conducteur, de conductivité $\gamma \approx 10^8\ \Omega^{-1}.m^{-1}$) :

    $L \approx 50$ cm et $S = \pi D^2/4$ avec $D \approx 1$ mm, donc on trouve $R \approx 0{,}005\ \Omega$.
  - pour un **dipôle « résistor »** , fabriqué dans un matériau moyennement conducteur : R va de 1 Ω à plusieurs centaines de kΩ

Conséquence : **dans un circuit électrique, la résistance des fils de connexion est négligée devant celle des résistors.**

- Représentation d'un dipôle « résistor » :



Sens du vecteur champ électrique
Sens d'évolution des potentiels électriques
Sens de mise en mouvement des charges mobiles

vecteur champ électrique $\vec{E}$

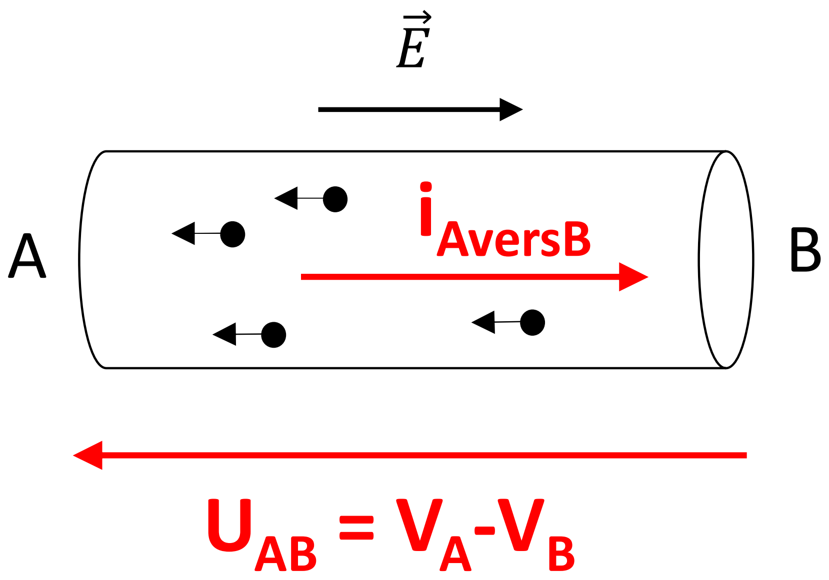
direction et sens des potentiels V croissants
(le sens est contraire à $\vec{E}$*)*

Une charge **q >0** soumise à $\vec{F} = q\,\vec{E}$ va dans le sens du champ, donc **descend les potentiels**

Une charge **q <0** soumise à $\vec{F} = q\,\vec{E}$ va dans le sens contraire au champ, donc **remonte les potentiels**

Loi d'Ohm

- Conséquence de ces divers sens dans un conducteur ohmique, où ce sont les **électrons** libres (chargés négativement : $q = \mathbf{-}\, e < 0$) qui assurent la conduction :



On a ici : $U_{AB} > 0$ **et** $i_{AversB} > 0$

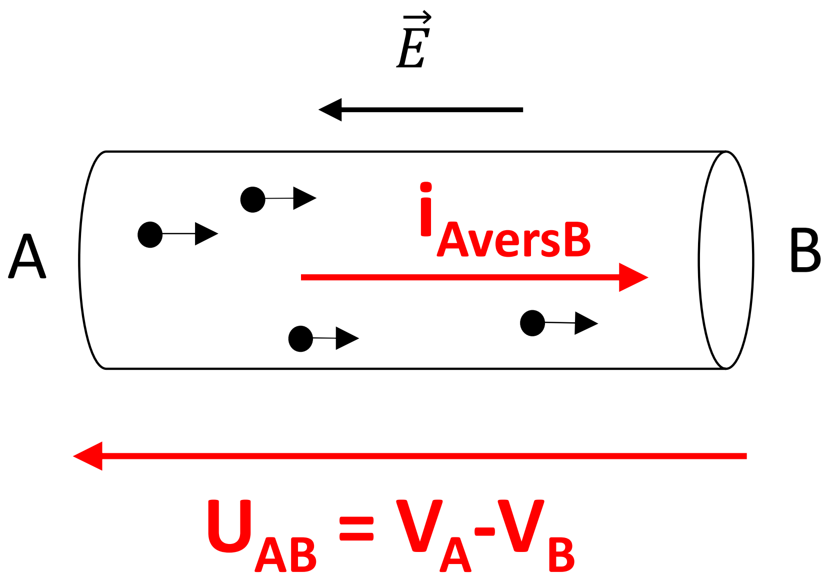
En effet :

Le sens du champ donne le sens des potentiels croissants (contraire au champ), et donc le signe de la tension représentée : ici > 0.

Par ailleurs, le sens du champ donne, via la force électrique, le sens de mouvement des particules chargées (contraire au champ puisque les particules sont des électrons, chargées négativement), et ce sens de mouvement donne le signe de l'intensité représentée (ici contraire au mouvement des électrons, donc > 0.

Loi d’Ohm

- Conséquence de ces divers sens dans un conducteur ohmique, où ce sont les **électrons** libres (chargés négativement : q = **-** e < 0) qui assurent la conduction :

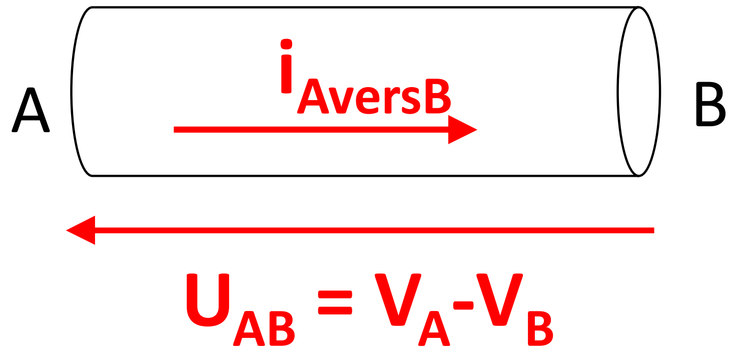


Ici, le sens du champ appliqué a été inversé.

On a alors : $U_{AB} < 0$ **et** $i_{AversB} < 0$

(mêmes explications que précédemment)

Loi d’Ohm



- On comprend que :

U_{AB} et i_{AversB} sont toujours de même signe.

- De plus (on admet) :

si la tension appliquée U_{AB} double,

c’est que la norme du champ électrique $\vec{E}$ appliqué double,

alors la vitesse des porteurs (mis en mouvement grâce à la force électrique) double,

et donc l'intensité i_{AversB} double.

Par conséquent : **U_{AB} et i_{AversB} sont proportionnels.**

Loi d'Ohm

Des deux points précédents, on comprend que :

U_{AB} et i_{AversB} sont proportionnels via un facteur positif.

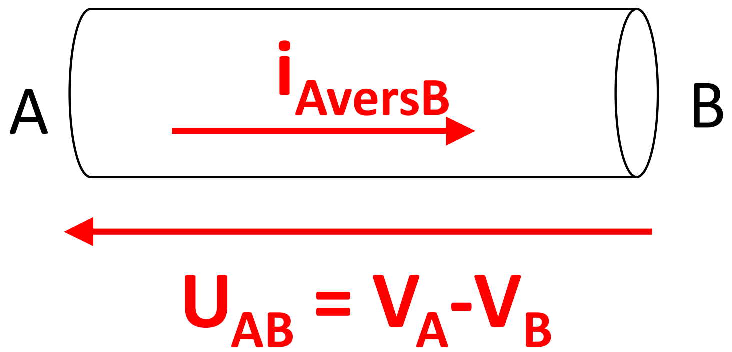
Or ce facteur doit rendre compte de la faculté du matériau à laisser circuler un courant électrique i_{AversB} suite à l'application d'une tension U_{AB}.

Il s'agit donc de la résistance électrique R du tronçon AB de conducteur.

Ainsi :

$$U_{AB} = R\, i_{AversB}$$

C'est la **loi d'Ohm**.

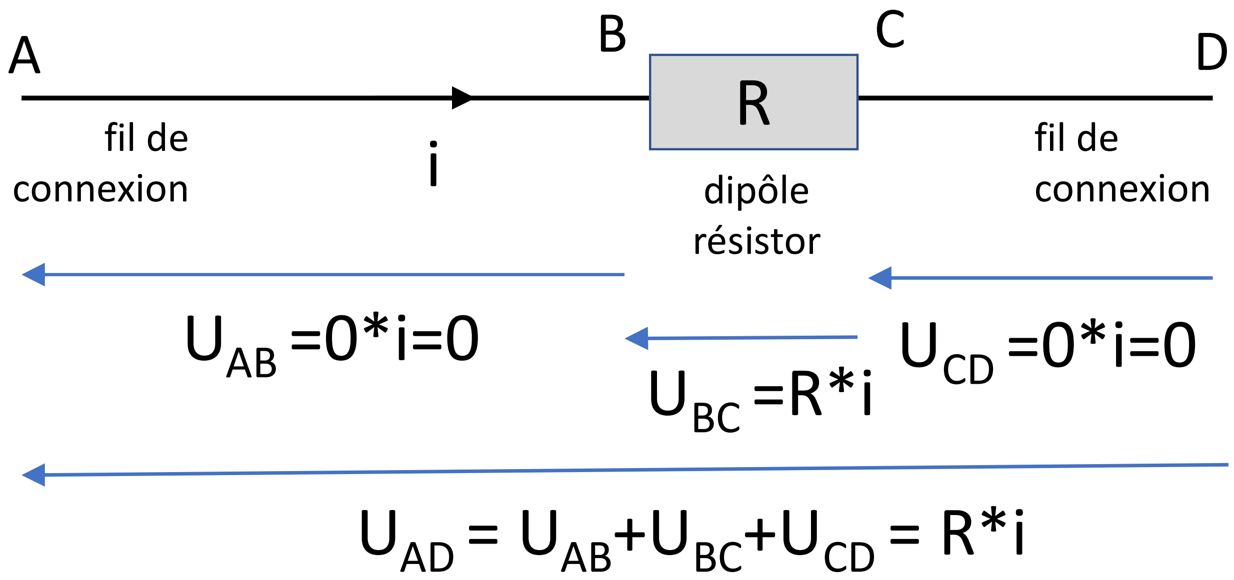


Loi d'Ohm

- Remarque :

La résistance des fils de connexion étant toujours négligée, on voit que **la tension aux bornes d'un fil de connexion, quelle que soit sa longueur, est nulle.**

Exemple d'application :

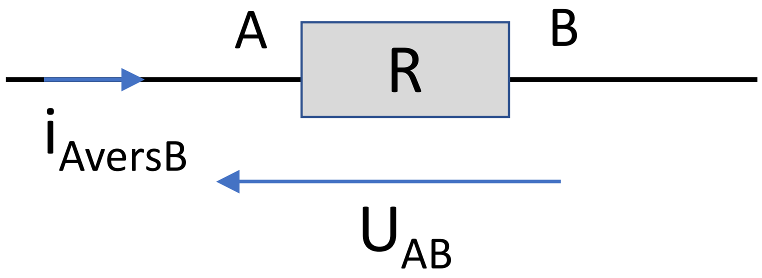


Conventions d'orientation

- **Convention récepteur :**

Flèches tension et intensité en sens contraire.

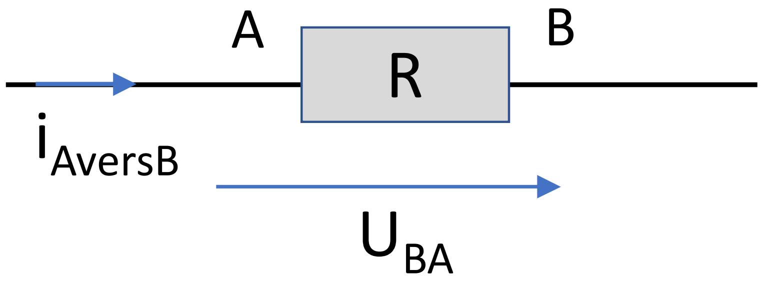
Loi d'Ohm : $U_{AB} = R\ i_{AversB}$



- **Convention générateur :**

Flèches tension et intensité dans le même sens.

Loi d'Ohm : $U_{BA} = - U_{AB} = - R\ i_{AversB}$

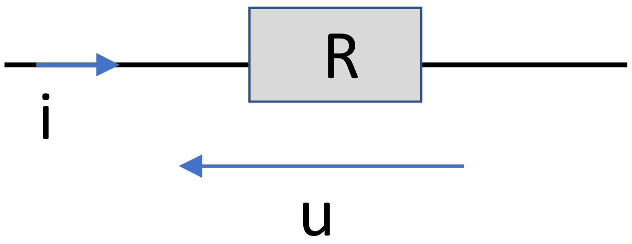


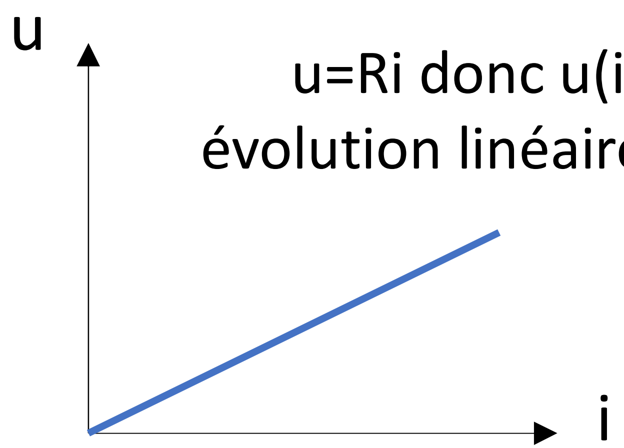
On choisit d'orienter avec la convention que l'on veut,

MAIS il faut absolument être cohérent avec son choix lorsque l'on écrit la loi d'Ohm.

Caractéristique du dipôle « résistor »

- La caractéristique d'un dipôle est la représentation graphique de la tension u à ses bornes en fonction de l'intensité i qui le traverse : graphe u(i).
- Il faut toujours préciser si l'on se place en convention récepteur ou générateur (soit en le disant soit en faisant un schéma).
- Pour un dipôle « résistor » de résistance R en convention récepteur :

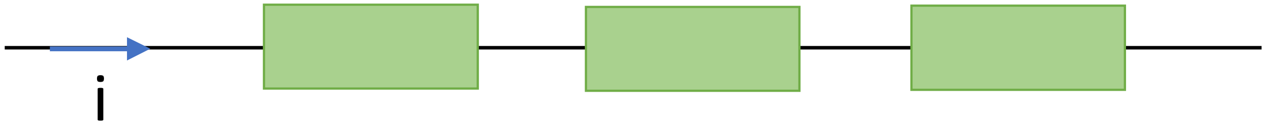




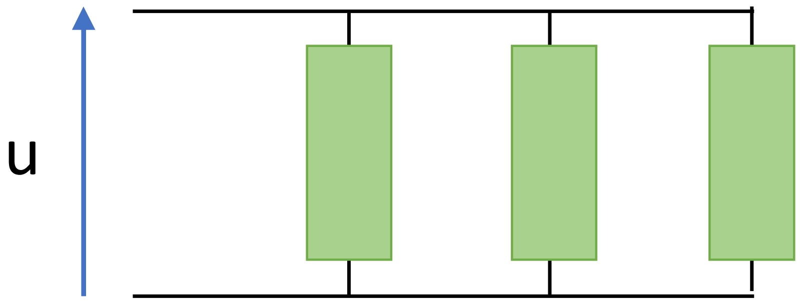
u=Ri donc u(i) est une évolution linéaire de pente R

Association série ou parallèle de dipôles

- Des dipôles sont dits « montés en série » s'ils sont sur la même branche d'un circuit, càd s'il n'y a aucun noeud entre eux. Ils sont alors traversés par la même intensité.

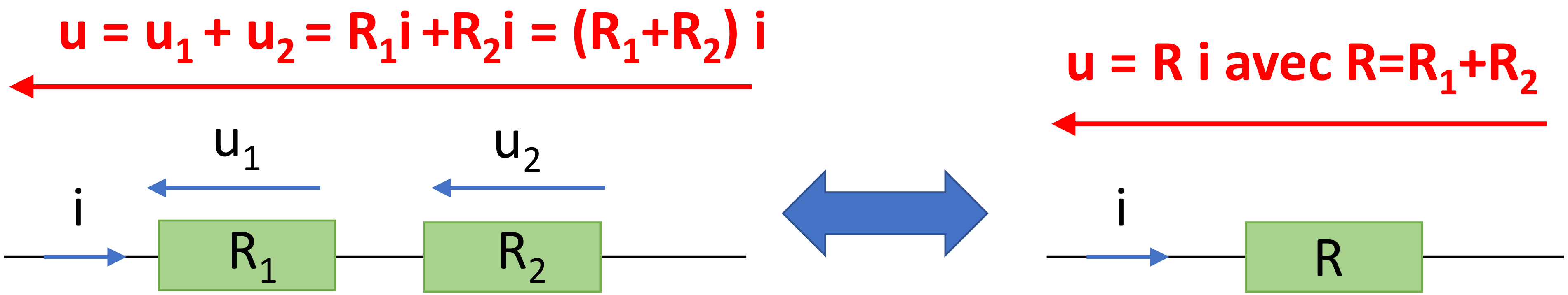


- Des dipôles sont dits « montés en parallèle (ou en dérivation) » s'ils constituent des branches de circuit qui se rejoignent en deux mêmes noeuds, l'un en amont des dipôles, l'autre en aval des dipôles. La tension à leurs bornes est donc la même.



Dipôle équivalent à une association série de résistors

- Deux résistors en série :



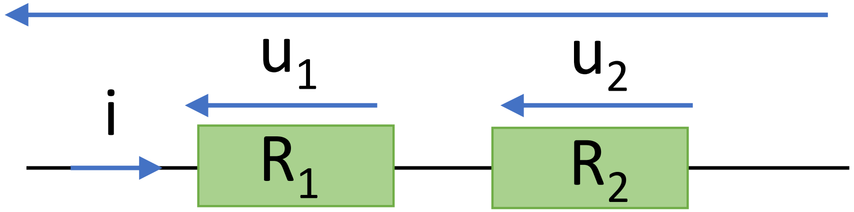
- Généralisation à n résistors en série : une association série de n résistors (R_k avec k de 1 à n) est équivalente à un seul dipôle résistor de résistance

$$R = \Sigma_{k=1}^{n} R_k$$

Formule du pont diviseur de tension

- Deux résistors en série :

$$u = u_1 + u_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1+R_2)\, i$$



$u_1 = R_1\, i$ et $u = (R_1+R_2) * i$ donc $u_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2} u$

$u_2 = R_2\, i$ et $u = (R_1+R_2) * i$ donc $u_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2} u$

- Généralisation à n résistors en série :

$$\begin{cases} u_k = R_k i \\ u = \Sigma_{k=1}^{n} u_k = \Sigma_{k=1}^{n} R_k * i \end{cases} \Rightarrow \quad u_k = R_k \frac{u}{\Sigma_{k=1}^{n} R_k} = \frac{R_k}{\Sigma_{k=1}^{n} R_k} * u$$

Dipôle équivalent à une association parallèle de résistors

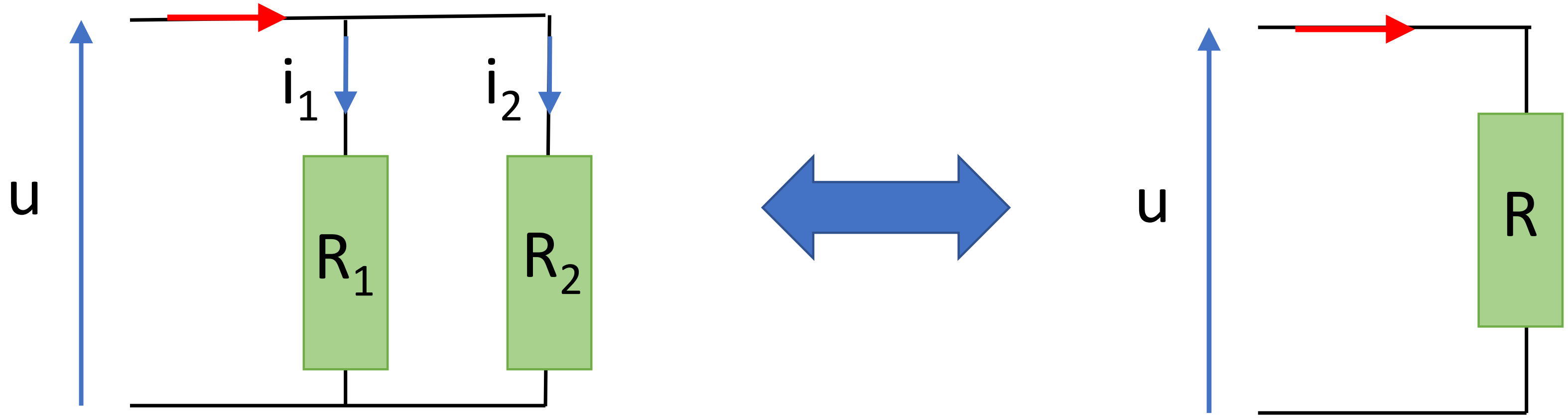
- Deux résistors en parallèle (//):

$i = i_1 + i_2 = u/R_1 + u/R_2 = (1/R_1 + 1/R_2)\ u$

$i = u/R$ avec R tq

$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$

càd $R = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$



- Généralisation à n résistors en parallèle : une association // de n résistors (R_k avec k de 1 à n) est équivalente à un seul dipôle résistor de résistance

$$R = \frac{1}{\Sigma_{i=k}^{n} \frac{1}{R_k}}$$ *(inverse de la somme des inverses)*

Dipôle équivalent à une association parallèle de résistors

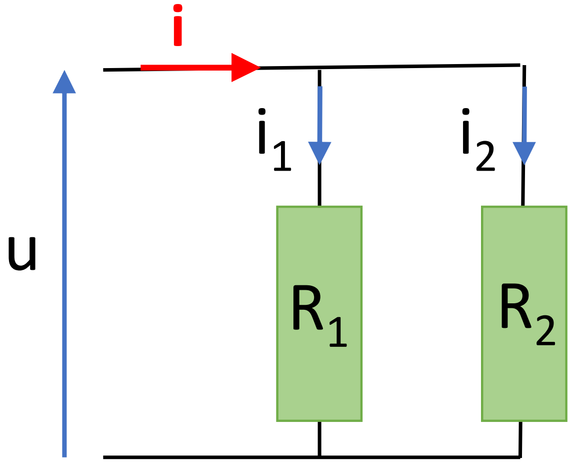
Lorsque l’on a **seulement deux résistors en parallèle,** la mise au même dénominateur de la formule générale donne l’expression suivante pour la résistance équivalente :

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{1}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R_2}}} = \frac{\boldsymbol{R_1 R_2}}{\boldsymbol{R_1 + R_2}}$$

Vérif :

Formule du pont diviseur de courant

- Deux résistors en // :



$i_1 = u/R_1$ et $i = (1/R_1 + 1/R_2) * u$ donc $i_1 = \dfrac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} i = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} i$

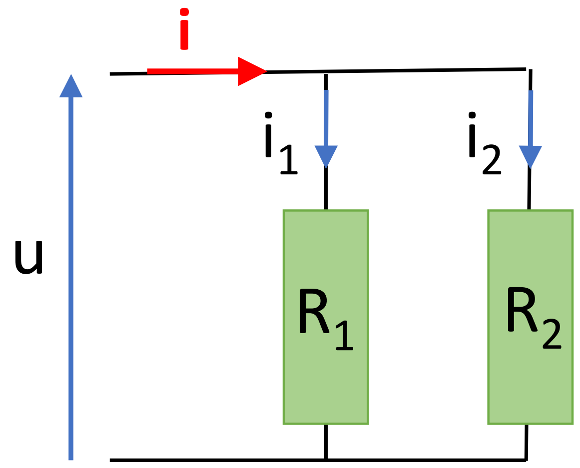
$i_2 = u/R_2$ et $i = (1/R_1 + 1/R_2) * u$ donc $i_2 = \dfrac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} i = \dfrac{R_1}{R_1+R_2} i$

- Généralisation à n résistors en // :

$$\begin{cases} i_k = \frac{1}{R_k} u \\ i = \Sigma_{k=1}^{n} i_k = \Sigma_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} * u \end{cases} \Rightarrow i_k = \frac{1}{R_k} \frac{i}{\Sigma_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}} = \frac{\frac{1}{R_k}}{\Sigma_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}} * i$$

Formule du pont diviseur de courant

Applications directes :



- on suppose $R_1=R_2$. Que peut-on en déduire sur i_1 et i_2 ?

- on suppose $R_1>>R_2$. Que peut-on en déduire sur i_1 et i_2 ?

Générateur de tension

- Pour mettre en mouvement les électrons dans un circuit électrique, on a vu qu'un champ électrique devait être appliqué.

C'est un générateur de tension, branché sur le circuit, qui permet d'appliquer ce champ.

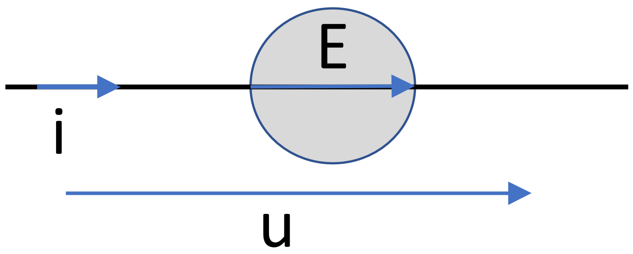
On notera u la tension à ses bornes et i le courant qu'ïl engendre.

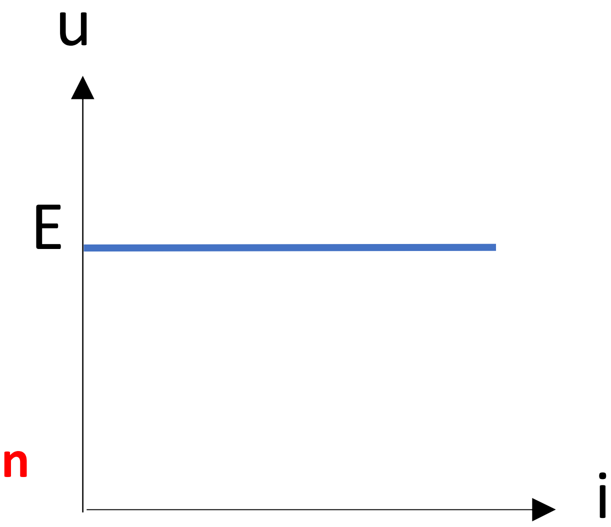
Générateur de tension

- Générateur idéal de tension :

Il délivre une tension u=E appelée "force électromotrice" (fem), identique quels que soient les autres éléments branchés sur le circuit, et donc quelle que soit l'intensité i du courant qu'il engendre dans le circuit.

Représentation du dipôle (ici, en convention générateur) et sa caractéristique u(i)





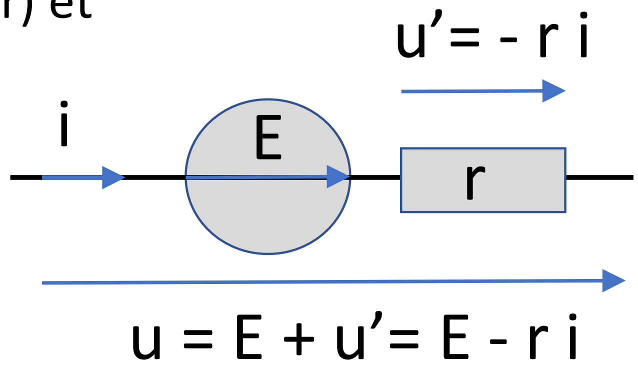
D'après la caractéristique, on voit que pour un générateur en convention générateur, on a toujours signe(E)=signe(i)

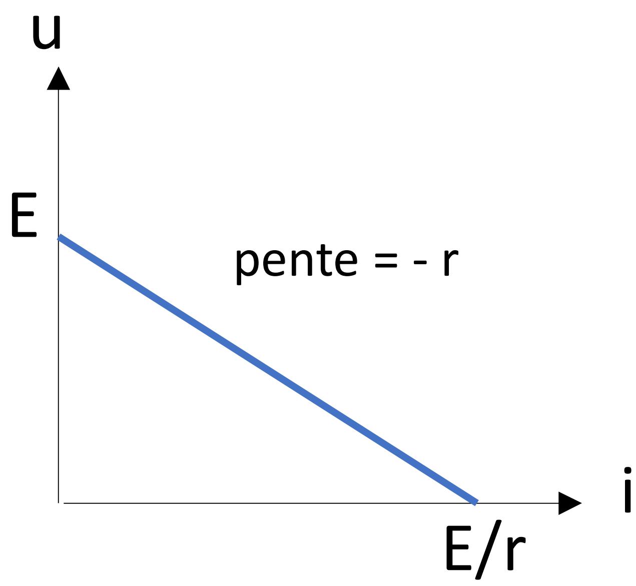
Générateur de tension

- Générateur réel de tension :

Il possède une résistance interne r, si bien que la tension qu'il délivre dépend du courant i qu'il engendre dans le circuit : **$u = E - r\,i$ en convention générateur**. D'après cette expression, on comprend qu'un générateur réel correspond à l'association série d'un générateur idéal de fem E et d'une résistance r.

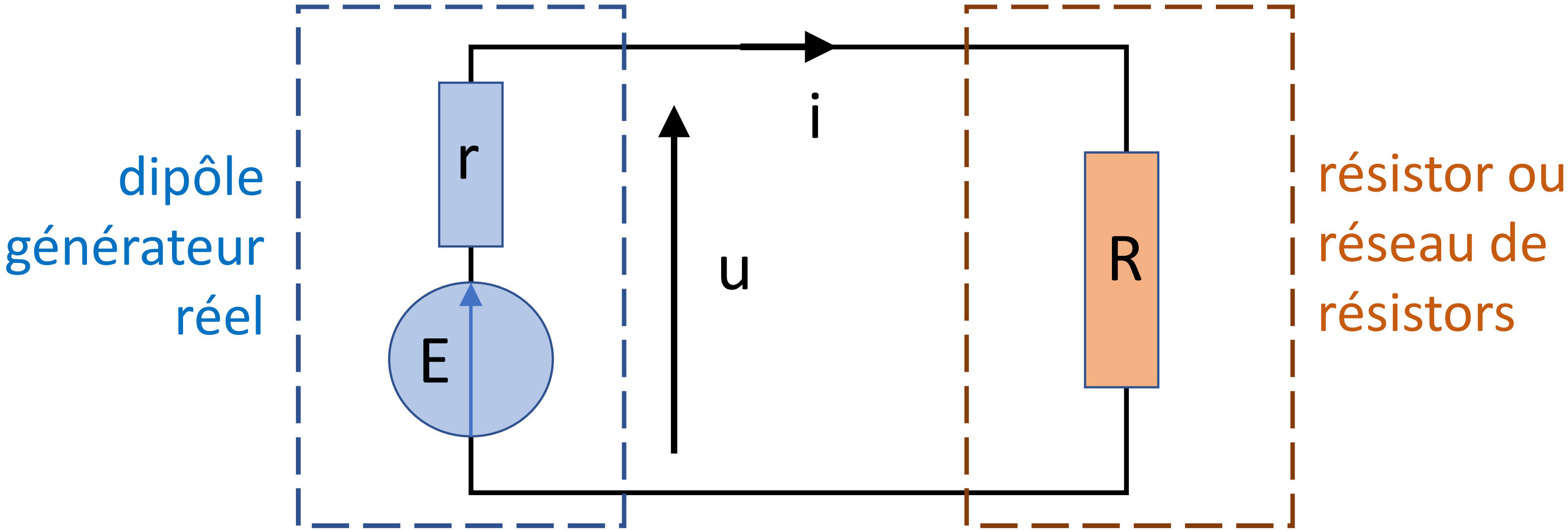
Représentation du dipôle (ici, en convention générateur) et sa caractéristique u(i)





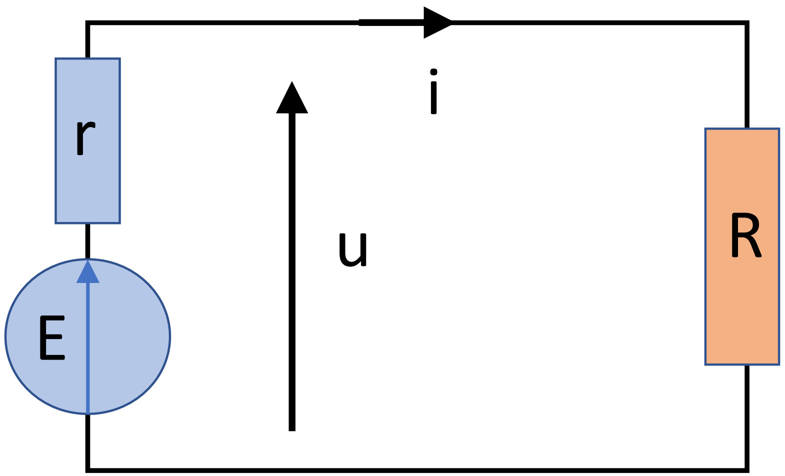
Point de fonctionnement d'un circuit

- Lorsque l'on branche un dipôle assimilable à une résistance R (soit c'est un résistor de résistance R, soit c'est un réseau de résistors dont la résistance équivalente est R) aux bornes d'un générateur de tension, alors cela définit un point (i,u) de fonctionnement du circuit. Ce point correspond à l'intersection de la caractéristique du générateur et de la caractéristique de R.



Point de fonctionnement d'un circuit

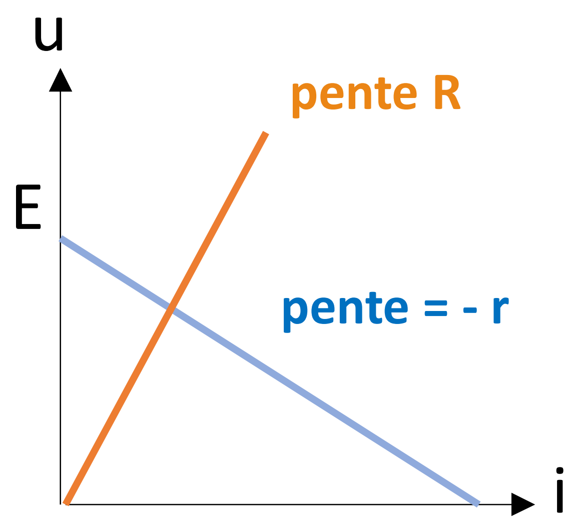
- Lorsque l'on branche un dipôle assimilable à une résistance R (soit c'est un résistor de résistance R, soit c'est un réseau de résistors dont la résistance équivalente est R) aux bornes d'un générateur de tension, alors cela définit un point (i,u) de fonctionnement du circuit. Ce point correspond à l'intersection de la caractéristique du générateur et de la caractéristique de R.



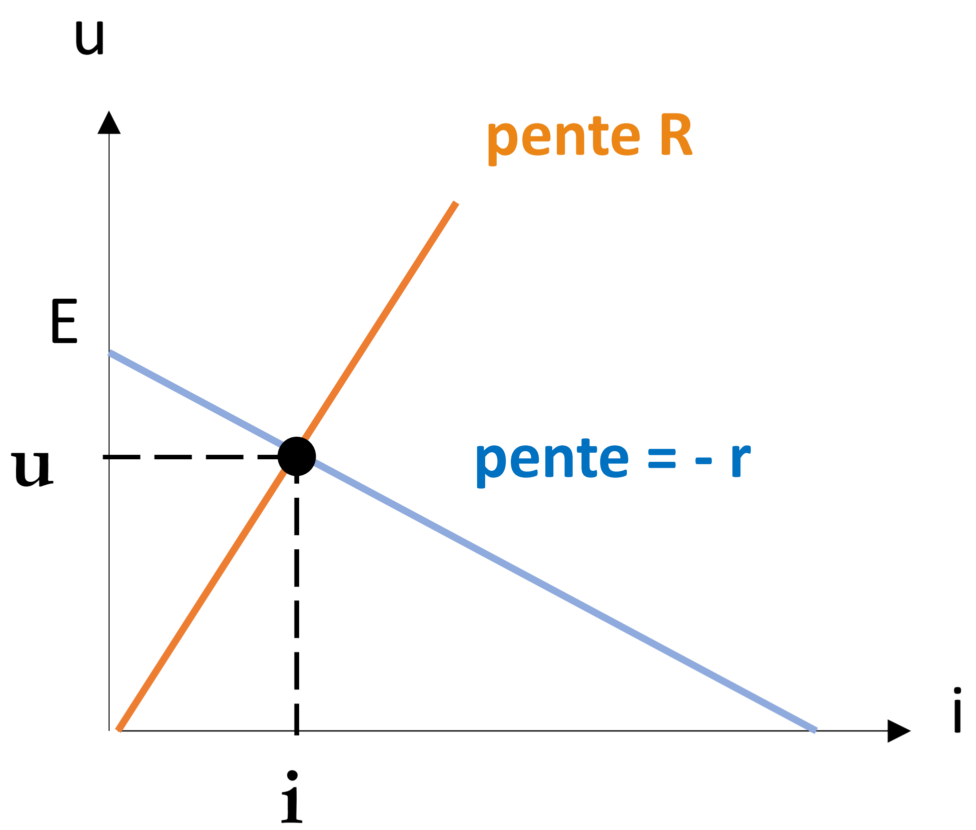
u et i doivent vérifier à la fois

$u = E - r\,i$

et $u = R\,i$



Point de fonctionnement d'un circuit

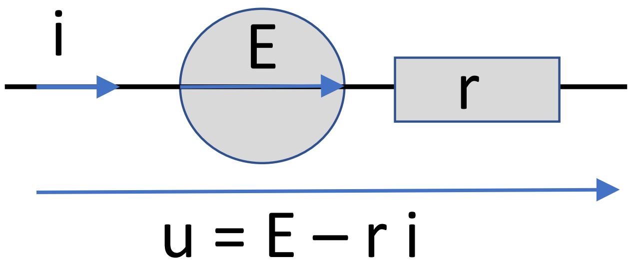


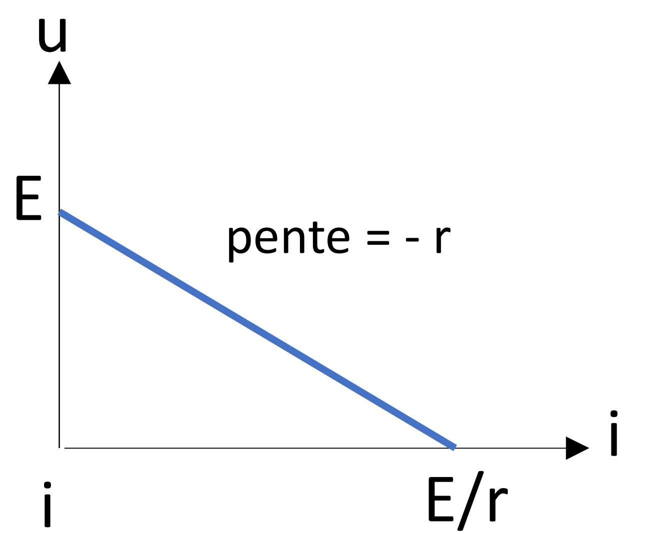
Résolution : $u = Ri = E - ri \;\; donc \;\; i = \frac{E}{R+r} \;\; et \;\; u = R\frac{E}{R+r}$

Générateurs : modèles de Thevenin et de Norton

- Modèle du générateur de Thevenin

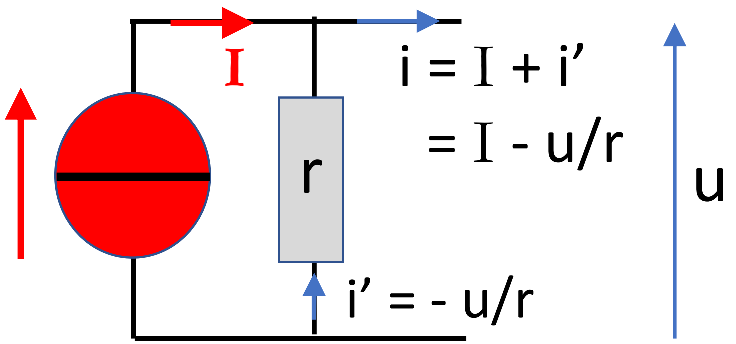
  = générateur réel de tension

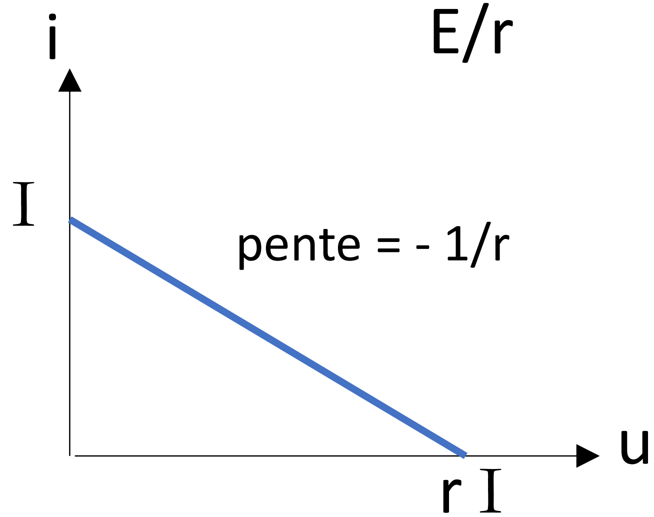




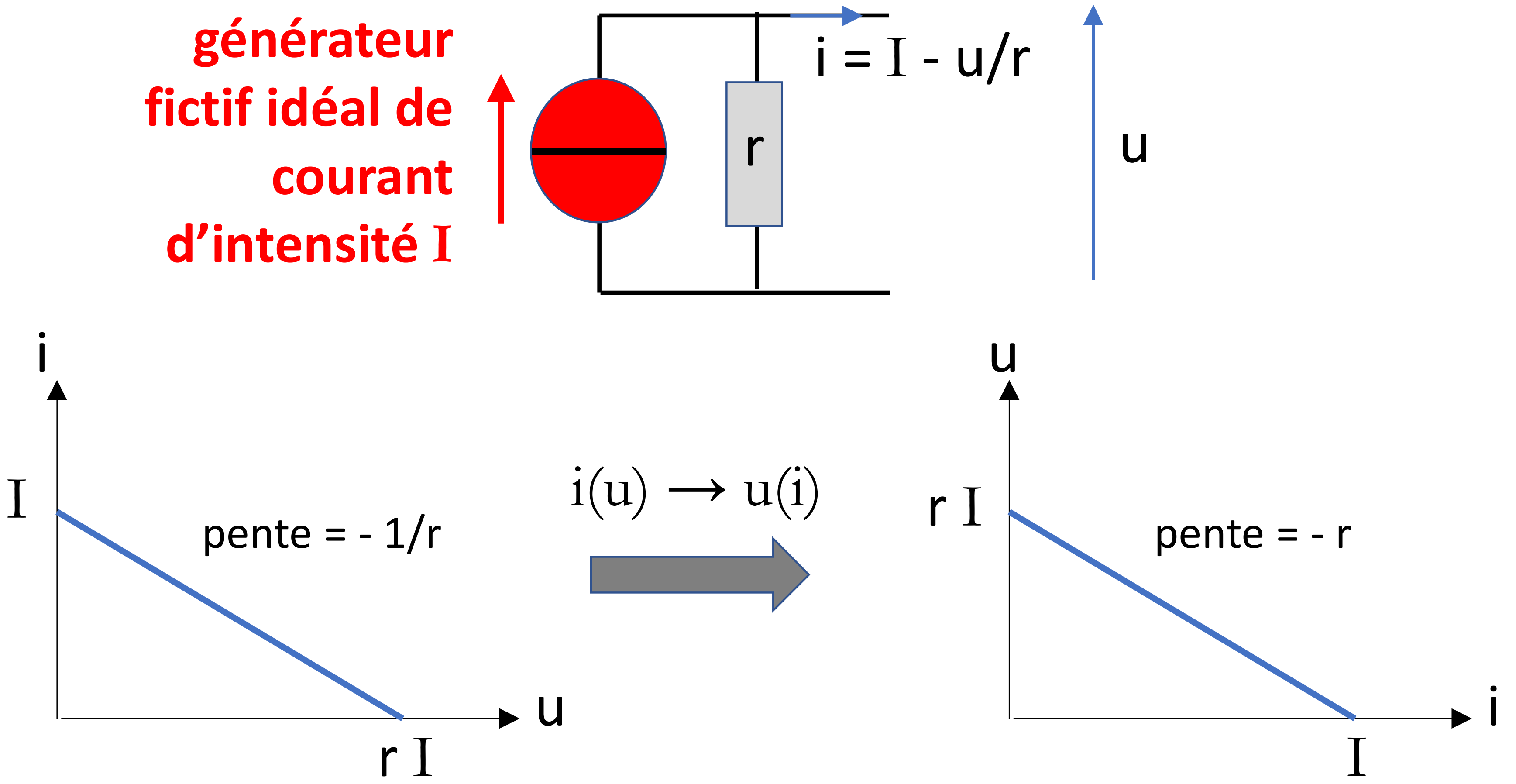
- Modèle du générateur de Norton

générateur fictif idéal de courant d'intensité I

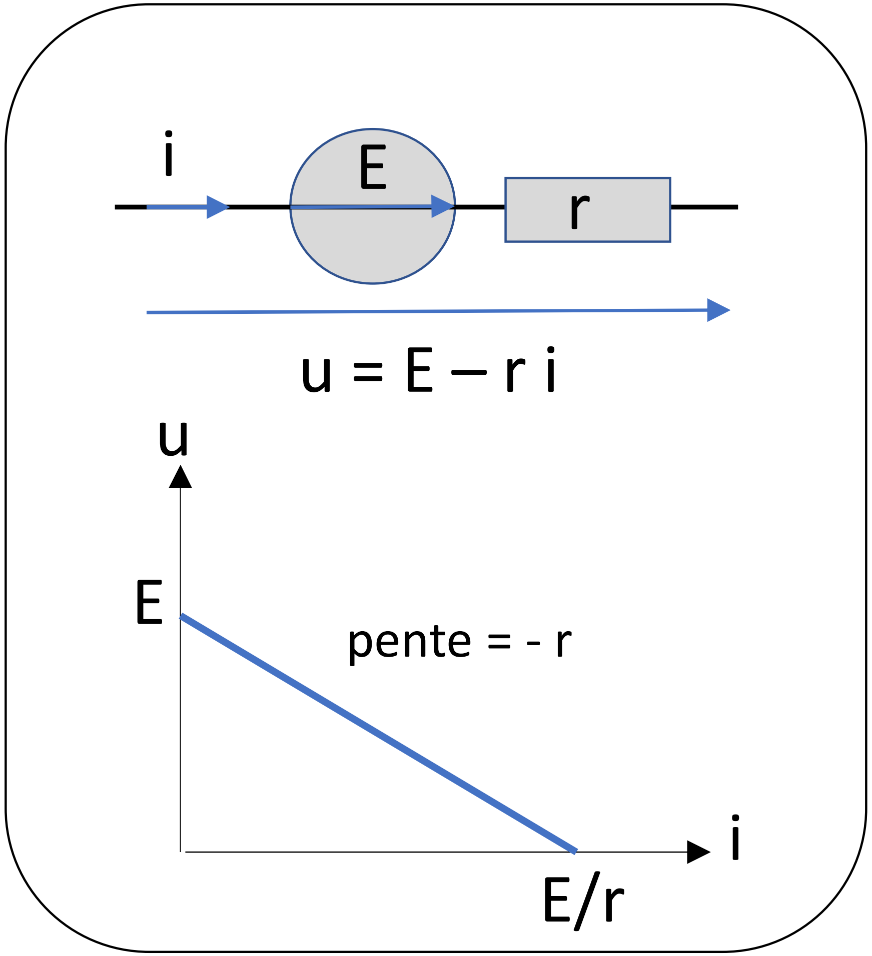




Zoom sur la caractéristique d'un générateur de Norton



Relations d’équivalence Thevenin - Norton



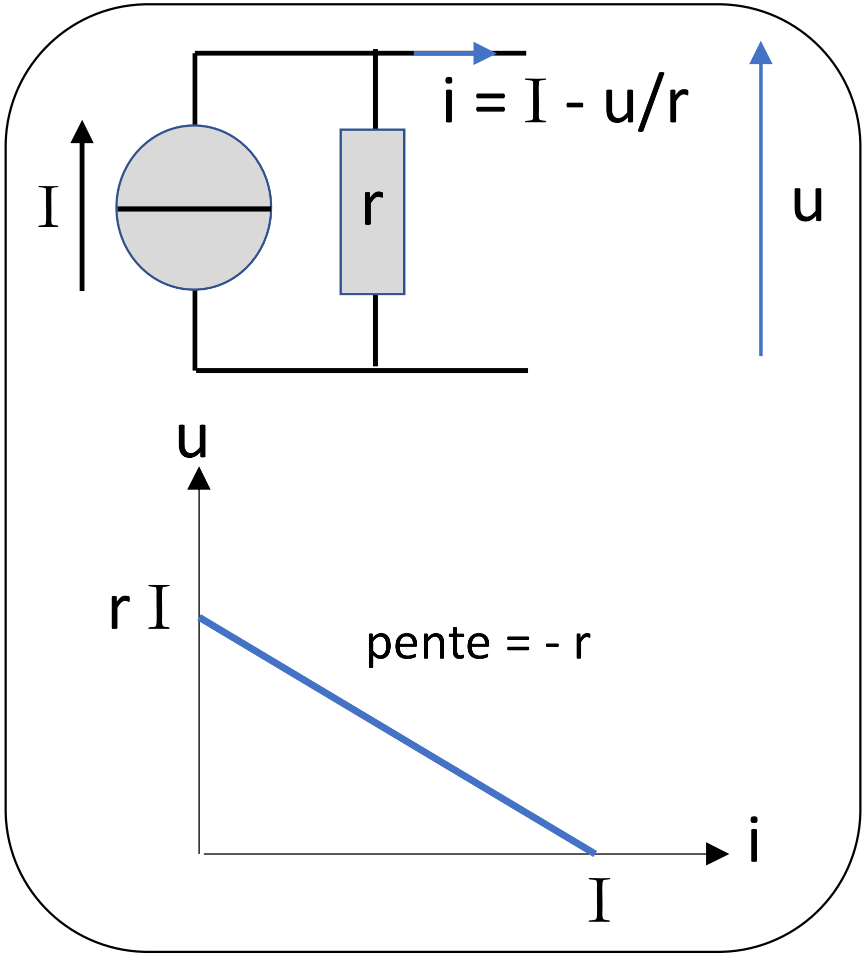
sssi

même r

et

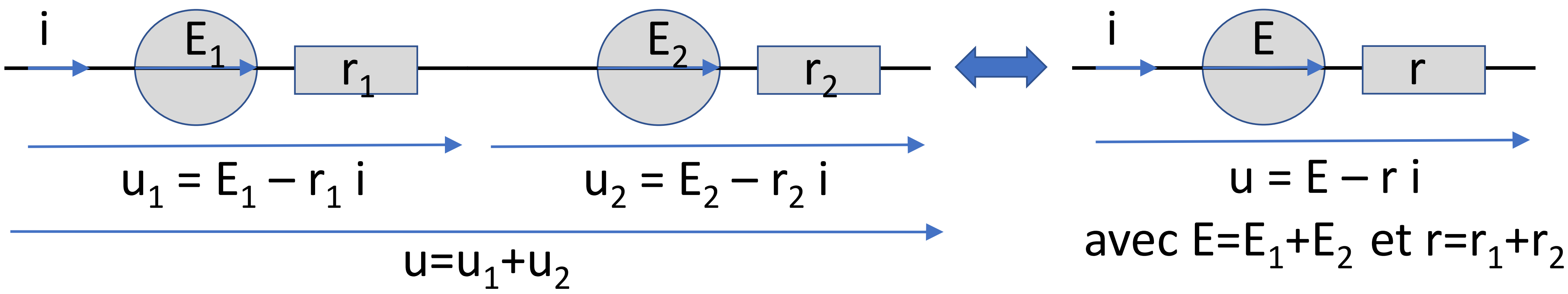
relation

$E = r\,I$



Associations simples de générateurs

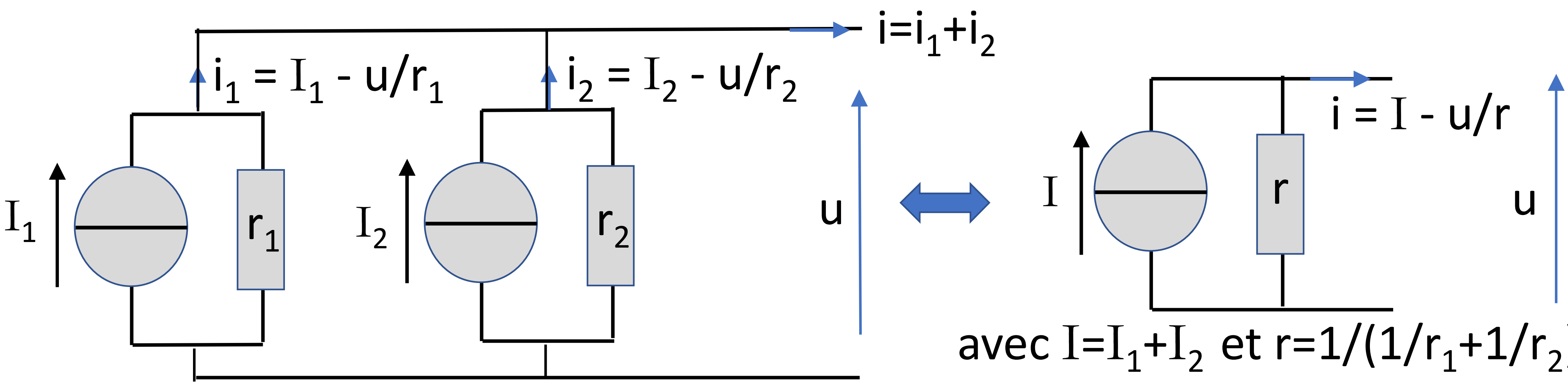
Exemple 1 : association de deux générateurs de Thevenin en série



Généralisation à n générateurs de Thevenin en série : l'association est équivalente à un générateur de Thevenin de fem $E = \sum_{k=1}^{n} E_k$ et de résistance interne $r = \sum_{k=1}^{n} r_k$

Associations simples de générateurs

Exemple 2 : association de deux générateurs de Norton en parallèle



avec $I=I_1+I_2$ et $r=1/(1/r_1+1/r_2)$

Généralisation à n générateurs de Norton en parallèle : l'association est équivalente à un générateur de Norton dont les caractéristiques sont $I = \sum_{k=1}^{n} I_k$ et $r = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{r_k}}$

Associations plus complexe de générateurs

Association de générateurs de Thevenin en parallèle

Association de générateurs de Norton en série

Associations diverses de générateurs de Thevenin et de Norton

utiliser les équivalences Thevenin-Norton pour se ramener aux associations simples

Méthodes d'étude d'un circuit – outils à disposition

Lois de Kirchhoff (loi des mailles et loi des noeuds) + loi d'Ohm

et/ou leurs implications : formules d'associations série et parallèle de résistances, formules du pont diviseur de tension et du pont diviseur de courant.

Pour résoudre, il faut alors combiner toutes ces lois.

Mais cette résolution peut s'avérer fastidieuse lorsque le circuit est complexe...

Une astuce est la méthode de réduction des circuits : un dipôle contenant plusieurs générateurs et plusieurs résistances peut en effet se réduire à un seul générateur de Thevenin ! Pour réaliser cette réduction et ainsi caractériser le dipôle équivalent, il faut suffit de faire des associations et d'utiliser les équivalences Thevenin-Norton.

Puissance, définition générale

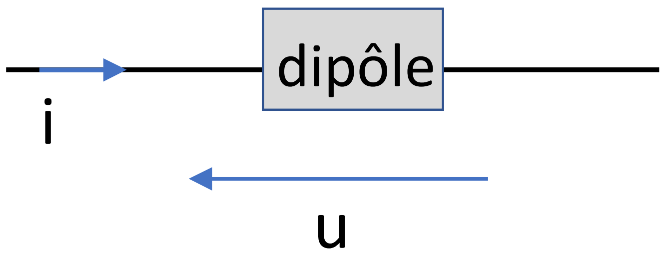
- De manière générale, dans tout domaine de la physique, la puissance est la dérivée de l'énergie par rapport au temps.

$$p = \frac{d\mathcal{E}}{dt}$$

- Unité de l'énergie : Joule, symbole J
- Unité de la puissance : Watt, symbole W.
- Remarque : W=J/s

Puissance électrique

<u>Expressions en convention récepteur</u>



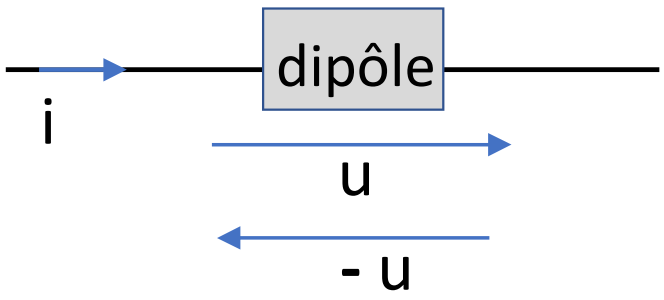
- Puissance **reçue** par un dipôle :

$$p_r = + u*i$$

- Puissance **fournie** par un dipôle :

$$p_f = \mathbf{-}\ p_r = \mathbf{-}\ u*i$$

<u>Expressions en convention générateur</u>



- Puissance **reçue** par un dipôle :

$$p_r = \mathbf{-}\ u*i$$

- Puissance **fournie** par un dipôle :

$$p_f = \mathbf{-}\ p_r = + u*i$$

Caractère récepteur ou générateur d'un dipôle

- Un dipôle a un **caractère récepteur** s'il reçoit effectivement de l'énergie, càd si la puissance reçue par ce dipôle est positive (quelle que soit la convention d'orientation choisie).

$$p_r > 0 \quad (\text{et donc } p_f = - p_r < 0)$$

- Un dipôle a un **caractère générateur** s'il fournit effectivement de l'énergie, càd si la puissance fournie par ce dipôle est positive (quelle que soit la convention d'orientation choisie).

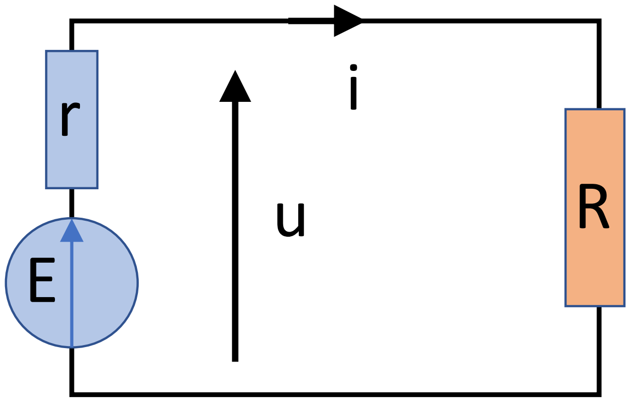
$$p_f > 0 \quad (\text{et donc } p_r = - p_f < 0)$$

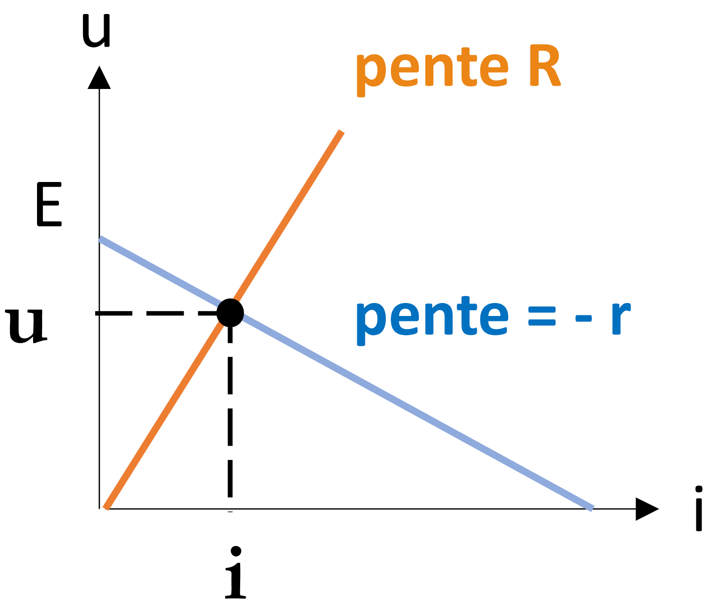
Caractère récepteur ou générateur d’un dipôle

- Cas d’un résistor (dissipation par effet Joule) :

- Cas d’un générateur idéal de tension :

Conservation de l'énergie





Point de fonctionnement :

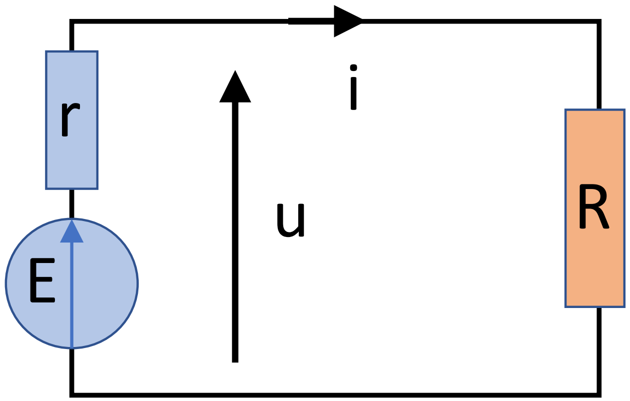
$$i = \frac{E}{R+r} \quad et \quad u = R\,\frac{E}{R+r}$$

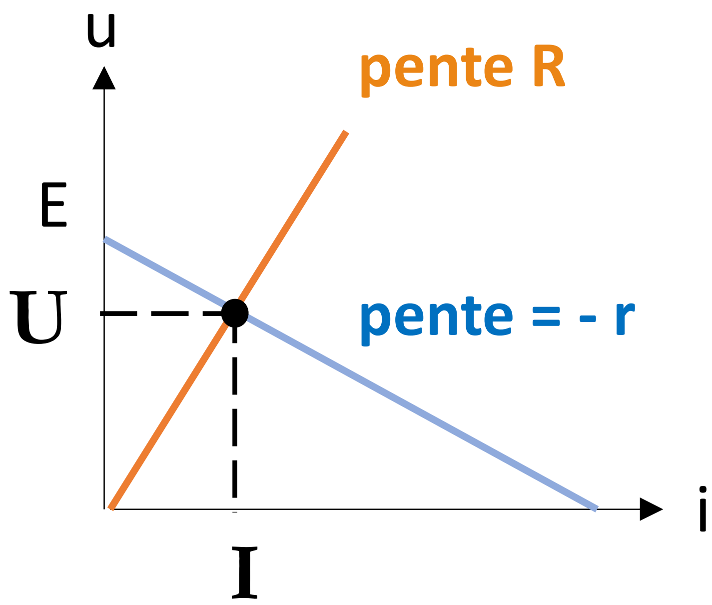
Puissance fournie par le dipôle au caractère générateur (fem E) = $E\,i = \frac{E^2}{R+r}$

Puissance reçue par les dipôles au caractère récepteur (toutes les résistances) = $(r+R)\,i^2 = \frac{E^2}{R+r}$

⟶ Au sein d'un circuit, la puissance fournie par les dipôles au caractère générateur est entièrement reçue par les dipôles au caractère récepteur : la puissance, et donc aussi l'énergie, se conserve, càd qu'elle ne peut être créée ou disparaître.

Adaptation d'impédance





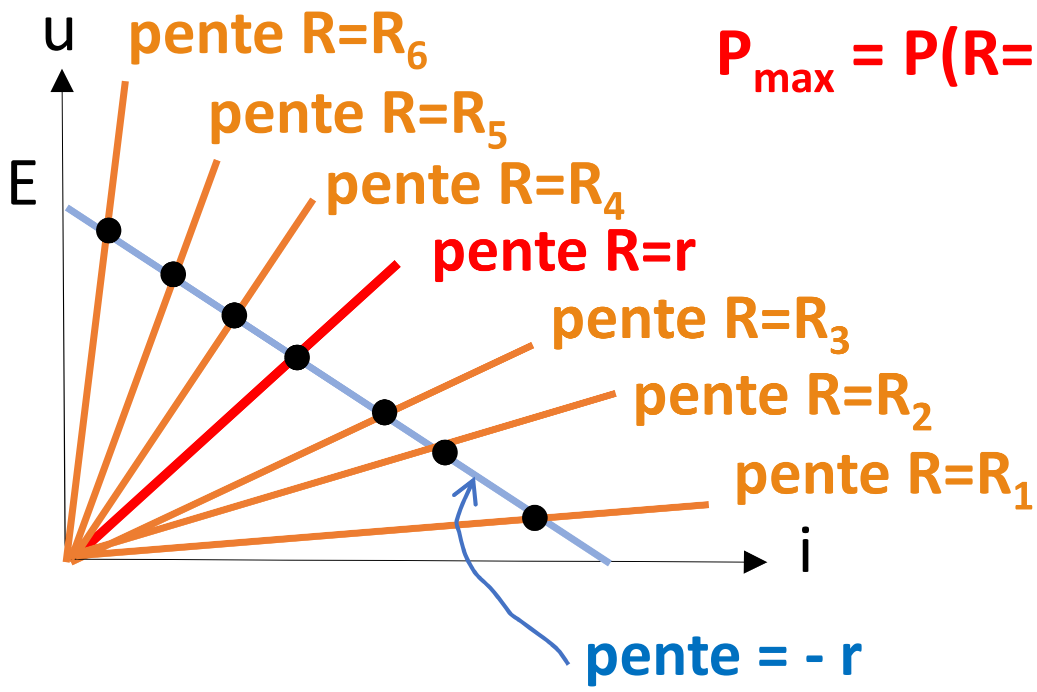
Point de fonctionnement :

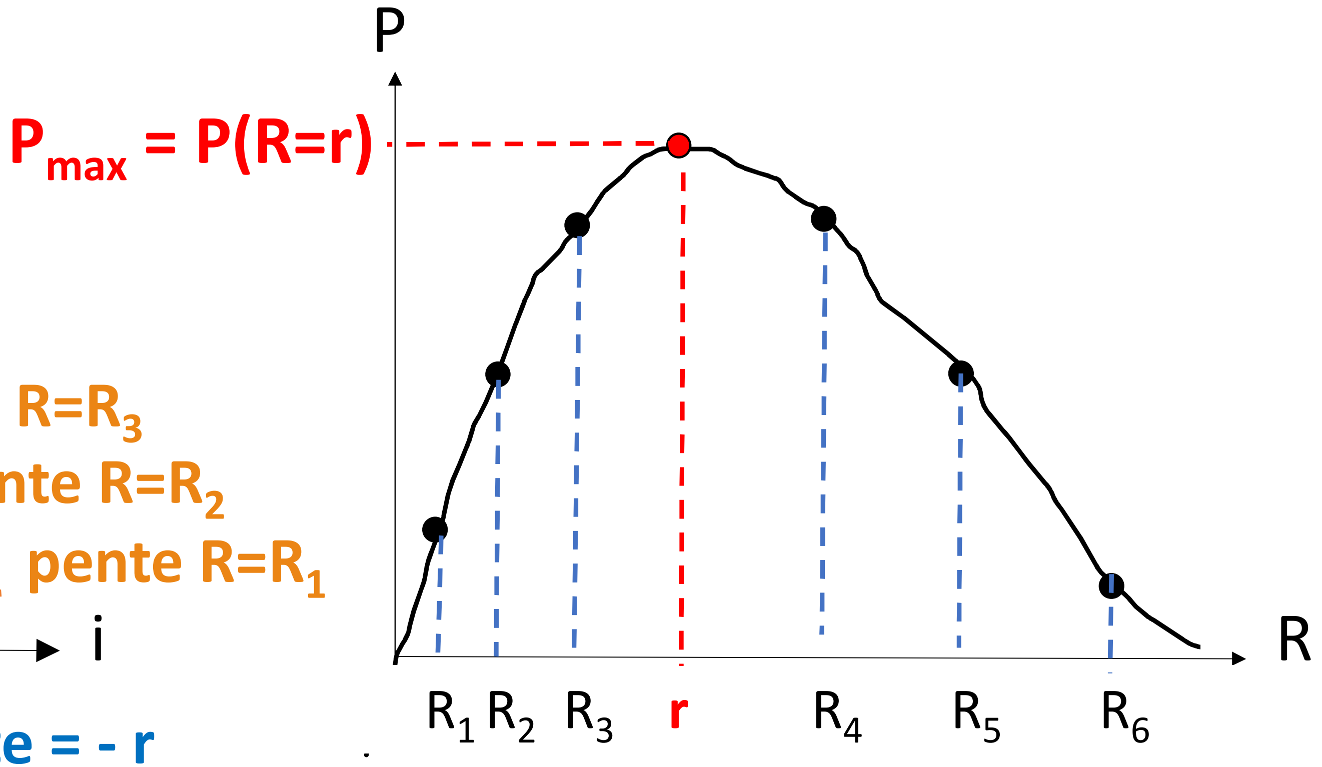
$$I = \frac{E}{R+r} \text{ et } U = R\frac{E}{R+r}$$

On s'intéresse à la **puissance** $\boldsymbol{P = Ri^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}}$ **reçue par la résistance R** branchée sur le générateur réel.

Adaptation d’impédance

On cherche à déterminer la valeur de R permettant le meilleur transfert de puissance <u>depuis le générateur réel jusqu’à la résistance R</u>, càd la **valeur de R rendant P maximal**.





Adaptation d'impédance

<u>Vérification mathématique :</u> il faut étudier la fonction $f(R) = P(R) / E^2$

$$f(R) = \frac{R}{(R+r)^2} = \frac{R}{R^2+r^2+2rR}$$

Quand $R \to 0$, alors $R^2 + r^2 + 2rR \approx r^2$, donc $f(R) \approx \frac{R}{r^2} \to 0$.

Quand $R \to \infty$, alors $R^2 + r^2 + 2rR \approx R^2$, donc $f(R) \approx \frac{R}{R^2} = \frac{1}{R} \to 0$.

Et quand R est intermédiaire, $f(R) > 0$.

Donc $f(R)$ (et donc aussi $P(R)$) a une allure en cloche et possède un maximum.

On note R_{max} l'abscisse de son point maximum. Au niveau de ce point, la pente de la courbe s'annule. Calculons donc la dérivée de la fonction $f(R)$ puis faisons valoir qu'en R_{max} cette dérivée est nulle :

$$\frac{df}{dR} = \frac{R^2+r^2+2rR-R*(2R+2r)}{(R+r)^4} = \frac{r^2-R^2}{(R+r)^4}$$

$$\frac{df}{dR}(R_{max}) = 0 \Leftrightarrow \frac{r^2-R_{max}^2}{(R_{max}+r)^4} = 0 \Leftrightarrow R_{max} = r$$

Cqfd.

Le point sur le sens de représentation et le signe d'une grandeur algébrique

Le sens de la flêche associée à une grandeur algébrique ne dit rien à lui seul de la réalité physique que la grandeur représente. Pour connaître la réalité physique, il faut en plus savoir quel est le signe de la grandeur représentée par la flêche.

En prenant l'exemple du courant (cf dessin ci-dessous) : si on a $i>0$, alors c'est que les électrons vont dans le sens contraire à la flêche, tandis que si $i<0$, alors c'est que les électrons vont dans le sens de la flêche.

Quand on étudie un circuit, on ne sait pas avant résolution quelle sera la réalité physique, puisque c'est justement cette réalité physique que l'on cherche à découvrir. En travaillant avec des grandeurs algébriques, càd pouvant être positives ou négatives, on a alors la liberté de les représenter dans le sens que l'on veut. Et l'étude que l'on mène ensuite en utilisant ce paramétrage arbitraire permet de déterminer les signes des grandeurs représentées, ce qui permet alors d'accéder à la réalité physique.