



POLARISATION de la LUMIERE

SUPOPTIQUE

PREMIÈRE ANNÉE DU CYCLE INGÉNIEUR

Février 2026

Enseignante : Nathalie Westbrook, poly rédigé avec l'aide de Reyhan Creunet (promo 2027)

Ce document constitue un support de cours. Il ne prétend pas à l'exhaustivité et peut contenir des erreurs.
Les remarques et corrections sont bienvenues.

Table des matières

1	Propagation dans les milieux anisotropes	3
I	Matériaux biréfringents	3
I.1	Quelques exemples de matériaux biréfringents	3
I.2	Comment caractérise-t-on la biréfringence d'un matériau ?	4
II	Polarisations propres et indices associés	6
II.1	Equation aux valeurs propres sur le vecteur \vec{D}	6
II.2	Propriétés des polarisations propres	6
II.3	Orientation des différents vecteurs par rapport à \vec{D}	7
II.4	Détermination des polarisations propres à partir de l'ellipsoïde des indices	8
III	Propagation des rayons et des vecteurs d'onde dans un milieu uniaxe	9
III.1	Equation de Fresnel	10
III.2	Surface des indices	11
III.3	Surface des vitesses radiales ou surface d'onde	12
III.4	Résumé des propriétés des surfaces caractéristiques	13
IV	Réfraction : construction des rayons avec la surface des vitesses	14
IV.1	Rappel de la construction de Huyghens dans le cas d'un milieu isotrope	15
IV.2	Construction dans le cas d'un milieu anisotrope uniaxe	15
V	Ce qu'il faut retenir de ce chapitre	18
2	Lumière polarisée	19
I	Différents états de polarisation et représentation	19
I.1	Polarisation linéaire	20
I.2	Polarisation circulaire	20
I.3	Polarisation elliptique	21
I.4	Représentation de Jones	22
II	Modification de l'état de polarisation et représentations	23
II.1	Représentation matricielle	23
II.2	Polariseur	23
II.3	Lames retard	24
II.4	Rotateur	25
II.5	Principales matrices de Jones	26
III	Calcul de l'état de polarisation en sortie d'un système	26
III.1	Formulation générale	26
III.2	Systèmes en cascade	26
III.3	Changement de repère	27
III.4	Exemple 1 : effet d'une lame demi-onde suivie d'une lame quart d'onde d'orientations quelconques	27
III.5	Exemple 2 : effet d'une lame retard quelconque sur une polarisation linéaire	28
IV	Analyse d'un état de polarisation inconnu	29
IV.1	Repérer la direction d'une polarisation linéaire	29
IV.2	Analyser une polarisation circulaire ou elliptique	30

V	Conception d'un système utilisant la polarisation	32
V.1	Composants de polarisation passifs	32
V.2	Composants de polarisation actifs	33
V.3	Exemples de systèmes	36
3	Interférences en lumière polarisée	39
I	Interférence entre deux ondes polarisées : cas général	39
II	Interférence à la sortie d'un milieu anisotrope	40
III	Meilleures conditions d'observation	40
III.1	Comment choisir la polarisation incidente pour que les ondes ordinaire et extraordinaire aient la même amplitude ?	40
III.2	Comment alors placer l'analyseur pour que les ondes interfèrent en gardant la même amplitude ?	41
IV	Exemples d'interférences en lumière polarisée	43
IV.1	Lame biréfringente à faces parallèles	43
IV.2	Prisme de Wollaston d'angle faible	44
V	Modifications des conditions d'observation	46
VI	Interférences en lumière blanche	46
VI.1	Principe des interférences en lumière blanche	46
VI.2	Lame biréfringente à faces parallèles	47
VI.3	Prisme de Wollaston d'angle faible	50
VII	Cohérence de polarisation	51
VIII	Allure des franges dans des cas plus complexes (incidence non normale)	51
VIII.1	Lame d'axe optique perpendiculaire aux faces	51
VIII.2	Calcul de la différence de marche(DDM) pour une lame à faces parallèles en fonction de l'angle d'incidence	52
VIII.3	Trouver l'axe lent d'une lame quart d'onde	53
VIII.4	Calcul de la différence de marche en fonction de l'angle d'incidence	54
IX	Interféromètre de polarisation pour une expérience d'optique quantique	55
IX.1	Analyse du fonctionnement de la séparatrice BS_{in}	55
IX.2	Analyse du fonctionnement du bloc « séparatrice BS' + lame demi onde qui précède »	56
IX.3	Analyse du fonctionnement du prisme de Wollaston	56
IX.4	Analyse du fonctionnement du modulateur électrooptique (EOM)	57
IX.5	Analyse du fonctionnement de l'interféromètre complet	57

Chapitre 1

Propagation dans les milieux anisotropes

Historiquement, la première manifestation de l'anisotropie optique de certains cristaux comme le spath d'Islande a été l'apparition de deux images, donc d'une double réfraction. C'est pourquoi ces milieux anisotropes sont aussi appelés matériaux biréfringents.



FIGURE 1.1 – Double réfraction dans un cristal de spath d'Islande ou calcite

I Matériaux biréfringents

I.1 Quelques exemples de matériaux biréfringents

Outre les cristaux comme la calcite, de nombreux matériaux présentent de la biréfringence : des matériaux naturels ou artificiels formés de fibres, ou des plastiques soumis à une déformation mécanique. L'anisotropie des tissus humains formés de fibres de collagène est utilisée en imagerie médicale, et des pathologies comme la fibrose peuvent être détectées par voie optique.



FIGURE 1.2 – Cristal de calcite CaCO_3

Particle and Fiber Identification with Polarized Light Microscopy

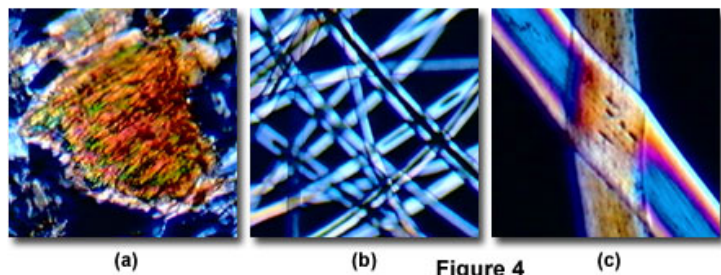


FIGURE 1.3 – Images au microscope polarisant de poudre de bois (a), de fibres de nylon (b) et de cheveux (c)

I.2 Comment caractérise-t-on la biréfringence d'un matériau ?

L'idée de base est qu'il existe différentes valeurs d'indice de réfraction dans le matériau en fonction de la direction de polarisation de la lumière et de sa direction de propagation. Cette propriété peut se caractériser de deux façons : la matrice de permittivité diélectrique et l'ellipsoïde des indices.

La matrice de permittivité diélectrique

Sous l'effet d'un champ électrique incident \vec{E} , des charges sont déplacées dans le matériau, des dipôles sont induits et il s'ensuit une polarisation macroscopique :

$$\vec{P} = \epsilon_0[\chi]\vec{E}$$

Le fait que $[\chi]$ soit une matrice et pas un scalaire traduit le fait que le matériau est anisotrope, donc que les dipôles induits ne sont pas forcément alignés avec le champ électrique exciteur. Le vecteur déplacement \vec{D} qui est la somme, à ϵ_0 près, du champ incident et de la polarisation induite s'écrit :

$$\vec{D} = \epsilon_0([I] + [\chi])\vec{E} = \epsilon_0[\epsilon]\vec{E} \quad (1.1)$$

$[\epsilon]$ est la matrice de permittivité diélectrique du matériau. Si le matériau ne présente pas de pertes par absorption, la matrice $[\epsilon]$ est symétrique et à coefficients réels. Elle peut donc se diagonaliser dans une base propre d'états orthogonaux (x,y,z) et s'écrire :

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

On retrouve le cas d'un milieu isotrope d'indice n lorsque $n_x = n_y = n_z = n$.

L'ellipsoïde des indices

Dans chaque direction de polarisation, donnée par le vecteur \vec{D} , on porte la valeur de l'indice correspondant à cette polarisation : on obtient alors une surface en 3 dimensions qui a une forme d'ellipsoïde (cf figure 1.4). Cette ellipsoïde des indices est une autre façon de caractériser un matériau biréfringent. Son équation s'écrit :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (1.3)$$

On peut représenter graphiquement cet ellipsoïde par des coupes dans les plans Oxz et Oyz (voir figure 1.4).

Lien entre ces deux descriptions par l'équation de propagation

Revenons à la relation entre D et E donnée par les équations (1.1) et (1.2) :

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

On voit que si \vec{E} est parallèle à Ox ($E_y = E_z = 0$) alors \vec{D} est aussi parallèle à Ox et l'indice vu pour cette direction de \vec{D} est n_x . On est bien en accord avec l'équation (1.3) de l'ellipsoïde des indices : en prenant $y = z = 0$, on retrouve bien $x = n_x$. Le même raisonnement s'applique aux directions de \vec{D} parallèles à y (indice n_y) et z (indice n_z). Pour les autres directions de \vec{D} ,

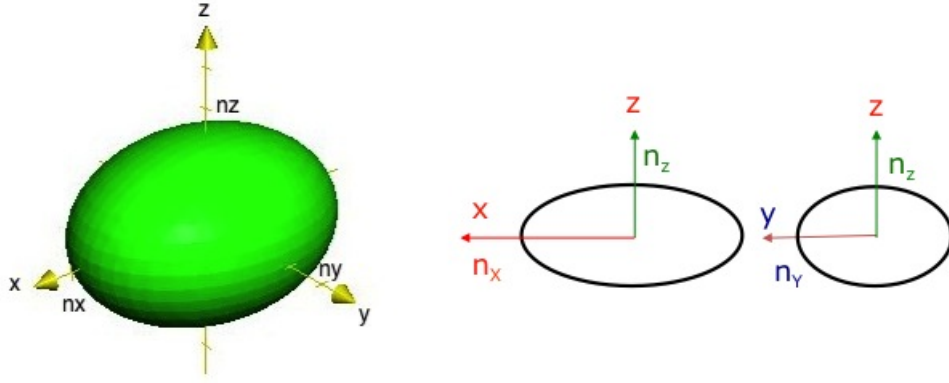


FIGURE 1.4 – Allure 3D et coupes 2D de l'ellipsoïde des indices

on va utiliser l'équation de propagation.

Rappel sur l'équation de propagation

Dans un milieu non magnétique sans sources, les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.5)$$

On cherche une solution sous la forme d'une onde plane de la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (1.6)$$

Les équations de Maxwell se récrivent alors :

$$\vec{k} \cdot \vec{D} = 0 \quad \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B} \quad \vec{k} \times \vec{H} = -\omega \vec{D} \quad (1.7)$$

En combinant ces équations, on peut obtenir l'équation de propagation :

$$\vec{D} = -\frac{1}{\mu_0 \omega^2} \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = \frac{k^2}{\mu_0 \omega^2} [\vec{E} - (\vec{u} \cdot \vec{E}) \vec{u}]$$

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 n^2 [\vec{E} - (\vec{u} \cdot \vec{E}) \vec{u}]} \quad (1.8)$$

où \vec{u} est un vecteur unitaire dans la direction de \vec{k} : $\vec{k} = k \vec{u}$.

En multipliant scalairement l'équation de propagation (1.8) par \vec{D} , on obtient :

$$\frac{D^2}{n^2} = \epsilon_0 \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{D_x^2}{n_x^2} + \frac{D_y^2}{n_y^2} + \frac{D_z^2}{n_z^2} \quad (1.9)$$

Si maintenant on considère un point M de l'ellipsoïde des indices, le vecteur qui relie ce point au centre O de l'ellipsoïde peut s'écrire :

$$\overrightarrow{OM}(x, y, z) = n \frac{\vec{D}}{D} \quad \text{d'où} \quad x = n \frac{D_x}{D} \quad (\text{idem pour } y \text{ et } z)$$

En remplaçant D_x , D_y et D_z par leurs expressions en fonction de x , y et z dans l'équation (1.9), et en divisant par $\frac{D^2}{n^2}$, on retrouve l'équation de l'ellipsoïde des indices donnée en (1.3).

II Polarisation propres et indices associés

II.1 Equation aux valeurs propres sur le vecteur \vec{D}

Pour qu'une onde puisse se propager dans un milieu biréfringent, il faut qu'elle satisfasse :

1) aux équations de Maxwell, donc à l'équation de propagation (1.8) reliant \vec{D} et \vec{E} pour une direction \vec{u} donnée

2) aux propriétés du matériau, qui imposent un lien entre \vec{D} et \vec{E} via la matrice $[\epsilon]$ (eq. 1.4)

Dans un milieu isotrope, la permittivité est un scalaire et le vecteur \vec{D} est parallèle au vecteur \vec{E} , donc toujours perpendiculaire au vecteur $\vec{k} = k\vec{u}$. Le terme en $\vec{u} \cdot \vec{E}$ dans l'équation de propagation est nul, et donc les deux conditions sont toujours remplies. Toute direction de polarisation peut donc se propager avec l'indice n .

Dans un milieu anisotrope, on a deux conditions à remplir qui s'écrivent sous une forme matricielle :

1) l'équation de propagation :

$$\vec{D} = \epsilon_0 n^2 (\vec{E} - (\vec{u} \cdot \vec{E})\vec{u}) = \epsilon_0 n^2 (\vec{E} - [P_{\vec{u}}]\vec{E}) = \epsilon_0 n^2 [P_{\perp}^{\vec{u}}]\vec{E} \quad (1.10)$$

où $[P_{\vec{u}}]$ est la matrice de projection sur \vec{u} et $[P_{\perp}^{\vec{u}}]$ est la matrice de projection sur le plan perpendiculaire à \vec{u} (appelé plan d'onde).

2) la relation entre \vec{E} et \vec{D} que l'on peut écrire à partir de l'inverse de la matrice permittivité :

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} [\epsilon]^{-1} \vec{D} \quad (1.11)$$

Dans la base propre du matériau, l'inverse de la matrice permittivité s'écrit simplement :

$$[\epsilon]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_z^2} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

En combinant les deux conditions (1.10) et (1.11), on obtient :

$$\boxed{\frac{\vec{D}}{n^2} = [P_{\perp}^{\vec{u}}][\epsilon]^{-1}\vec{D} = [A_{\vec{u}}]\vec{D}} \quad (1.13)$$

C'est une équation aux valeurs propres pour la matrice $[A_{\vec{u}}]$ qui dépend de la direction fixée pour le vecteur \vec{u} , donc pour le vecteur d'onde \vec{k} . Les vecteurs propres de cette matrice sont les polarisations propres qui peuvent se propager sans déformation à travers le matériau pour cette direction de \vec{u} . Les valeurs propres $\frac{1}{n^2}$ donnent les indices n associés à ces polarisations propres. Eux aussi dépendent donc de la direction \vec{u} .

II.2 Propriétés des polarisations propres

Il s'agit donc de déterminer les vecteurs propres de la matrice $[A_{\vec{u}}]$ de dimension 3x3. A priori on attend trois valeurs propres mais nous allons voir qu'une d'entre elles est nulle. Pour cela écrivons cette matrice dans un repère associé à la direction \vec{u} , à savoir une base constituée du vecteur \vec{u} lui-même et de deux vecteurs orthogonaux \vec{v} et \vec{w} dans le plan d'onde (perpendiculaire à \vec{u}). Dans cette base la matrice $[P_{\perp}^{\vec{u}}]$ est diagonale et sa première colonne ne contient que

des zéros. Par contre la matrice $[\epsilon]^{-1}$ n'est elle plus diagonale, mais elle reste symétrique et à coefficients réels. On peut donc écrire $[A_{\vec{u}}]$ sous la forme :

$$[A_{\vec{u}}] = [P_{\perp}^{\vec{u}}][\epsilon]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \# & \# & \# \\ \# & a & c \\ \# & c & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \# & a & c \\ \# & c & b \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Le fait que la première ligne de $[A_{\vec{u}}]$ soit uniquement composée de zéros signifie que seule la restriction de $[A_{\vec{u}}]$ au plan d'onde joue un rôle. Ce n'est pas étonnant puisqu'on sait que les vecteurs \vec{D} sont forcément perpendiculaires à \vec{u} donc contenus dans le plan d'onde. On est donc ramené à la recherche de deux vecteurs propres et valeurs propres d'une matrice 2x2 symétrique et à coefficients réels, ce qui implique :

- 2 valeurs propres réelles $\frac{1}{n'^2}$ et $\frac{1}{n''^2}$ (on verra plus loin qu'elles sont forcément positives),
- 2 vecteurs propres orthogonaux \vec{D}' et \vec{D}'' à coefficients réels.

Le fait que les vecteurs propres sont à coefficients réels signifie que ce sont des polarisations linéaires (les polarisations circulaires ou elliptiques sont à coefficients complexes, c'est ce qu'on a vu lors de l'étude des vecteurs de Jones). Notons que cette matrice réduite 2x2 dont les polarisations propres sont les vecteurs propres est en fait à un facteur près la matrice de Jones du système.

En conclusion, pour une direction de propagation \vec{u} dans un milieu biréfringent, il existe deux polarisations propres et elles sont linéaires et orthogonales.

II.3 Orientation des différents vecteurs par rapport à \vec{D}

Dans un milieu isotrope :

- \vec{E} et \vec{D} sont parallèles et transverses (perpendiculaires au vecteur d'onde \vec{k}),
- \vec{B} et \vec{H} leur sont orthogonaux et transverses,
- le vecteur de Poynting $\vec{R} \propto \vec{E} \times \vec{H}$, direction de propagation de l'énergie (correspondant au rayon), est orthogonal à \vec{E} et \vec{H} , donc parallèle à \vec{k} .

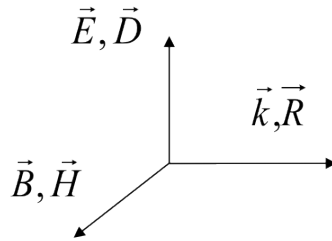


FIGURE 1.5 – Onde dans un milieu isotrope

Dans un milieu anisotrope :

- \vec{E} et \vec{D} ne sont plus parallèles en général,
- \vec{R} vecteur de Poynting, direction du rayon lumineux, n'est plus parallèle au vecteur d'onde \vec{k} (direction de propagation de la phase),
- \vec{D} , \vec{E} , \vec{R} et \vec{k} sont dans le plan de polarisation (perpendiculaire à \vec{B} et \vec{H}),
- \vec{D} reste orthogonal à \vec{k} , \vec{E} orthogonal à \vec{R} .

A retenir sur la propagation des ondes dans un milieu anisotrope :

- 1) Dans un milieu anisotrope, l'indice vu par une onde dépend de sa polarisation ;
- 2) La position relative des différents vecteurs caractérisant une onde plane dans un milieu anisotrope est donnée par la figure 1.6 ;

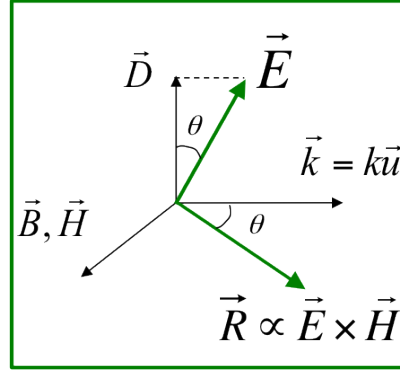


FIGURE 1.6 – Onde dans un milieu anisotrope

3) Les deux polarisations pouvant se propager sans déformation et les indices correspondants dépendent de la direction de propagation \vec{u} ;

4) Les polarisations propres sont orthogonales.

II.4 Détermination des polarisations propres à partir de l'ellipsoïde des indices

Nous allons voir comment on peut utiliser l'ellipsoïde des indices pour retrouver toutes les propriétés d'une onde se propageant dans un milieu anisotrope.

Montrons tout d'abord qu'on peut retrouver la direction du champ \vec{E} à partir de cet ellipsoïde. Pour une direction de \vec{D} repérée par un point de coordonnées (x_0, y_0, z_0) sur l'ellipsoïde des indices, la direction \vec{E} est donnée via la matrice permittivité par :

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\epsilon_0} \begin{bmatrix} D_x/n_x^2 \\ D_y/n_y^2 \\ D_z/n_z^2 \end{bmatrix} = \frac{D}{\epsilon_0 n} \begin{bmatrix} x_0/n_x^2 \\ y_0/n_y^2 \\ z_0/n_z^2 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Or le vecteur normal à l'ellipsoïde des indices au point (x_0, y_0, z_0) s'écrit justement :

$$\begin{bmatrix} x_0/n_x^2 \\ y_0/n_y^2 \\ z_0/n_z^2 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

On a donc montré que pour une direction de \vec{D} fixée par un point M sur l'ellipsoïde des indices, \vec{E} est normal à l'ellipsoïde au point M. Le champ magnétique \vec{B} , qui doit être orthogonal à \vec{D} et \vec{E} , est donc tangent à l'ellipsoïde en ce point M.

A partir de ces propriétés on peut retrouver les polarisations propres pour une direction de propagation \vec{k} donnée. On sait que :

- \vec{D} est dans le plan d'onde (orthogonal à \vec{k}) donc à l'intersection de l'ellipsoïde des indices et du plan orthogonal à \vec{k} , ce qui définit une ellipse ;
- \vec{B} est dans le plan d'onde donc dans le plan de cette ellipse, et tangent à l'ellipsoïde ;
- \vec{D} est orthogonal à \vec{B} .

Les seules possibilités pour les polarisations propres \vec{D}' et \vec{D}'' sont donc les deux axes de l'ellipse (cf figure 1.7).

Dans le cas particulier d'un milieu uniaxe, l'ellipsoïde des indices est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe optique z , d'équation :

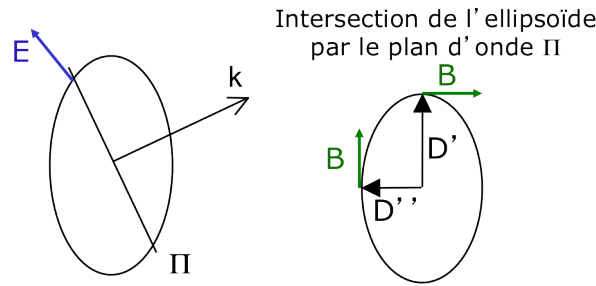


FIGURE 1.7 – Détermination des polarisations propres à partir de l'ellipsoïde des indices dans le cas général (biaxe)

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (1.17)$$

Lorsqu'on coupe cet ellipsoïde par le plan d'onde, l'ellipse obtenue a toujours un des ses axes qui a une longueur n_o et qui est perpendiculaire à l'axe optique : c'est la polarisation ordinaire, toujours perpendiculaire à l'axe optique z . Le champ \vec{E}_o correspondant, normal à l'ellipsoïde, est dans la même direction que \vec{D}_o . L'autre polarisation propre est dans le plan contenant l'axe optique, l'indice qui lui correspond est intermédiaire entre n_o et n_e . \vec{D}_e est suivant l'axe de l'ellipse et \vec{E}_e est suivant la normale, dans le même plan que \vec{k} et \vec{D}_e . On trouve donc que \vec{E}_e et \vec{E}_o sont orthogonaux, tout comme \vec{D}_o et \vec{D}_e .

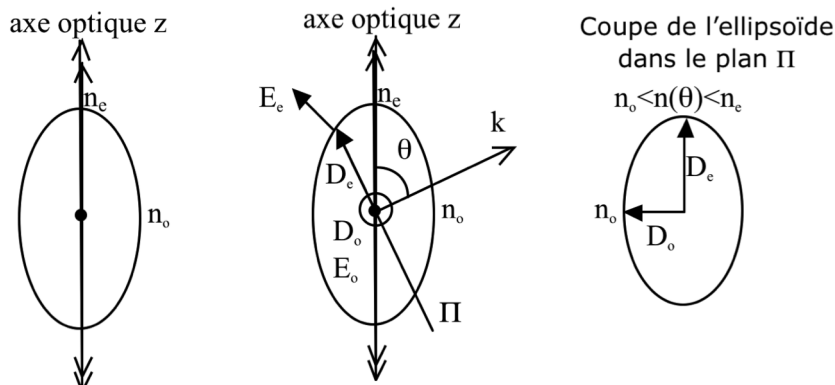


FIGURE 1.8 – Détermination des polarisations propres à partir de l'ellipsoïde des indices pour un milieu uniaxe

III Propagation des rayons et des vecteurs d'onde dans un milieu uniaxe

Dans cette partie nous allons nous intéresser aux valeurs propres associées aux polarisations propres, et nous verrons qu'on peut les représenter en fonction de la direction du vecteur d'onde sous la forme de la surface des indices. Par analogie, nous définirons ce même type de surface pour les rayons, qui sera appelée surface des vitesses radiales. Celle-ci nous sera très utile pour construire la double réfraction des rayons dans un milieu anisotrope.

III.1 Equation de Fresnel

Pour une direction du vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}$, on a vu qu'il existait deux polarisations propres solutions de l'équation aux valeurs propres (1.13). On cherche maintenant les deux valeurs d'indices possibles pour cette direction de propagation : $n'(\vec{u})$ et $n''(\vec{u})$

Pour les déterminer, il faut résoudre l'équation aux valeurs propres (1.13) donc trouver les solutions $\frac{1}{n^2}$ qui vérifient :

$$\det\{[A_{\vec{u}}] - \frac{1}{n^2}[I]\} = 0 \quad (1.18)$$

Pour calculer le déterminant de cette matrice 3x3 en fonction de la direction de \vec{u} , on se place dans la base des états propres du matériau, dans laquelle les matrices $[\epsilon]$ et $[\epsilon]^{-1}$ sont diagonales. Dans cette base, le tenseur $[\epsilon]^{-1}$ est donné par l'équation (1.12). Pour une direction quelconque du vecteur d'onde, on peut écrire le vecteur unitaire \vec{u} dans cette direction sous la forme :

$$[\vec{u}] = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

A partir de là, on peut écrire la matrice de la projection sur le plan perpendiculaire à \vec{u} :

$$[P_{\perp}^{\vec{u}}] = [I] - [P^{\vec{u}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \alpha^2 & -\alpha\beta & -\alpha\gamma \\ -\alpha\beta & 1 - \beta^2 & -\beta\gamma \\ -\alpha\gamma & -\beta\gamma & 1 - \gamma^2 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

On obtient la matrice $[A_{\vec{u}}]$ en multipliant $[P_{\perp}^{\vec{u}}]$ par $[\epsilon]^{-1}$, et finalement l'équation (1.18) s'écrit :

$$\begin{vmatrix} \frac{(1-\alpha^2)}{n_x^2} - \frac{1}{n^2} & \frac{-\alpha\beta}{n_y^2} & \frac{-\alpha\gamma}{n_z^2} \\ \frac{-\alpha\beta}{n_x^2} & \frac{(1-\beta^2)}{n_y^2} - \frac{1}{n^2} & \frac{-\beta\gamma}{n_z^2} \\ \frac{-\alpha\gamma}{n_x^2} & \frac{-\beta\gamma}{n_y^2} & \frac{(1-\gamma^2)}{n_z^2} - \frac{1}{n^2} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.21)$$

On obtient une équation avec des termes en $\frac{1}{n^6}$, $\frac{1}{n^4}$ et $\frac{1}{n^2}$. Le terme indépendant de n s'annule, ce qui est lié au fait que $\det[A_{\vec{u}}] = 0$, comme on peut le voir d'après l'équation (1.14). On retrouve le fait qu'il n'y aura que deux valeurs propres, la 3e étant nulle. On obtient finalement une équation du second degré en $\frac{1}{n^2}$:

$$\frac{1}{n^4} - \frac{1}{n^2} \left(\frac{\beta^2 + \gamma^2}{n_x^2} + \frac{\gamma^2 + \alpha^2}{n_y^2} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{n_z^2} \right) + \frac{\alpha^2}{n_y^2 n_z^2} + \frac{\beta^2}{n_z^2 n_x^2} + \frac{\gamma^2}{n_x^2 n_y^2} = 0 \quad (1.22)$$

Cette équation est du type $\frac{1}{n^4} - S\frac{1}{n^2} + P = 0$, avec S et P positifs. Les deux solutions n'^2 et n''^2 , dont on a déjà montré qu'elles étaient réelles, sont positives, puisque leur somme S et leur produit P sont positifs. On obtient donc deux solutions n' et n'' qui sont réelles, ce qui correspond bien à une propagation sans absorption (hypothèse de départ). Après quelques lignes de calcul, cette équation peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\alpha^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_y^2} \right) \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_z^2} \right) + \beta^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_z^2} \right) \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_x^2} \right) + \gamma^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_x^2} \right) \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_y^2} \right) = 0 \quad (1.23)$$

Cette équation s'appelle l'équation de Fresnel aux indices, et ses solutions sont les indices propres $n'(\vec{u})$ et $n''(\vec{u})$ pour une direction de propagation caractérisée par les coefficients (α, β, γ) .

III.2 Surface des indices

La surface des indices est une représentation graphique des indices vus par une onde pour une direction de propagation donnée. A partir d'un point origine O , on porte les deux valeurs possibles de l'indice n dans la direction du vecteur d'onde \vec{k} .

Les points N de cette surface vérifient donc : $\overrightarrow{ON} = n(\vec{u})\vec{u}$. Cette surface comporte deux nappes, puisqu'il y a deux valeurs possibles de n pour chaque direction \vec{u} . En reprenant les notations précédentes pour les coordonnées du vecteur u , on a : $\overrightarrow{ON} = (X = n\alpha, Y = n\beta, Z = n\gamma)$ avec $X^2 + Y^2 + Z^2 = n^2$. L'équation de Fresnel aux indices devient alors :

$$X^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_y^2}\right)\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_z^2}\right) + Y^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_z^2}\right)\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) + Z^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_x^2}\right)\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_y^2}\right) = 0 \quad (1.24)$$

C'est une surface à deux nappes assez complexe dans le cas général où $n_x \neq n_y \neq n_z$.

Commençons donc par étudier le cas où $n_x = n_y = n_o$. On note alors $n_z = n_e$. On peut réécrire l'équation de la surface des indices sous la forme :

$$\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_o^2}\right)\left((X^2 + Y^2)\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_e^2}\right) + Z^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_o^2}\right)\right) = 0 \quad (1.25)$$

que l'on peut réécrire, en utilisant $X^2 + Y^2 + Z^2 = n^2$:

$$\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_o^2}\right)\left(\frac{X^2 + Y^2}{n_e^2} + \frac{Z^2}{n_o^2} - 1\right) = 0 \quad (1.26)$$

La solution $n = n_o$ est valable pour toutes les directions de propagation et donne une sphère de rayon n_o . Le second terme $\frac{X^2 + Y^2}{n_e^2} + \frac{Z^2}{n_o^2} = 1$ est l'équation d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe Z qui vaut n_o dans la direction Z et n_e dans toutes les directions perpendiculaires à Z . Pour une propagation dans la direction Z , on n'a donc qu'une seule valeur d'indice possible : $n = n_o$. C'est l'axe optique du milieu, appelé milieu uniaxe. La figure 1.9 présente cette surface des indices dans un milieu uniaxe positif, c'est-à-dire pour lequel $n = n_e$ est plus grand que $n = n_o$.

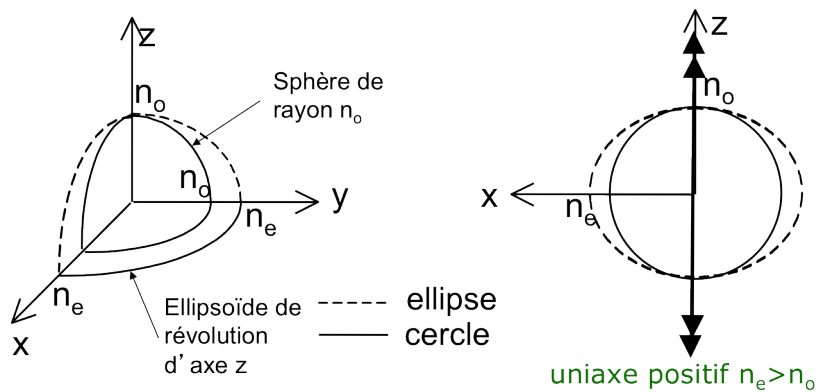


FIGURE 1.9 – Surface des indices dans un milieu uniaxe avec deux indices $n_x = n_y = n_o < n_z = n_e$. Elle est constituée d'une sphère de rayon n_o et d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe z , axe optique du matériau.

Revenons maintenant au cas général où les trois indices propres sont différents, par exemple $n_x < n_y < n_z$. On va retrouver les formes simples du cas uniaxe uniquement dans les plans

de coupe de la surface avec les plans $X = 0$, $Y = 0$ et $Z = 0$. Par exemple dans le plan Oxz ($Y = 0$), on obtient :

$$\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_y^2}\right)\left(\frac{X^2}{n_z^2} + \frac{Z^2}{n_x^2} - 1\right) = 0 \quad (1.27)$$

Comme on est dans un plan de coupe, on obtient un cercle $n = n_y$ pour l'annulation du premier terme et une ellipse de grand axe $X = n_z$ et de petit axe $Z = n_x$ pour le 2e terme. Par permutations circulaires, on peut reconstruire les trois intersections pour les trois plans. La façon dont ces intersections se connectent est représentée sur la figure 1.10. Il faut imaginer l'allure globale avec deux nappes qui se rejoignent en 4 points dans les directions ON et ON' représentée sur la partie droite de la figure. Ce sont les seules directions de propagation pour lesquelles il n'y a qu'un seul indice, correspondant à la valeur intermédiaire entre les 3 indices propres du milieu. Ces deux directions sont les axes optiques du milieu, que l'on appelle un milieu biaxe.

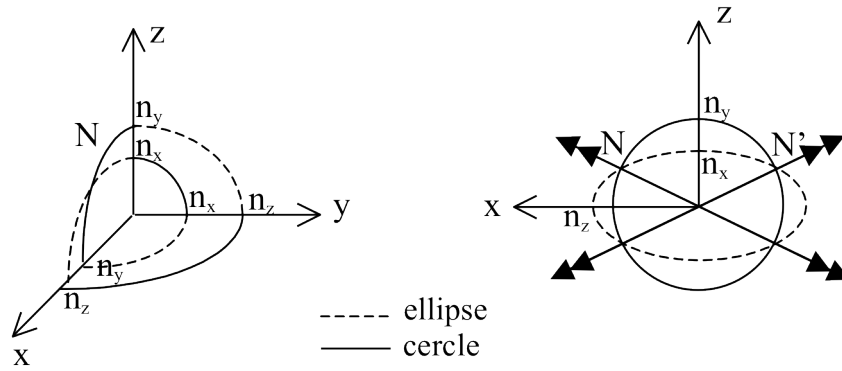


FIGURE 1.10 – Surface des indices dans un milieu avec trois indices $n_x < n_y < n_z$: surface complexe à deux nappes dont on a représenté ici uniquement les coupes dans les plans Oxy , Oxz et Oyz . La figure de droite dans le plan Oxz montre qu'il existe deux directions ON et ON' pour lesquelles il n'y a qu'un seul indice, ici n_y . C'est pourquoi on l'appelle un milieu biaxe.

III.3 Surface des vitesses radiales ou surface d'onde

On vient de voir que pour une direction de propagation \vec{k} fixée, on avait deux indices possibles n' et n'' associés à deux polarisations propres \vec{D}' et \vec{D}'' . Pour chacun des couples (\vec{k}, \vec{D}) fixé, on a une direction \vec{R} du vecteur de Poynting ($\vec{E} \times \vec{B}$), qui est la direction du rayon. De façon similaire, si on choisit une direction de rayon \vec{R} , on aura deux vitesses radiales v'_r et v''_r pour 2 polarisations \vec{E}' et \vec{E}'' . Le lien entre vitesse radiale comptée le long du rayon et vitesse normale comptée le long du vecteur d'onde est illustré sur la figure 1.11.

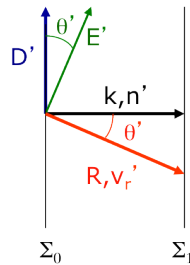


FIGURE 1.11 – Définition de la vitesse radiale : $v_r = c/n \cos \theta$

La surface des vitesses radiales est une représentation graphique des vitesses radiales le long d'une direction de rayon donnée. A partir d'un point origine O, on porte les deux valeurs possibles de la vitesse v_r dans la direction du rayon $\vec{R}(\alpha_R, \beta_R, \gamma_R)$. La forme de cette surface est déterminée à partir de l'équation de Fresnel aux vitesses radiales que l'on ne démontre pas ici mais qui est similaire à celle pour les indices :

$$\frac{\alpha_R^2 v_x^2}{v^2 - v_x^2} + \frac{\beta_R^2 v_y^2}{v^2 - v_y^2} + \frac{\gamma_R^2 v_z^2}{v^2 - v_z^2} = 0 \tag{1.28}$$

avec $v_x = \frac{c}{n_x}$, $v_y = \frac{c}{n_y}$ et $v_z = \frac{c}{n_z}$. On a une surface à deux nappes très similaire à la surface des indices, mais avec les points caractéristiques sur les axes repérés par $\frac{c}{n_i}$ ou encore $\frac{1}{n_i}$.

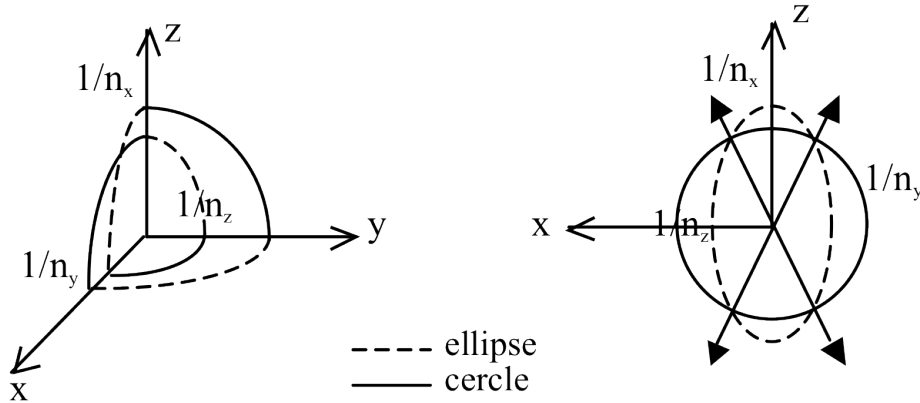


FIGURE 1.12 – Surface des vitesses dans un milieu biaxe avec $n_x < n_y < n_z$: surface complexe à deux nappes dont on a représenté ici uniquement les coupes dans les plans Oxy, Oxz et Oyz. La figure de droite dans le plan Oyz montre qu'il existe deux directions de rayons pour lesquelles il n'y a qu'une seule vitesse, ici $\frac{1}{n_y}$.

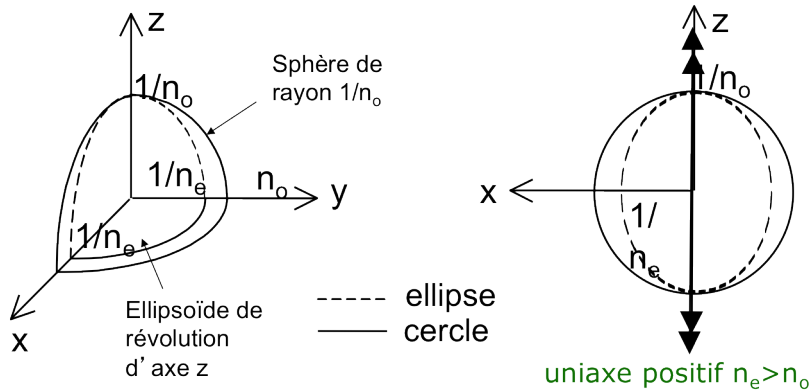


FIGURE 1.13 – Surface des vitesses dans un milieu uniaxe avec deux indices $n_x = n_y = n_o < n_z = n_e$. Elle est constituée d'une sphère de rayon $\frac{1}{n_o}$ et d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe z, axe optique du matériau.

III.4 Résumé des propriétés des surfaces caractéristiques

Nous avons vu trois types de surfaces caractéristiques pour un milieu anisotrope :

- **l'ellipsoïde des indices** : on porte dans la direction de \vec{D} (direction de polarisation pouvant se propager dans le milieu) la valeur d'indice associée. C'est la surface la plus simple (une seule nappe) pour représenter les caractéristiques diélectriques du milieu.

- la surface des vitesses (radiales) : on porte dans la direction d'un rayon (direction de propagation de l'énergie, direction du vecteur de Poynting) les deux valeurs de vitesses de propagation correspondant aux deux polarisations propres pouvant se propager le long de ce rayon. C'est une surface plus complexe, à deux nappes, utile pour construire la réfraction ou la réflexion des rayons dans un matériau anisotrope.

- la surface des indices : on porte dans la direction d'un vecteur d'onde (perpendiculaire à la surface d'onde) les deux valeurs d'indice correspondant aux deux polarisations propres pouvant se propager dans cette direction. C'est aussi une surface à deux nappes, qui sera surtout utile pour calculer les différences de marche dans un milieu anisotrope.

La figure 1.14 montre les surfaces des vitesses et des indices pour les milieux uniaxes positifs ou négatifs.

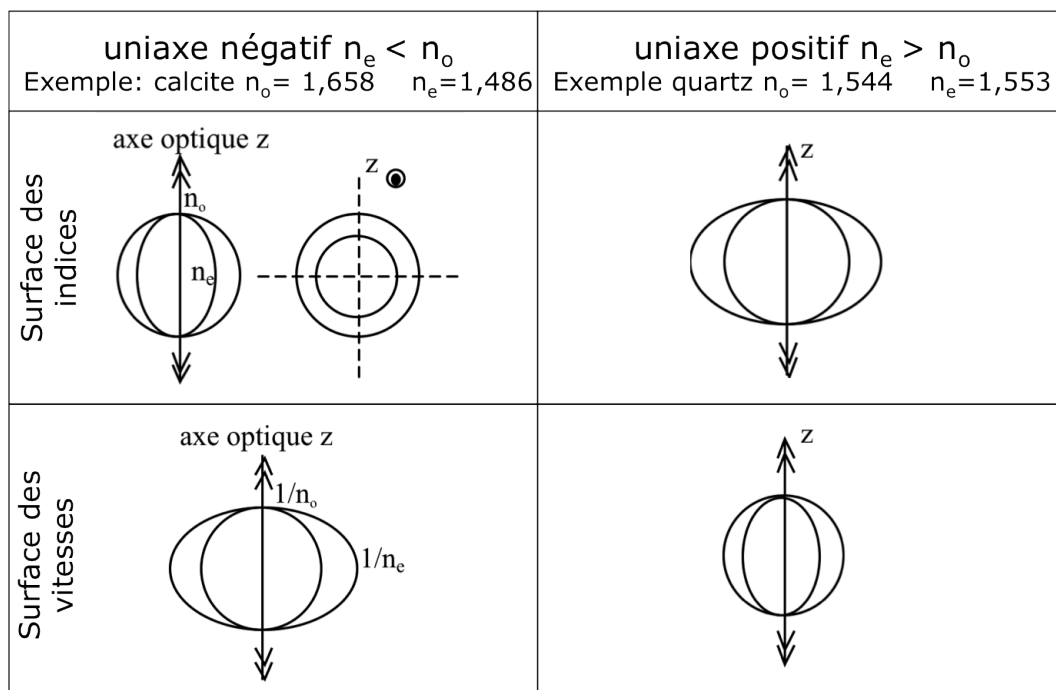


FIGURE 1.14 – Surfaces caractéristiques pour les milieux uniaxes

IV Réfraction : construction des rayons avec la surface des vitesses

L'existence de deux indices de réfraction possibles va conduire au phénomène de double réfraction, et au dédoublement des images. Nous allons voir maintenant comment utiliser la surface des vitesses, celle qui justement représente la direction du rayon, pour construire les rayons réfractés à l'interface entre un milieu isotrope et un milieu anisotrope. Chaque rayon se propageant après réfraction dans le milieu anisotrope va correspondre à un état de polarisation (vecteur E et D) spécifique, qu'il va falloir également déterminer. Les constructions se font par analogie avec les méthodes employées pour les milieux isotropes, ici la construction de Huyghens.

IV.1 Rappel de la construction de Huyghens dans le cas d'un milieu isotrope

On considère une interface plane entre un milieu d'indice 1 et un milieu d'indice n . Un rayon incident sur cette interface fait un angle d'incidence i avec la normale (cf figure 1.15). A partir du point d'intersection O de ce rayon avec l'interface, on trace deux cercles, l'un de rayon 1, l'autre de rayon $1/n$. En l'absence d'interface, le rayon aurait poursuivi son chemin jusqu'au point I sur le cercle de rayon 1 suivant le tracé en pointillé. On trace, toujours en pointillé, la tangente au cercle de rayon 1 au point I : elle vient couper l'interface en un point J . Ce point J est atteint par l'onde incidente au même instant où le rayon aurait atteint le point I en l'absence d'interface. Mais en arrivant au point O , la vitesse de propagation passe de c à c/n . Au lieu d'atteindre le point I , le rayon atteindra donc un point plus proche, situé sur le cercle de rayon $1/n$. Le plan d'onde après réfraction passera donc par le point J et par un point de ce cercle de rayon $1/n$: on peut tracer ce plan d'onde en traçant la tangente au cercle de rayon $1/n$ passant par le point J . Le point de tangence K est le point par lequel passera le rayon réfracté issu du point O . On peut vérifier que l'angle r du rayon réfracté avec la normale vérifie bien la loi de Descartes $\sin i = n \sin r$.

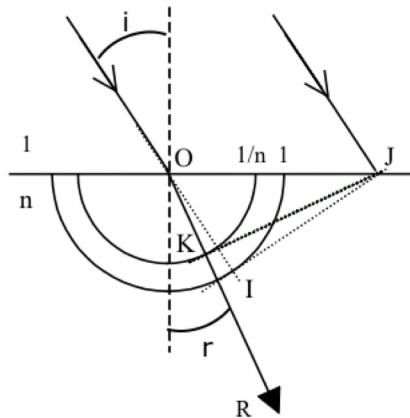


FIGURE 1.15 – Construction d'Huyghens dans le cas de milieux isotropes

IV.2 Construction dans le cas d'un milieu anisotrope uniaxe

On considère un rayon incident sur une interface plane entre un milieu d'indice 1 et un milieu anisotrope uniaxe positif d'axe optique parallèle à l'interface et contenu dans le plan d'incidence. A partir du point d'intersection O de ce rayon avec l'interface, on trace les surfaces des vitesses pour le milieu incident et le milieu émergent, à savoir :

- un cercle de rayon 1 pour le milieu incident
- un cercle de rayon $1/n_o$ pour l'ordinaire du milieu émergent
- une ellipse d'axe $1/n_o$ dans la direction de l'axe optique et d'axe $1/n_e$ dans la direction perpendiculaire.

Comme pour le tracé isotrope, on prolonge le rayon incident jusqu'au cercle de rayon 1 (point I), puis on trace la tangente au cercle en ce point et on trouve le point d'intersection J avec l'interface. A partir du point J , on trace les tangentes au cercle ordinaire (point d'intersection K_o) et à l'ellipse extraordinaire (point d'intersection K_e). On obtient ainsi les rayons réfractés ordinaire \vec{R}_o et extraordinaire \vec{R}_e .

Il s'agit maintenant de déterminer quelles polarisations propres correspondent à ces rayons réfractés. Pour cela on va utiliser les propriétés suivantes des vecteurs \vec{E} , \vec{D} , \vec{k} et \vec{R} ordinaires et extraordinaires :

- \vec{E}_o : perpendiculaire à l'axe optique et perpendiculaire au rayon ordinaire \vec{R}_o

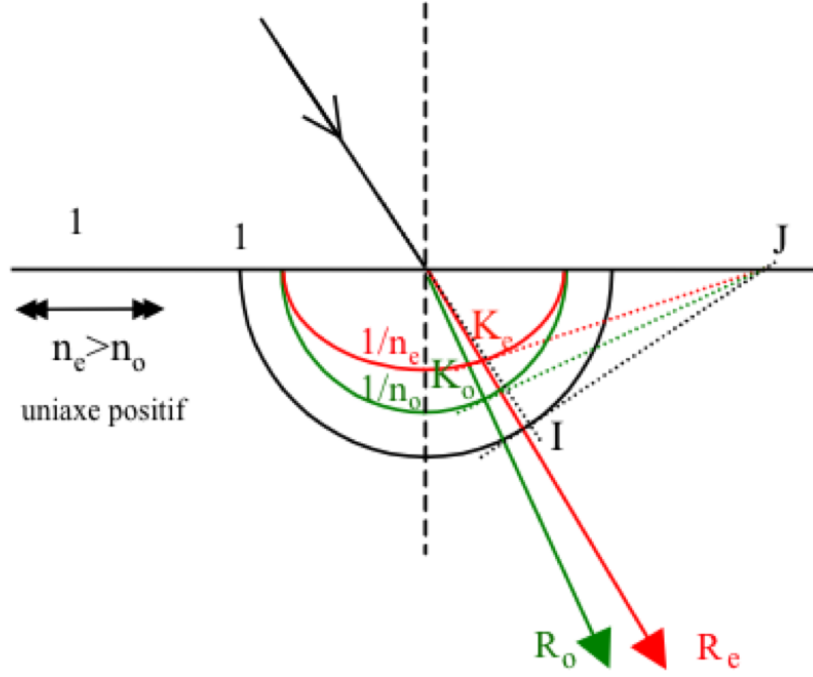


FIGURE 1.16 – Construction des rayons réfractés dans un milieu anisotrope uniaxe

- \vec{D}_o : parallèle à \vec{E}_o
- \vec{E}_e : perpendiculaire à \vec{E}_o et perpendiculaire au rayon extraordinaire \vec{R}_e
- \vec{D}_e : dans le même plan que \vec{E}_e et \vec{R}_e et dans le plan tangent à la surface des vitesses extraordinaires (déjà tracé pour la construction)
- si besoin \vec{k}_e : dans le même plan que \vec{E}_e , \vec{R}_e et \vec{D}_e et orthogonal à \vec{D}_e

Plusieurs de ces propriétés ont été démontrées en utilisant l'ellipsoïde des indices dans un milieu uniaxe (cf figure 1.8). Le fait que \vec{D}_e est tangent à la nappe extraordinaire de la surface des vitesses radiales est dans le plan tangent à la surface des vitesses est démontré ci-dessous.

Démonstration annexe : \vec{D}_e est tangent à la nappe extraordinaire de la surface des vitesses radiales

La nappe extraordinaire de la surface des vitesses dans un milieu uniaxe a pour équation :

$$n_e^2 x^2 + n_e^2 y^2 + n_o^2 z^2 = 1 \quad (1.29)$$

Pour une direction du rayon \vec{R}_e de coordonnées $(\alpha_R, \beta_R, \gamma_R)$ dans le repère (x, y, z) , le vecteur normal à la nappe extraordinaire dans la direction de \vec{R}_e s'écrit :

$$\vec{N}_e = \begin{bmatrix} \alpha_R n_e^2 \\ \beta_R n_e^2 \\ \gamma_R n_o^2 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

On peut relier \vec{D}_e à \vec{E}_e en utilisant la relation constitutive :

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Finalement le produit scalaire de \vec{N}_e par \vec{D}_e donne :

$$\vec{N}_e \cdot \vec{D}_e = \epsilon_0 n_o^2 n_e^2 (\alpha_R E_x + \beta_R E_y + \gamma_R E_z) = \epsilon_0 n_o^2 n_e^2 \vec{R}_e \cdot \vec{E}_e = 0 \quad (1.32)$$

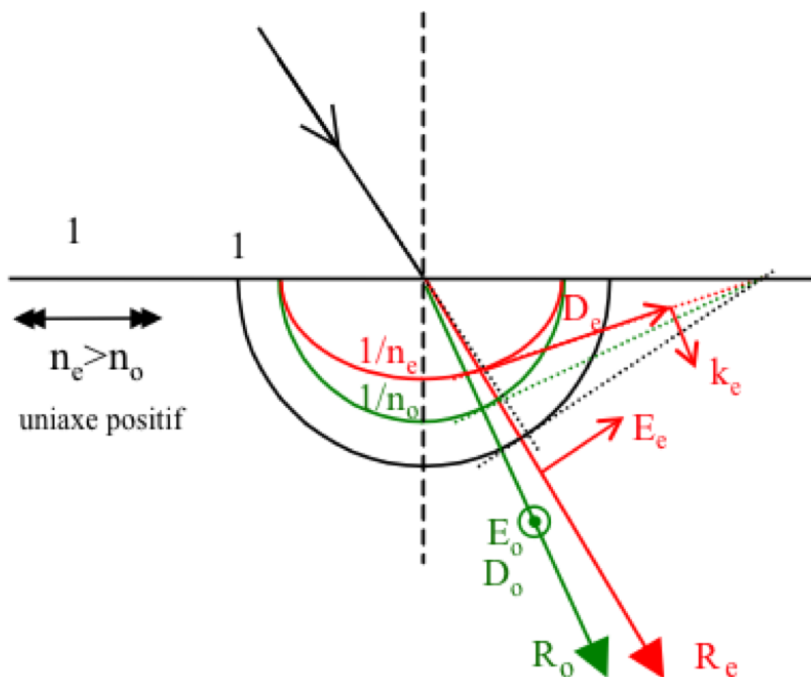


FIGURE 1.17 – Construction des polarisations associées aux rayons réfractés

On trouve bien que \vec{D}_e est tangent à la nappe extraordinaire de la surface des vitesses radiales.

En utilisant ces propriétés sur la construction des rayons réfractés, on obtient les directions de tous les vecteurs associés à chaque rayon (cf figure 1.17). Selon la polarisation du rayon incident, l'intensité se répartira entre les deux rayons réfractés :

- si la lumière n'est pas polarisée, on aura la moitié de l'intensité sur chaque rayon ;
- si elle est déjà polarisée linéairement perpendiculaire au plan d'incidence (donc parallèle à \vec{E}_o), toute son intensité suivra le rayon ordinaire ;
- si elle est déjà polarisée linéaire parallèlement au plan d'incidence, toute l'intensité suivra le rayon extraordinaire ;
- pour un champ incident quelconque, sa projection sur la direction ordinaire suivra le trajet du rayon ordinaire, l'autre composante suivra le trajet extraordinaire.

V Ce qu'il faut retenir de ce chapitre

1) Dans un milieu anisotrope, seules deux polarisations peuvent se propager sans déformation et elles sont orthogonales. Si le milieu présente de l'anisotropie linéaire, ces polarisations propres sont des polarisations linéaires.

2) L'anisotropie d'un cristal est caractérisée par son ellipsoïde des indices qui donne la valeur de l'indice vue dans la direction du vecteur déplacement D . Son équation est :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (1.33)$$

Dans le cas d'un milieu uniaxe d'axe z , cet ellipsoïde est de révolution autour de l'axe z , avec un indice dit extraordinaire $n_e = n_z$ et un indice dit ordinaire $n_o = n_x = n_y$.

3) On peut trouver les polarisations propres pour une direction du vecteur d'onde k donnée en coupant l'ellipsoïde des indices par un plan perpendiculaire à k : les axes de l'ellipse obtenue donnent les directions des polarisations propres et leur longueur les valeurs d'indice correspondantes.

4) Si l'on se propage suivant l'axe optique d'un milieu anisotrope, on ne voit qu'un seul indice quel que soit la polarisation de l'onde. Dans le cas général, il existe deux axes de ce type, le milieu est alors dit biaxe, et l'indice vu est l'indice propre de valeur intermédiaire. Dans un milieu uniaxe, cet indice est l'indice ordinaire. Il ne faut pas confondre axe optique du cristal et axe optique d'un système optique (qui est en général la direction de propagation des faisceaux).

5) Pour une onde se propageant dans un milieu anisotrope, ses vecteurs E , D , k et R (vecteur de Poynting et direction du rayon) sont tous dans un même plan. E reste perpendiculaire à R et D perpendiculaire à k . Par contre D et E ne sont en général pas parallèles, et k et R non plus, sauf pour l'onde ordinaire et dans certains cas particuliers de l'onde extraordinaire (propagation perpendiculaire à l'axe optique).

6) La surface des indices est une surface à 2 nappes qui donne les 2 valeurs d'indice possibles dans chaque direction du vecteur d'onde k . Elle n'a une forme simple que dans le cas d'un milieu uniaxe : l'une des nappes est une sphère de rayon n_o et l'autre un ellipsoïde de révolution autour de l'axe optique qui vaut n_o dans la direction de l'axe optique et ne dans les directions perpendiculaires. Il ne faut pas la confondre avec l'ellipsoïde des indices.

7) La surface des vitesses radiales est une surface à 2 nappes qui donne les 2 valeurs de vitesses radiales (divisées par la vitesse de la lumière c) possibles dans chaque direction du rayon R . Elle n'a une forme simple que dans le cas d'un milieu uniaxe : l'une des nappes est une sphère de rayon $1/n_o$ et l'autre un ellipsoïde de révolution autour de l'axe optique qui vaut $1/n_o$ dans la direction de l'axe optique et $1/n_e$ dans les directions perpendiculaires.

8) On utilise la surface des vitesses pour construire les rayons réfractés entre un milieu isotrope et un milieu uniaxe ou entre deux milieux uniaxes. Le principe de la construction est similaire à celui de la construction de Huyghens dans les milieux isotropes et il est utile de savoir faire ce type de construction dans les différents cas possibles.

Chapitre 2

Lumière polarisée

La polarisation de la lumière constitue un degré de liberté fondamental dans l'analyse et le contrôle des champs électromagnétiques. Cette section s'attache à décrire rigoureusement les états de polarisation à l'aide de représentations graphiques et formalisées (vecteurs de Jones), en lien avec les composantes transverses du champ électrique. On étudiera le comportement de la polarisation à travers divers éléments optiques, passifs (polariseurs dichroïques, lames biréfringentes) et actifs (isolateurs optiques, modulateurs électro-optiques, cristaux liquides), en mettant l'accent sur leur modélisation et leur intégration dans des architectures optiques. Les objectifs sont multiples : déterminer analytiquement l'état de polarisation en sortie d'un système complexe, caractériser expérimentalement un état inconnu à l'aide de mesures polarimétriques, et concevoir des dispositifs exploitant la polarisation comme variable fonctionnelle dans des applications photoniques.

I Différents états de polarisation et représentation

Onde plane monochromatique totalement polarisée

Une onde plane monochromatique totalement polarisée peut être représentée par un champ électrique complexe s'écrivant sous la forme :

$$\vec{E}_{\text{complexe}} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}, \quad (2.1)$$

où \vec{E}_0 désigne le vecteur amplitude complexe transverse. En choisissant une propagation selon z , on peut écrire :

$$\vec{E}_0 = E_x \hat{u}_x + E_y e^{i\varphi} \hat{u}_y, \quad (2.2)$$

avec $E_x, E_y \in \mathbb{R}$ et φ le déphasage (ou retard de phase) de la composante y par rapport à la composante x .

Le champ électrique réel, mesurable, est alors donné par la partie réelle du champ complexe :

$$\vec{E}_{\text{réel}}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left[\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \right]. \quad (2.3)$$

Représentation graphique : La trajectoire décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{E}_{\text{réel}}$ dans le plan transverse (x, y) décrit une courbe (généralement une ellipse) appelée *ellipse de polarisation*, dont la forme dépend des amplitudes E_x, E_y et du déphasage φ .

I.1 Polarisation linéaire

$$\vec{E}_{\text{complexe}}(\vec{r}, t) = (E_{0x} \vec{u}_x + E_{0y} \vec{u}_y) e^{-i\omega t}, \quad (2.4)$$

$$\vec{E}_{\text{réel}}(\vec{r}, t) = (E_{0x} \vec{u}_x + E_{0y} \vec{u}_y) \cos(\omega t), \quad (2.5)$$

avec $E_{0x}, E_{0y} \in \mathbb{R}$.

Cela correspond à une polarisation **linéaire** : le vecteur champ électrique réel $\vec{E}_{\text{réel}}$ oscille dans un plan fixe selon une direction constante, déterminée par les rapports des amplitudes E_{0x} et E_{0y} .

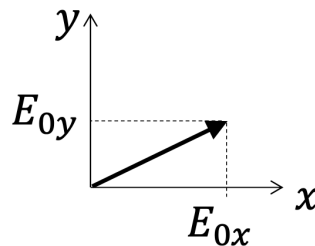


FIGURE 2.1 – Illustration d'une polarisation linéaire

I.2 Polarisation circulaire

La polarisation est dite **circulaire** lorsque les composantes du champ électrique selon deux directions orthogonales sont de même amplitude mais déphasées de $\pm \frac{\pi}{2}$. Le champ électrique complexe s'écrit alors :

$$\vec{E}_{\text{complexe}}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\vec{u}_x \pm i\vec{u}_y) e^{-i\omega t}, \quad (2.6)$$

et le champ réel associé est :

$$\vec{E}_{\text{réel}}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\vec{u}_x \cos(\omega t) \pm \vec{u}_y \sin(\omega t)). \quad (2.7)$$

Dans ce cas, le vecteur champ électrique $\vec{E}_{\text{réel}}$ décrit un cercle dans le plan transverse (x, y) au cours du temps.

Le signe \pm devant le terme $i\vec{u}_y$ (dans l'expression complexe) ou devant $\sin(\omega t)$ (dans l'expression réelle) indique le sens de rotation du vecteur champ électrique :

- le signe moins ($-$) correspond à une **polarisation circulaire droite** (rotation dans le sens horaire pour un observateur recevant l'onde),
- le signe plus ($+$) correspond à une **polarisation circulaire gauche** (rotation dans le sens trigonométrique).

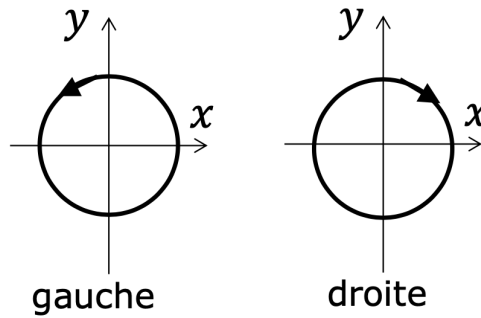


FIGURE 2.2 – Illustration d'une polarisation circulaire

I.3 Polarisation elliptique

La polarisation est dite **elliptique** lorsque les composantes du champ électrique selon deux directions orthogonales ont des amplitudes différentes et un déphasage quelconque. C'est le cas le plus général de polarisation totale. Le champ électrique complexe s'écrit alors :

$$\vec{E}_{\text{complexe}}(\vec{r}, t) = (E_{0x}\vec{u}_x + E_{0y}e^{i\varphi}\vec{u}_y) e^{-i\omega t}, \quad (2.8)$$

et le champ réel associé est :

$$\vec{E}_{\text{réel}}(\vec{r}, t) = E_{0x} \cos(\omega t)\vec{u}_x + E_{0y} \cos(\omega t - \varphi)\vec{u}_y. \quad (2.9)$$

Dans ce cas, le vecteur champ électrique $\vec{E}_{\text{réel}}$ décrit une ellipse dans le plan (x, y) au cours du temps.

Les paramètres caractérisant cette polarisation sont :

- **Intensité** : $I = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = \vec{E}_{\text{complexe}} \cdot \vec{E}_{\text{complexe}}^* = 2\langle \vec{E}_{\text{réel}}^2 \rangle$
- **Angle d'ellipticité** χ : $\tan \chi = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$ (rapport des axes de l'ellipse)
- **Déphasage** φ entre les composantes qui détermine l'orientation de l'ellipse

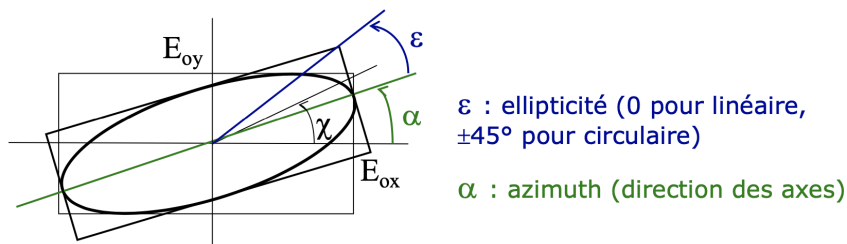


FIGURE 2.3 – Illustration d'une polarisation elliptique avec les paramètres caractéristiques

Remarque : La polarisation elliptique englobe comme cas particuliers :

- La polarisation linéaire ($\varphi = 0$ ou π)
- La polarisation circulaire ($E_{0x} = E_{0y}$ et $\varphi = \pm\pi/2$)
- En général les axes de l'ellipse ne sont ni Ox et Oy, ni la diagonale du rectangle
- L'intensité étant proportionnelle à $E_{0x}^2 + E_{0y}^2$ (carré de la diagonale), tous les rectangles circonscrits à une même ellipse de polarisation ont une diagonale de même longueur.

I.4 Représentation de Jones

L'état de polarisation est décrit par un **vecteur de Jones**, un vecteur colonne représentant le champ électrique complexe, généralement normalisé :

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\varphi} \end{bmatrix}$$

où :

- E_{0x} et E_{0y} sont les amplitudes des composantes selon les axes x et y
- φ est le déphasage entre les composantes
- Le facteur de normalisation assure $\|\epsilon\| = 1$

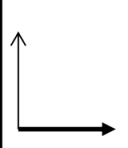
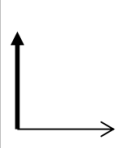
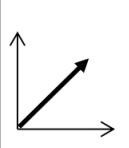
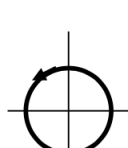
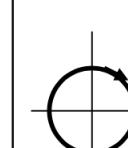
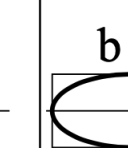
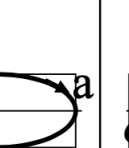
Linéaire			Circulaire		Elliptique	
						
$\epsilon_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\epsilon_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\epsilon_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	$\epsilon_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ -ib \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ be^{i\varphi} \end{pmatrix}$

FIGURE 2.4 – Représentation des principaux états de polarisation

Condition d'orthogonalité

Deux états de polarisation ϵ et $\hat{\epsilon}$ sont orthogonaux si :

$$\epsilon \cdot \hat{\epsilon}^* = 0$$

où * signifie le complexe conjugué. Pour des polarisations linéaires, les polarisations suivant x et y sont orthogonales :

$$\epsilon_x \cdot \epsilon_y^* = 0 \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^* = 0$$

Pour des polarisations circulaires, les polarisations circulaires gauche ϵ_g et droite ϵ_d sont orthogonales :

$$\epsilon_g \cdot \epsilon_d^* = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}^* = 0$$

Espace vectoriel des polarisations

Toute polarisation peut s'exprimer comme combinaison linéaire de deux polarisations orthogonales. Ainsi, une polarisation linéaire suivant x peut se décomposer en :

$$\epsilon_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_g + \epsilon_d)$$

II Modification de l'état de polarisation et représentations

II.1 Représentation matricielle

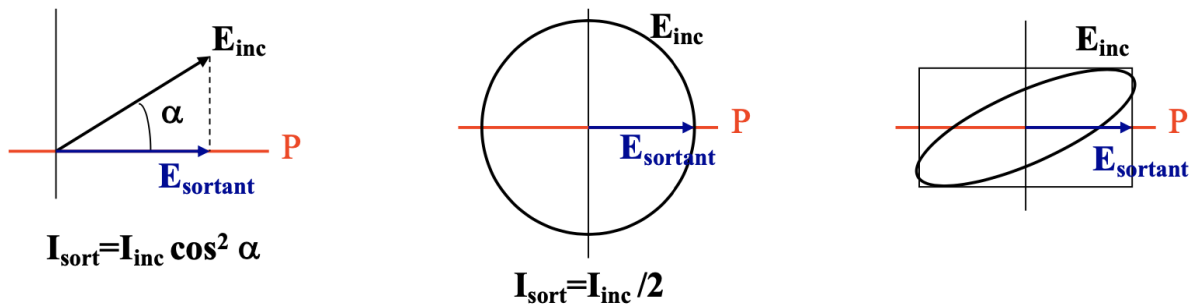
Les **matrices de Jones** sont des matrices 2×2 à coefficients complexes représentant la transformation d'un vecteur de Jones dans une base de polarisations orthogonales (typiquement des polarisations linéaires). Elles sont définies à un facteur de phase global près.

Propriétés

- **Unitarité** : la matrice de Jones \mathbf{J} d'un composant qui conserve l'intensité est unitaire ($\mathbf{J}^\dagger \mathbf{J} = \mathbf{I}$)
- **Vecteurs propres** : ils représentent les états de polarisation inchangés par l'élément optique
- **Valeurs propres** : ils donnent l'atténuation et le déphasage des états propres

II.2 Polariseur

Représentation graphique



Pour un polariseur idéal, l'intensité transmise est donnée par la loi de Malus :

$$I_{\text{sort}} = I_{\text{inc}} \cos^2 \alpha$$

où α est l'angle entre la polarisation incidente et l'axe du polariseur.

Matrices de Jones des polariseurs

Polariseur selon l'axe x

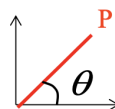
$$\mathbf{P}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ce polariseur transmet uniquement la composante x du champ électrique.

Polariseur selon l'axe y

$$\mathbf{P}_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Polariseur d'orientation θ



Le polariseur orienté selon un angle θ peut être représenté par :

$$\mathbf{u}_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_\theta = \mathbf{u}_\theta \mathbf{u}_\theta^\dagger = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

Action du polariseur

Le champ électrique sortant est obtenu par projection du champ incident sur la direction du polaris. Pour une polarisation incidente linéaire faisant un angle α avec la direction du polariseur que l'on prend comme axe x du repère, on obtient :

$$\mathbf{E}_{\text{sort}} = \mathbf{E}_{\text{inc}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = \mathbf{E}_{\text{inc}} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

L'intensité transmise vaut donc :

$$I_{\text{sort}} = |\mathbf{E}_{\text{sort}}|^2 = I_{\text{inc}} \cos^2 \alpha$$

II.3 Lames retard

Une lame biréfringente à faces parallèles, taillée parallèlement à l'axe optique Ox , produit un déphasage en incidence normale donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)e$$

où λ est la longueur d'onde, n_o et n_e sont respectivement les indices ordinaires et extraordinaires, et e l'épaisseur de la lame. L'axe optique Ox est l'axe extraordinaire, et l'axe Oy est l'axe ordinaire. Les lames retard étant souvent réalisées dans du quartz, matériau uniaxe positif ($n_e > n_o$), l'axe extraordinaire est l'axe lent et l'axe ordinaire est l'axe rapide. Les deux directions Ox et Oy sont appelées les axes neutres de la lame.

Lame demi-onde

Propriétés de déphasage :

- Produit un déphasage de $\varphi = \pi$ (modulo 2π) entre les composantes
- Différence de marche correspondante : $\delta = (n_e - n_o)e = \lambda/2$ (modulo λ)
- Pour une lame d'ordre k : $\varphi = \pi + 2k\pi$

Effet sur la polarisation :

La lame demi-onde effectue une symétrie de la polarisation incidente par rapport à ses axes neutres :

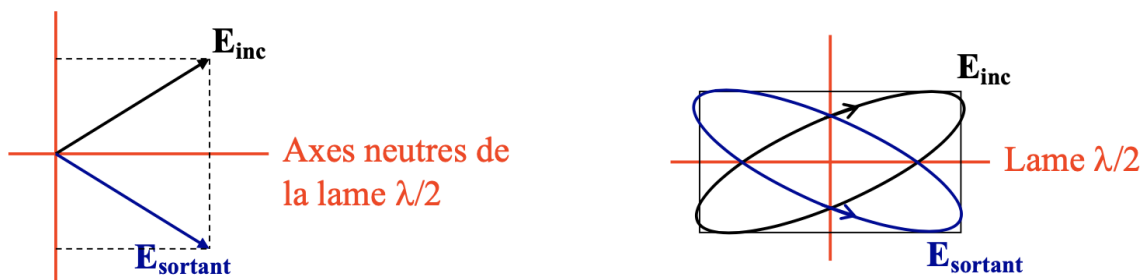


FIGURE 2.5 – Transformation de la polarisation par une lame $\lambda/2$

Matrice de Jones :

La matrice de Jones représentant une lame demi-onde avec ses axes neutres selon x et y est :

$$\mathbf{J}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Lame quart-onde

Propriétés de déphasage

- Déphasage introduit : $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (modulo π ou 2π)
- Différence de marche : $\delta = \lambda/4$ (modulo $\lambda/2$ ou λ)
- Pour une lame d'ordre k : $\varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi$

Transformations de polarisation

- Linéaire à $45^\circ \rightarrow$ Circulaire :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}$$

- Linéaire quelconque \rightarrow Elliptique (axes alignés avec la lame) :

$$\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \pm i \sin \theta \end{pmatrix}$$

- La transformation inverse est possible (à une symétrie près)

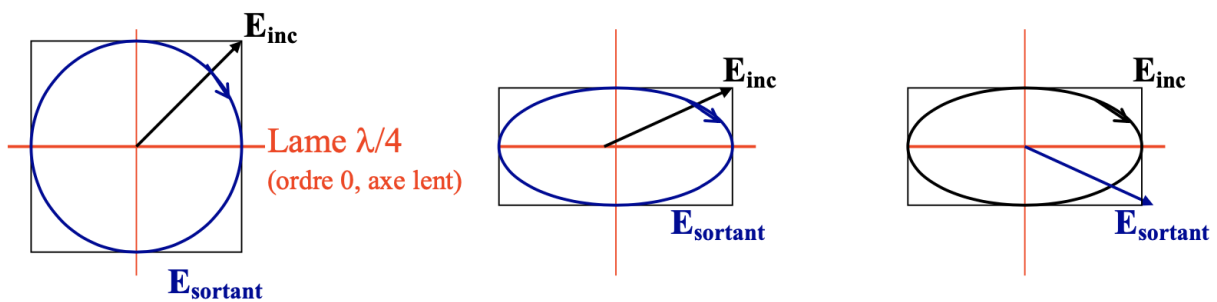


FIGURE 2.6 – Action d'une lame $\lambda/4$ sur différents états de polarisation

Cas particuliers

- Si la polarisation incidente est elliptique avec axes **non alignés** avec la lame :
 - La polarisation sortante est elliptique complexe
 - Pas de relation simple entre entrée et sortie

Matrice de Jones

La matrice représentant une lame quart-d'onde d'axe x et y est :

$$\mathbf{J}_{\lambda/4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pm i \end{pmatrix}$$

- Signe $+i$: axe lent selon y
- Signe $-i$: axe lent selon x

II.4 Rotateur

Effet sur les polarisations linéaires

Un rotateur de polarisation provoque une rotation d'angle α sur une polarisation linéaire incidente :

$$\mathbf{E}_{\text{sort}} = \mathbf{R}(\alpha)\mathbf{E}_{\text{inc}}$$

où la matrice de rotation est :

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

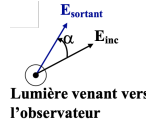


FIGURE 2.7 – Rotation d’une polarisation linéaire par un angle α

Effet sur les polarisations circulaires

- **Polarisation circulaire** : Le rotateur ne modifie pas l’état de polarisation, seulement sa phase

$$\mathbf{R}(\alpha) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} = e^{\mp i\alpha} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}$$

- La chiralité (droite/gauche) est conservée

Effet sur les polarisations elliptiques

- L’ellipse de polarisation tourne d’un angle α
- L’ellipticité (χ) est conservée

II.5 Principales matrices de Jones

III Calcul de l’état de polarisation en sortie d’un système

III.1 Formulation générale

La transformation d’un état de polarisation par un système optique s’exprime par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{out}} = \mathbf{M} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{in}} \quad (2.10)$$

où :

- $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{in}}$: vecteur de Jones de la polarisation incidente
- \mathbf{M} : matrice de Jones du système optique
- $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{out}}$: vecteur de Jones de la polarisation émergente

III.2 Systèmes en cascade

Pour une succession d’éléments optiques, la matrice résultante est le produit des matrices individuelles :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \cdots \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1 \quad (2.11)$$

correspondant au schéma :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{in}} \rightarrow \boxed{\text{Système 1}} \xrightarrow{\mathbf{M}_1} \boxed{\text{Système 2}} \xrightarrow{\mathbf{M}_2} \cdots \xrightarrow{\mathbf{M}_n} \boxed{\text{Système } n} \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{out}}$$

Polariseur //Ox	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur //Oy	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Lame demi-onde d'axes Ox et Oy	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Lame quart d'onde axe lent Ox	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$
Rotateur d'angle α	$\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$

FIGURE 2.8 – Tableau récapitulatif des matrices de Jones

III.3 Changement de repère

La matrice d'un élément dans un repère (x, y) quelconque s'obtient par transformation de sa matrice dans ses axes propres (X, Y) :

$$\mathbf{M}_{(x,y)} = \mathbf{R}(\theta) \mathbf{M}_{(X,Y)} \mathbf{R}(-\theta) \quad (2.12)$$

où θ est l'angle entre l'axe x et l'axe propre X de l'élément, et $\mathbf{R}(\theta)$ est la matrice de rotation :

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

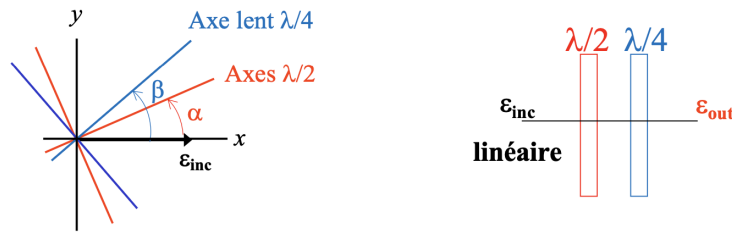
III.4 Exemple 1 : effet d'une lame demi-onde suivie d'une lame quart d'onde d'orientations quelconques

On considère une lame demi-onde orientée à un angle α , suivie d'une lame quart d'onde orientée à un angle β .

La matrice de Jones du système complet s'écrit :

$$M_{\text{système}} = R(\beta) \cdot M_{\lambda/4} \cdot R(-\beta) \cdot R(\alpha) \cdot M_{\lambda/2} \cdot R(-\alpha)$$

où :



$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad M_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad M_{\lambda/4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$$

On effectue le produit matriciel :

$$M_{\text{système}} = R(\beta) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} R(\alpha - \beta) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} R(-\alpha)$$

Ce calcul permet d'obtenir la matrice finale en fonction des angles α et β . Ce montage permet de générer une polarisation elliptique dont :

- l'azimut est contrôlé par la lame quart d'onde (angle β),
- l'ellipticité est contrôlée par la lame demi-onde (angle α).

III.5 Exemple 2 : effet d'une lame retard quelconque sur une polarisation linéaire

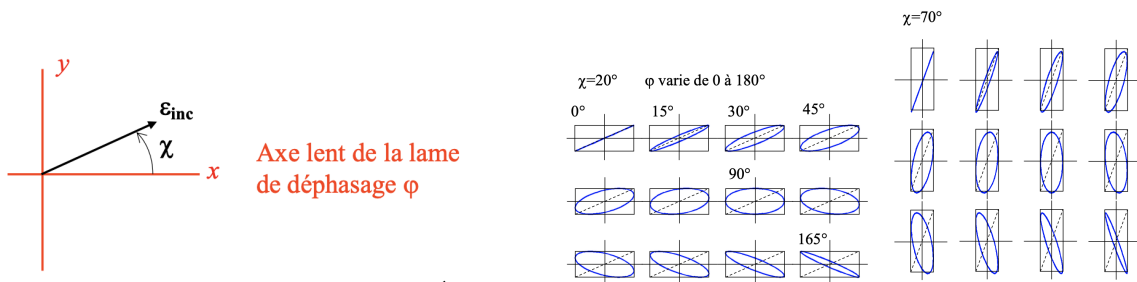


FIGURE 2.9 – Effet d'une lame à retard sur une polarisation linéaire

La matrice de Jones d'une lame biréfringente, dans sa base propre, est donnée par :

$$M_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

Ici on suppose que pour $\varphi > 0$, l'axe x du repère est l'axe lent de la lame. Si l'onde incidente est une polarisation rectiligne formant un angle χ avec l'axe x , son vecteur de Jones est :

$$\varepsilon_{\text{in}} = \begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi \end{pmatrix}$$

Après traversée de la lame, le champ devient :

$$\varepsilon_{\text{out}} = M_{\varphi} \cdot \varepsilon_{\text{in}} = \begin{pmatrix} \cos \chi \\ e^{-i\varphi} \sin \chi \end{pmatrix}$$

Ce champ correspond à une **polarisation elliptique**, définie par les deux paramètres suivants :

- χ : angle de la polarisation initiale,
- φ : le déphasage introduit entre les composantes ordinaire et extraordinaire.

De façon générale, une lame biréfringente transforme une polarisation rectiligne en une polarisation elliptique, dont les axes et l'ellipticité dépendent de l'angle χ de la polarisation incidente et du déphasage φ .

Cas particulier : effet d'une lame retard quelconque sur une polarisation linéaire à 45° de ses axes neutres

Considérons un vecteur de Jones $\vec{\varepsilon}_{\text{in}}$ représentant une polarisation rectiligne d'angle $\chi = 45^\circ$, soit :

$$\vec{\varepsilon}_{\text{in}} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ \\ \sin 45^\circ \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

L'action d'une lame de phase introduisant un déphasage φ entre les deux composantes orthogonales s'écrit, dans la base (x, y) , par la matrice de Jones :

$$\mathbf{M}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}.$$

Le champ de sortie est donc :

$$\vec{\varepsilon}_{\text{out}} = \mathbf{M}_\varphi \cdot \vec{\varepsilon}_{\text{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\varphi} \end{pmatrix},$$

ce qui correspond à une polarisation elliptique d'azimut 45° (inscrite dans un carré).

En changeant de base pour le repère (X, Y) tourné de 45° par rapport à (x, y) , on utilise la matrice de rotation :

$$\mathbf{R}_{45^\circ} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

On obtient alors :

$$\vec{\varepsilon}_{XY} = \mathbf{R}_{45^\circ} \cdot \vec{\varepsilon}_{\text{out}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + e^{-i\varphi} \\ -1 + e^{-i\varphi} \end{pmatrix} = e^{-i\frac{\varphi}{2}} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\varphi}{2}) \\ -i \sin(\frac{\varphi}{2}) \end{pmatrix}.$$

Cette polarisation est une polarisation elliptique dont les axes principaux sont X et Y , et dont l'ellipticité dépend du déphasage φ . On peut montrer que l'ellipticité ϵ est reliée au déphasage par :

$$\epsilon = -\frac{\varphi}{2}.$$

Conclusion : lorsque la polarisation incidente forme un angle de 45° avec les axes de la lame, l'azimut reste fixe (45°) tandis que seule l'ellipticité varie avec le déphasage φ . Ce principe est donc utilisé pour mesurer le déphasage introduit par une lame à partir de la forme de la polarisation en sortie.

IV Analyse d'un état de polarisation inconnu

IV.1 Repérer la direction d'une polarisation linéaire

Avec un polariseur tournant

Lorsque l'on utilise un polariseur tournant dans le but d'observer une extinction, cela signifie que la polarisation du faisceau lumineux est orthogonale à l'axe de transmission du polariseur.

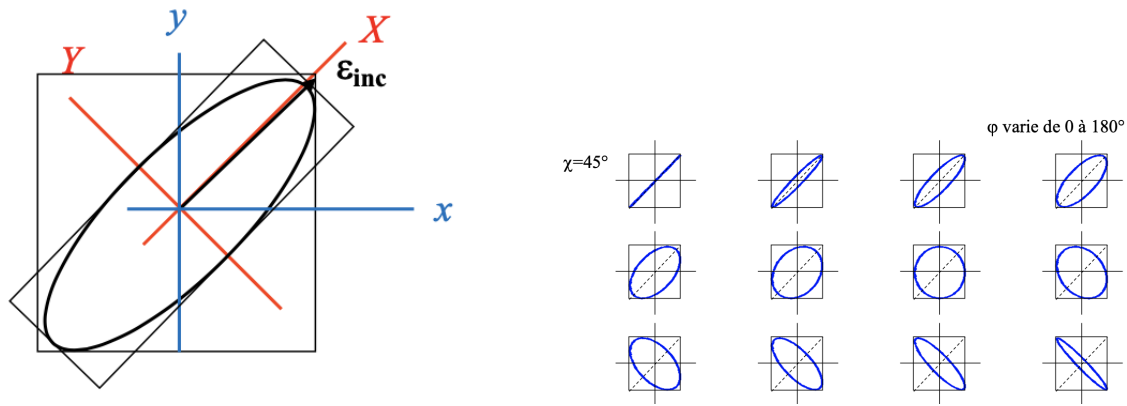


FIGURE 2.10 – Effet d’une lame à retard sur une polarisation linéaire à 45° de ses axes neutres

Pour déterminer cet axe, on peut utiliser une lumière polarisée de manière connue. Par exemple, la lumière réfléchiée sous l’angle de Brewster est polarisée parallèlement au plan d’incidence, c’est-à-dire parallèlement à la surface réfléchissante. Ainsi, en plaçant un polariseur devant cette lumière et en le faisant tourner jusqu’à extinction, on identifie l’orientation perpendiculaire à la polarisation réfléchiée, et donc l’axe de transmission du polariseur.

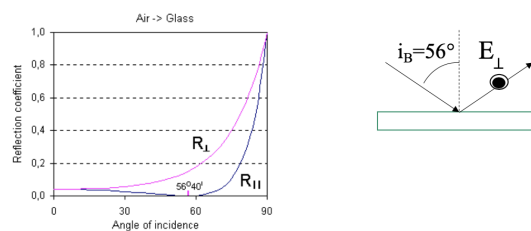


FIGURE 2.11 – Angle de Brewster

Avec un analyseur à pénombre

L’analyseur à pénombre est un dispositif optique composé d’un polariseur devant lequel on place une lame demi-onde couvrant uniquement la moitié du champ. L’un des axes neutres de cette lame forme un petit angle α avec la direction de polarisation imposée par le polariseur. Lorsqu’un faisceau de lumière polarisée traverse cet ensemble, les directions de polarisation qui sont parallèles aux axes neutres de la lame demi-onde produisent un éclaircissement égal sur les deux moitiés du champ observé. Parmi ces configurations, celle correspondant à une extinction — c’est-à-dire à deux éclaircissements simultanément faibles — permet de déterminer avec grande précision l’orientation de la polarisation incidente.

Pour connaître les axes d’une lame à retard, on peut la placer entre deux polariseurs croisés. En tournant la lame, on observe le champ transmis et l’on ajuste son orientation jusqu’à retrouver une extinction. Dans cette configuration, les axes neutres de la lame sont alors alignés avec ceux des polariseurs, ce qui permet d’identifier précisément leur orientation.

IV.2 Analyser une polarisation circulaire ou elliptique

Deux approches peuvent être envisagées pour caractériser la polarisation : d’une part, on peut effectuer une mesure d’intensité à l’aide d’un détecteur, ce qui fournit une évaluation quantitative du signal lumineux ; d’autre part, on peut transformer la polarisation elliptique en une polarisation rectiligne, ce qui permet un retour au cas précédent et facilite une méthode visuelle d’analyse. Ces deux méthodes sont complémentaires et choisies selon les besoins expérimentaux.

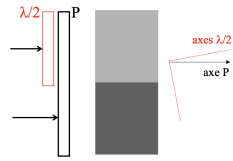


FIGURE 2.12 – Montage avec un analyseur à pénombre

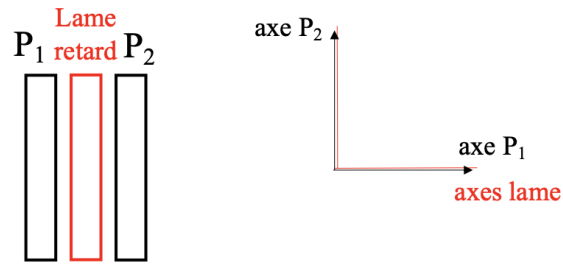


FIGURE 2.13 – Montage pour déterminer les axes d'une lame à retard

FIGURE 2.14 – Analyseur à pénombre

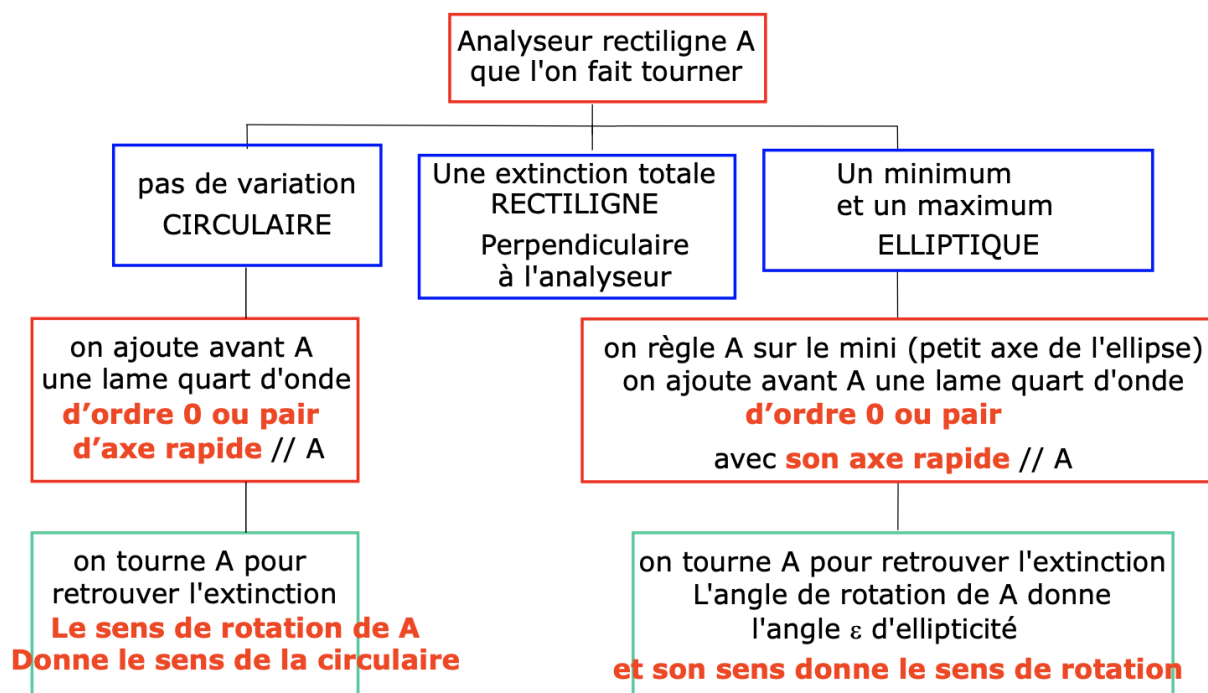
Polarimétrie à l'analyseur tournant

En mesurant l'intensité transmise par un analyseur rectiligne tournant, on obtient un signal sinusoïdal dépendant du temps dont la modulation et la phase permettent de déterminer la forme de la polarisation elliptique incidente, notamment ses axes et son ellipticité. Dans le cas idéal, les signaux dépendent de la polarisation incidente de la façon suivante :

- une polarisation rectiligne se traduit par une sinusoïde de modulation maximale égale à 1, la phase indiquant la direction de la polarisation ;
- une polarisation circulaire produit une intensité constante, sans modulation ;
- une polarisation elliptique génère une sinusoïde dont la modulation est inférieure à 1.

Analyse de polarisation par méthode visuelle

Une lame quart d'onde permet de transformer une polarisation circulaire ou elliptique en une polarisation linéaire. Dans le cas d'une polarisation circulaire, l'orientation de la lame n'a pas d'importance, tandis que pour une polarisation elliptique, il est nécessaire d'aligner les axes de la lame quart d'onde avec les axes principaux de l'ellipse de polarisation afin d'obtenir une polarisation linéaire en sortie. L'arbre des possibilités ci-dessous donne les conclusions à tirer des différentes observations effectuées, y compris sur le sens de rotation de la polarisation incidente.



V Conception d'un système utilisant la polarisation

V.1 Composants de polarisation passifs

Polariseurs et séparateurs de polarisation

Les polariseurs se déclinent en plusieurs types selon leur principe de fonctionnement : les polariseurs dichroïques reposent sur une absorption sélective en fonction de la polarisation, tandis que les polariseurs à grille utilisent un réseau de fils métalliques de période inférieure à la longueur d'onde. Les polariseurs biréfringents, tels que Rochon ou Wollaston pour la séparation angulaire, et Nicol, Glan-Taylor ou Glan-Thompson pour la réflexion totale, exploitent les propriétés de la biréfringence.

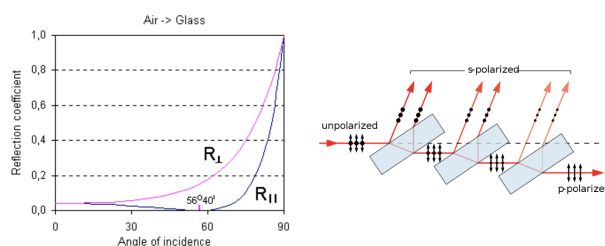


FIGURE 2.15 – Utilisation de l'incidence de Brewster à l'interface air/verre

L'empilement de lames à Brewster tire parti des coefficients de Fresnel en incidence oblique, lesquels dépendent de la polarisation, et dans le cas d'un empilement de 10 lames, le rapport des transmissions entre la polarisation perpendiculaire et parallèle est d'environ 4 %, selon la relation $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = (1 - 0,15)^{20} \approx 0,04$. La polarisation réfléchie est perpendiculaire au plan d'incidence (polarisation *s* ou TE) tandis que la polarisation transmise est parallèle au plan d'incidence (polarisation *p* ou TM).

Enfin, les cubes séparateurs de polarisation à couches minces exploitent les interférences multiples afin d'obtenir une réflexion quasi totale, proche de 100 %, pour la polarisation *s* (TE).

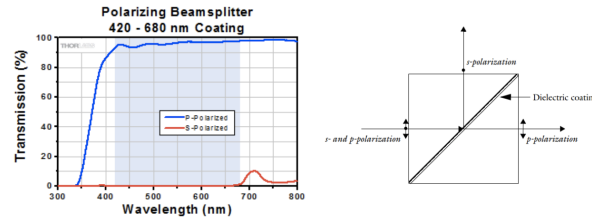


FIGURE 2.16 – Cube séparateur de polarisation à couches minces

Lames demi et quart d'onde : aspects pratiques

Une lame demi-onde d'ordre zéro en quartz est très mince : typiquement, une différence de marche $\delta = \lambda/2$, avec une biréfringence $n_e - n_o = 0,009$, conduit à une épaisseur $e = 28 \mu m$.

Les lames d'ordre multiple correspondent à des épaisseurs de la forme

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + k\lambda,$$

avec k un entier pas trop élevé.

Pour obtenir une lame d'ordre zéro, on peut assembler deux lames de différences de marche

$$\delta_1 = k\lambda \quad \text{et} \quad \delta_2 = \frac{\lambda}{2} + k\lambda,$$

dont les axes neutres sont croisés, ce qui donne une différence de marche globale

$$\delta_{\text{global}} = \delta_2 - \delta_1.$$

L'utilisation de polymères étirés, moins biréfringents que le quartz (c'est-à-dire avec un $\Delta n = n_e - n_o$ nettement plus faible), permet d'obtenir des épaisseurs plus importantes pour un même déphasage.

Concernant la connaissance des axes lent et rapide :

- Elle est inutile pour une lame demi-onde.
- Elle est nécessaire pour une lame quart d'onde si l'on veut connaître le sens de rotation de la polarisation en sortie. Par ailleurs, deux lames quart d'onde de différences de marche $\delta = \frac{\lambda}{4}$ et $\delta = \frac{3\lambda}{4}$, produisent le même état de polarisation mais avec un sens de rotation inverse. Il faut donc connaître aussi si la lame est quart d'onde d'ordre pair ou impaire pour avoir le sens de rotation sans ambiguïté.
- La détermination précise de ces axes et de l'ordre exact de la lame est délicate et fait appel à des méthodes basées sur les interférences (voir Chapitre 3).

V.2 Composants de polarisation actifs

Effet électro-optique Pockels

Ellipsoïde des indices dans un milieu uniaxe positif Dans un milieu uniaxe positif, l'ellipsoïde des indices s'exprime dans son repère principal par :

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1, \tag{2.14}$$

où :

- n_o est l'indice ordinaire (identique selon x et y)
- n_e est l'indice extraordinaire (direction z , axe optique)

Modification sous champ électrique Sous l'effet d'un champ électrique $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$, la maille cristalline se déforme, modifiant l'ellipsoïde selon :

$$\frac{x^2}{n_{xx}^2} + \frac{y^2}{n_{yy}^2} + \frac{z^2}{n_{zz}^2} + 2 \left(\frac{xy}{n_{xy}^2} + \frac{xz}{n_{xz}^2} + \frac{yz}{n_{yz}^2} \right) = 1 \quad (2.15)$$

La variation des coefficients s'écrit :

$$\Delta \left(\frac{1}{n_{ij}^2} \right) = \sum_k r_{ijk} E_k + \sum_{k,l} s_{ijkl} E_k E_l \quad (2.16)$$

avec :

- r_{ijk} : coefficients Pockels (effet linéaire)
- s_{ijkl} : coefficients Kerr (effet quadratique)

Formulation matricielle La relation électro-optique s'exprime matriciellement par :

$$\begin{pmatrix} \Delta \left(\frac{1}{n_{xx}^2} \right) \\ \Delta \left(\frac{1}{n_{yy}^2} \right) \\ \Delta \left(\frac{1}{n_{zz}^2} \right) \\ \Delta \left(\frac{1}{n_{yz}^2} \right) \\ \Delta \left(\frac{1}{n_{xz}^2} \right) \\ \Delta \left(\frac{1}{n_{xy}^2} \right) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix}}_{\text{Matrice électro-optique } [r_{ij}] \text{ (rang } 3 \times 6)} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Cas particulier du KDP (KH_2PO_4) Pour le KDP, la matrice se simplifie :

$$[r_{ij}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix}$$

Avec un champ \vec{E} selon l'axe optique initial, l'équation devient :

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{63} E_z xy = 1 \quad (2.17)$$

Après diagonalisation, les nouveaux indices principaux sont :

$$\begin{cases} n'_x = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{63} E_z \\ n'_y = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{63} E_z \\ n'_z = n_e \end{cases}$$

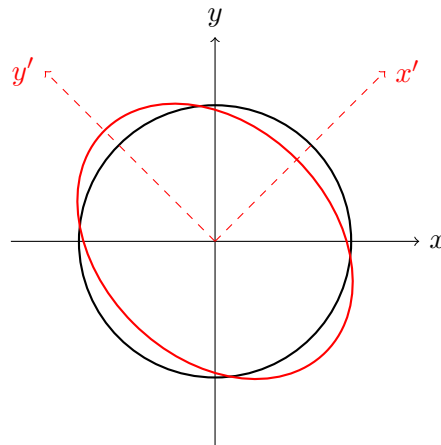


FIGURE 2.17 – Transformation de l’ellipsoïde sous champ E_z : En noir : sans champ appliqué/ En rouge : avec champ E_z , nouveaux axes x' et y'

Ordres de grandeur et applications

- Coefficients typiques : $r_{ij} \approx 10^{-12}$ à 10^{-10} m/V
- Exemples de matériaux :
 - **LiNbO₃** : $\Delta n \sim 10^{-3}$ pour $E = 10^7$ V/m
 - **KDP/ADP** : domaine visible, $r_{63} \approx 10.5$ pm/V
 - **GaAs** : domaine infrarouge, $r_{41} \approx 1.2$ pm/V

Conclusion L’effet Pockels permet un contrôle précis des propriétés optiques via un champ électrique externe, avec des applications en :

- Modulation optique
- Commutation photonique
- Dispositifs électro-optiques intégrés

La symétrie cristalline détermine les coefficients non nuls de la matrice électro-optique, tandis que l’amplitude de l’effet dépend à la fois des coefficients r_{ij} et de l’intensité du champ appliqué.

Cristaux liquides

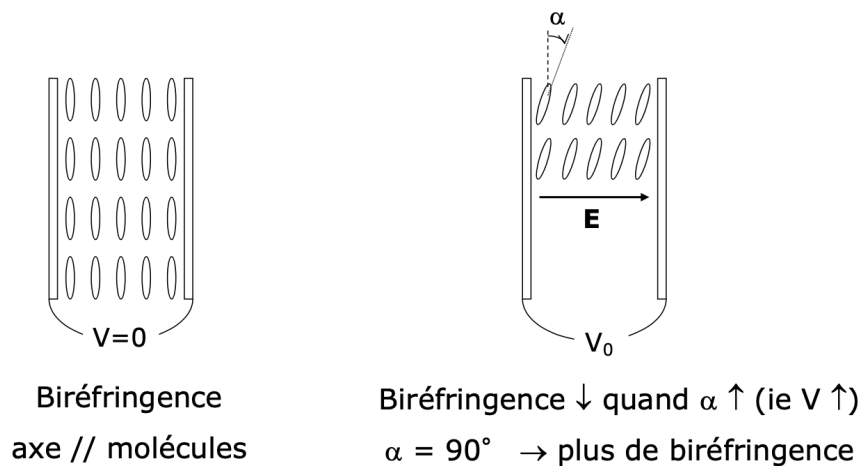


FIGURE 2.18 – Cristaux liquides

Un cristal liquide (CL) placé entre deux polariseurs parallèles présente un *état noir* lorsque le déphasage induit vaut π , la tension appliquée V est nulle, et l'axe optique du CL est orienté à 45° par rapport aux polariseurs.

Lorsque la tension V atteint une valeur V_0 telle que l'angle de rotation de l'axe optique devient 90° , on observe un *état blanc*, correspondant à une extinction minimale de la lumière transmise.

Ainsi, la modulation de la tension permet de contrôler l'état de polarisation et donc la transmission lumineuse à travers le système polariseur–cristal liquide.

Effets photoélastiques

Différents éléments en plastique, déformables manuellement (comme un disque en plastique souple) ou contraints par leur procédé de fabrication (équerre, rapporteur, couvercle de boîte), sont placés sur un rétroprojecteur entre deux polariseurs croisés ou parallèles. La biréfringence induite par ces déformations se manifeste par des motifs d'interférences en lumière blanche.

Cette biréfringence est due à une variation d'indice résultant d'une contrainte mécanique, avec un axe biréfringent aligné selon la direction de la force de pression. Ce phénomène peut être gênant lorsqu'il faut éviter les contraintes dans les montages optiques, mais il peut aussi être exploité pour mesurer des contraintes, ou pour moduler, déphaser ou défléchir un faisceau lumineux. Un exemple célèbre est l'observation de la déformation d'un pont en plexiglas au passage d'un train au Palais de la Découverte.

Effet Faraday : pouvoir rotatoire dû à un champ magnétique

L'application d'un champ magnétique longitudinal \mathbf{B} à de nombreux matériaux isotropes entraîne une rotation du plan de polarisation de la lumière, donnée par

$$\alpha = V_e B L,$$

où L est la longueur du matériau traversée, V_e la constante de Verdet exprimée en degrés par tesla et par mètre ($^\circ \cdot T^{-1} \cdot m^{-1}$), et B le champ magnétique appliqué.

Le sens de cette rotation est fixé par celui du champ magnétique et est indépendant du sens de propagation de la lumière, ce qui caractérise un pouvoir rotatoire naturel non réciproque.

Quelques valeurs typiques de la constante de Verdet sont :

- Eau : $V_e = 218^\circ \cdot T^{-1} \cdot m^{-1}$,
- Verre Flint (fortement dispersif) : $V_e = 528^\circ \cdot T^{-1} \cdot m^{-1}$,
- Verre spécialisé TGG (Terbium Gallium Garnet) : $V_e = 12500^\circ \cdot T^{-1} \cdot m^{-1}$,

ce qui permet d'obtenir des rotations importantes, par exemple 45° avec un champ de $B = 0.36 T$ généré par un aimant permanent.

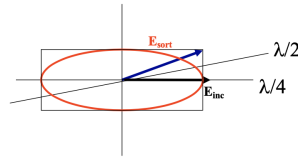
V.3 Exemples de systèmes

Création d'une polarisation quelconque à partir de composants simples

À partir d'une polarisation rectiligne incidente, il est possible de générer une polarisation quelconque en utilisant une lame demi-onde ($\lambda/2$) et une lame quart d'onde ($\lambda/4$) bien orientées. Deux configurations sont envisageables, selon la lame placée en premier (comme vu en TD) :

$$\mathbf{E}_{\text{inc}} \xrightarrow{\lambda/2} \xrightarrow{\lambda/4} \mathbf{E}_{\text{sort}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{E}_{\text{inc}} \xrightarrow{\lambda/4} \xrightarrow{\lambda/2} \mathbf{E}_{\text{sort}}$$

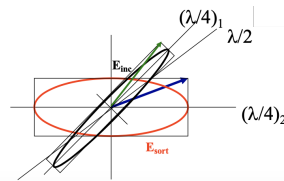
où une polarisation rectiligne incidente peut être transformée en une polarisation quelconque à la sortie. Le schéma ci-dessous correspond à la situation où la lame demi-onde est placée avant la lame quart d'onde. Dans ce cas l'orientation de la lame demi-onde règle l'ellipticité et l'orientation de la lame quart d'onde fixe les axes de l'ellipse finale.



Pour une polarisation elliptique incidente quelconque, on peut créer toute autre polarisation elliptique en combinant une lame demi-onde et deux lames quart d'onde ($\lambda/4$) orientables indépendamment :

$$E_{\text{inc}} \xrightarrow{(\lambda/4)_1} \xrightarrow{\lambda/2} \xrightarrow{(\lambda/4)_2} E_{\text{sort}}$$

Il suffit donc d'ajouter à une configuration de deux lames retard une lame quart d'onde supplémentaire orientable pour obtenir un contrôle complet sur l'état final de polarisation.



Lunettes 3D

Pour percevoir une image en 3D, il est nécessaire de projeter deux images décalées latéralement, une pour chaque œil. Ces deux images sont polarisées en lumière circulaire de sens opposé : une polarisation circulaire droite pour l'œil droit et une polarisation circulaire gauche pour l'œil gauche.

La conception des lunettes 3D repose sur l'utilisation de composants simples, notamment des lames quart d'onde ($\lambda/4$) et des polariseurs linéaires. Le montage suivant permet d'obtenir cette séparation :

- L'œil gauche voit uniquement la polarisation circulaire gauche, grâce à une lame $\lambda/4$ orientée avec son axe lent à 45° de l'axe du polariseur,
- L'œil droit voit uniquement la polarisation circulaire droite, grâce à une lame $\lambda/4$ d'axe rapide orienté à 45° de l'axe du polariseur.

Cette configuration garantit que chaque œil reçoit uniquement l'image qui lui est destinée.

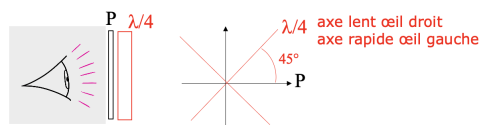


FIGURE 2.19 – Principe de fonctionnement lunettes 3D

Isolateur Optique

Isolateur optique

Un isolateur optique est un dispositif qui permet à la lumière de passer dans un seul sens, tout en bloquant ou déviant la lumière qui revient dans le sens inverse.

Conception avec composants passifs :

- La lumière polarisée linéairement (P) traverse une lame $\lambda/4$ orientée à 45° , devenant circulaire

- Après réflexion sur le miroir, la polarisation tourne en sens inverse par rapport au sens de propagation de la lumière,
- Au retour, la lame $\lambda/4$ transforme la polarisation en linéaire perpendiculaire à P.

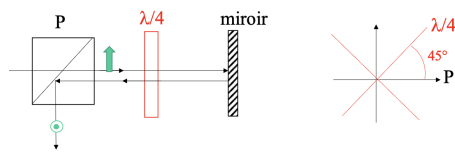


FIGURE 2.20 – Isolateur optique passif

Conception avec rotateur à effet Faraday : Principe de fonctionnement :

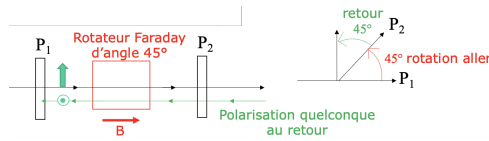


FIGURE 2.21 – Isolateur optique actif

La lumière incidente polarisée par P_1 est tournée de 45° par le rotateur Faraday avant de passer à travers P_2 . Au retour, la rotation supplémentaire de 45° bloque la lumière dans P_1 . La polarisation au retour peut être quelconque, mais le passage à travers le polariseur P_2 et la rotation cumulée de 90° garantissent l'isolation.

Chapitre 3

Interférences en lumière polarisée

L'étude des interférences en lumière polarisée permet de révéler des phénomènes optiques subtils liés à l'anisotropie des milieux traversés ou aux effets induits par des dispositifs tels que les lames biréfringentes. Contrairement aux interférences classiques, ces interférences résultent de la superposition de composantes polarisées différemment, souvent manipulées à l'aide de polariseurs, de lames retardatrices ou de milieux biréfringents. Elles offrent un outil puissant pour explorer les propriétés optiques de la matière, mettre en évidence des déphasages induits par des contraintes mécaniques ou électriques, et concevoir des dispositifs optiques avancés.

I Interférence entre deux ondes polarisées : cas général

Considérons deux ondes planes monochromatiques polarisées, décrites par leurs champs électriques complexes :

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{A}_1 e^{i(kz - \omega t)} \quad \text{et} \quad \vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{A}_2 e^{i(kz - \omega t + \phi)} \quad (3.1)$$

où :

- $\vec{A}_1, \vec{A}_2 \in \mathbb{C}^3$ sont les amplitudes complexes (incluant la polarisation)
- ϕ est le déphasage entre les ondes
- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le nombre d'onde
- $\omega = 2\pi\nu$ est la pulsation

Calcul de l'intensité résultante

L'intensité optique est donnée par :

$$I \propto \left\langle \left\| \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \right\|^2 \right\rangle_t \quad (3.2)$$

Développons le carré de la norme :

$$\left\| \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \right\|^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*) \quad (3.3)$$

$$= \left\| \vec{E}_1 \right\|^2 + \left\| \vec{E}_2 \right\|^2 + 2 \operatorname{Re}(\vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2) \quad (3.4)$$

Analyse du terme d'interférence

Exprimons le terme croisé en fonction des amplitudes :

$$\vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2 = \underbrace{\vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_2}_{\text{Produit scalaire complexe}} e^{i\phi} e^{i(kz - \omega t)} e^{-i(kz - \omega t)} = \vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_2 e^{i\phi} \quad (3.5)$$

Cas particuliers importants

1. **Polarisations orthogonales** : Si $\vec{A}_1 \perp \vec{A}_2$, alors $\vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_2 = 0$ et le terme d'interférence s'annule :

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{pas d'interférence}) \quad (3.6)$$

2. **Polarisations parallèles** : Si $\vec{A}_1 \parallel \vec{A}_2$, on retrouve le cas scalaire :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi \quad (3.7)$$

3. **Cas d'un interféromètre classique comme celui de Michelson** : On a intérêt à utiliser une lumière incidente polarisée TE ou TM. Dans ce cas, la polarisation dans les deux bras reste inchangée et seuls les coefficients de réflexion R et transmission T de la séparatrice dépendent de la polarisation :

$$I_{\text{sortie}} = RI_{\text{inc}} + TI_{\text{inc}} + 2\sqrt{RT}I_{\text{inc}} \cos \phi \quad (3.8)$$

II Interférence à la sortie d'un milieu anisotrope

Dans un cristal biréfringent, une onde lumineuse incidente peut être décomposée en deux composantes : l'onde ordinaire et l'onde extraordinaire, qui se propagent à des vitesses différentes du fait de leurs indices distincts. Cette différence d'indice entraîne un **déphasage** entre les deux ondes à la sortie du milieu. Cependant, une question naturelle se pose : *ces deux ondes peuvent-elles interférer ?*

En principe, la réponse est **non**, car les deux champs électriques associés sont polarisés dans des directions orthogonales. Leur produit scalaire étant nul, aucun terme d'interférence ne subsiste dans l'intensité totale.

Néanmoins, si l'on place un **polariseur linéaire** (appelé *analyseur*) après le milieu biréfringent, on projette les deux champs orthogonaux sur une même direction : celle de l'analyseur. Dès lors, ces composantes projetées peuvent interférer. L'intensité observée dépendra alors du déphasage accumulé ainsi que de l'orientation de l'analyseur.

Il est toutefois essentiel que les deux ondes soient issues d'un **même état de polarisation initial**, c'est-à-dire qu'elles soient *cohérentes en polarisation*. Pour cela, on place généralement un **polariseur en entrée** du système biréfringent. (cf Partie VII)

Quelle est la meilleure orientation de cet analyseur par rapport aux polarisations ordinaire et extraordinaire ?

III Meilleures conditions d'observation

Pour que l'interférence ait un contraste maximum ($I_{\min} = 0$) il faut que les deux ondes qui interfèrent aient même amplitude.

III.1 Comment choisir la polarisation incidente pour que les ondes ordinaire et extraordinaire aient la même amplitude ?

Pour que les ondes ordinaire et extraordinaire issues d'un milieu biréfringent aient la **même amplitude**, il faut que la polarisation incidente soit orientée à **45°** par rapport aux axes propres du cristal, c'est-à-dire à mi-chemin entre l'axe ordinaire et l'axe extraordinaire. En effet, une onde polarisée linéairement dans cette direction se décompose avec des composantes égales sur les deux axes. Cela garantit que les amplitudes des champs ordinaires et extraordinaires sont identiques, ce qui va permettre d'obtenir des interférences de contraste maximal après recombinaison via un analyseur.

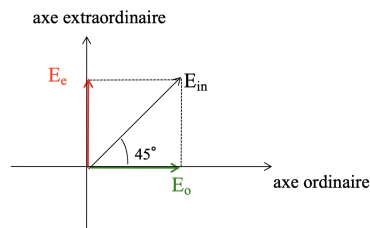


FIGURE 3.1 – Polariseur en entrée

III.2 Comment alors placer l’analyseur pour que les ondes interfèrent en gardant la même amplitude ?

Cas 1 : Analyseur à 45° – parallèle à la polarisation incidente

Dans cette configuration, la polarisation incidente est linéaire à 45° par rapport aux axes ordinaire et extraordinaire. Elle se décompose donc en deux composantes égales sur ces deux axes :

$$E_1 = E_2 = \frac{E_{in}}{\sqrt{2}}$$

Après traversée du milieu biréfringent, les deux ondes acquièrent un déphasage relatif ϕ dû à la différence d’indice. L’analyseur, placé lui aussi à 45°, projette les deux ondes sur une même direction. L’amplitude résultante au niveau de l’analyseur est donc :

$$E_{sortie} = E_1 + E_2 e^{i\phi}$$

L’intensité mesurée est proportionnelle au carré du module :

$$I = |E_{sortie}|^2 = |E_1 + E_2 e^{i\phi}|^2 = E_{in}^2 \cdot \frac{1 + \cos \phi}{2}$$

On obtient ainsi une figure d’interférence dépendant du déphasage ϕ , avec un contraste maximal lorsque les amplitudes sont égales et bien projetées. Cette configuration est donc optimale pour observer les effets de la biréfringence par interférence.

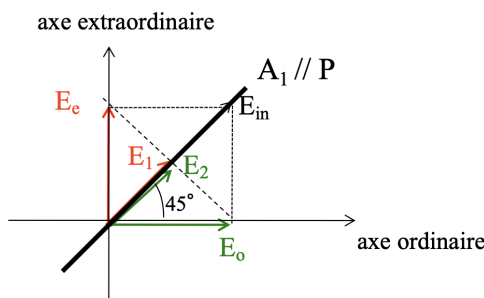


FIGURE 3.2 – Polariseur et Analyseur parallèles

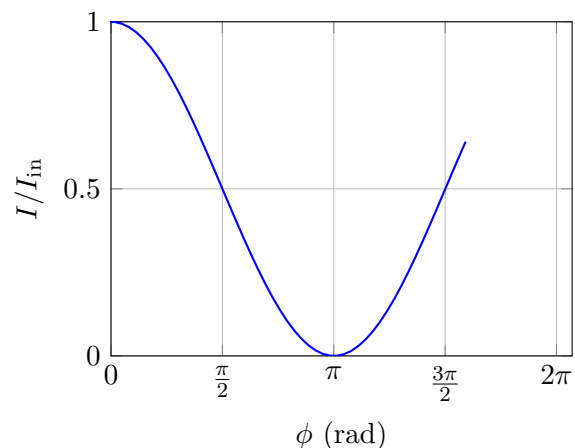


FIGURE 3.3 – Intensité $I(\phi)$ pour analyseur parallèle

Cas 2 : Analyseur à -45° — perpendiculaire à la polarisation incidente

Dans ce cas, la polarisation incidente reste linéaire à 45° par rapport aux axes ordinaire et extraordinaire, ce qui implique que :

$$E_1 = E_2 = \frac{E_{\text{in}}}{\sqrt{2}}$$

Cependant, l'analyseur est orienté à -45° , soit *perpendiculairement* à la polarisation incidente. Cela revient à projeter les deux composantes avec un signe opposé. Après traversée du milieu biréfringent, les deux ondes sont toujours en déphasage ϕ , et le champ résultant après l'analyseur devient :

$$E_{\text{sortie}} = E_1 - E_2 e^{i\phi}$$

L'intensité en sortie est alors :

$$I = |E_{\text{sortie}}|^2 = |E_1 - E_2 e^{i\phi}|^2 = E_{\text{in}}^2 \cdot \frac{1 - \cos \phi}{2}$$

On observe ainsi une figure d'interférence complémentaire à celle du cas précédent. Cette configuration est intéressante car elle permet d'inverser les maxima et minima d'intensité selon le déphasage ϕ . On verra plus loin qu'elle garde un contraste maximal même si la polarisation incidente n'est pas exactement à 45° des axes de la lame.

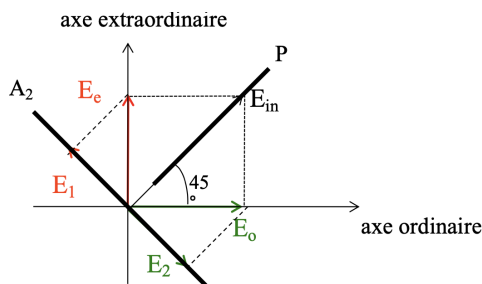


FIGURE 3.4 – Polariseur et Analyseur perpendiculaires

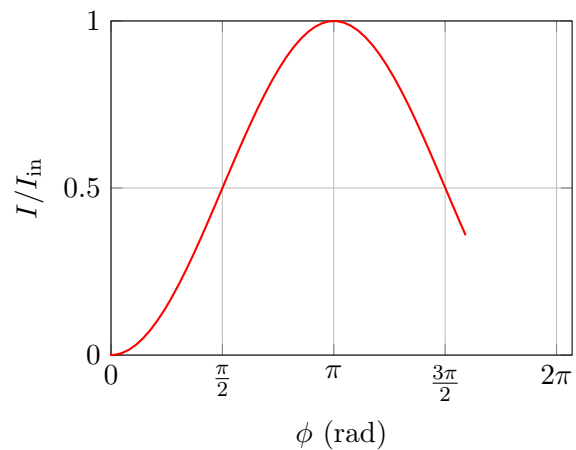


FIGURE 3.5 – Intensité $I(\phi)$ pour analyseur perpendiculaire

IV Exemples d'interférences en lumière polarisée

Nous allons désormais étudier deux cas où la différence de marche est facile à calculer (incidence normale).

IV.1 lame biréfringente à faces parallèles

On considère une lame biréfringente à faces parallèles, éclairée en incidence normale, avec l'axe optique parallèle à la face d'entrée.

Propagation des ondes dans la lame :

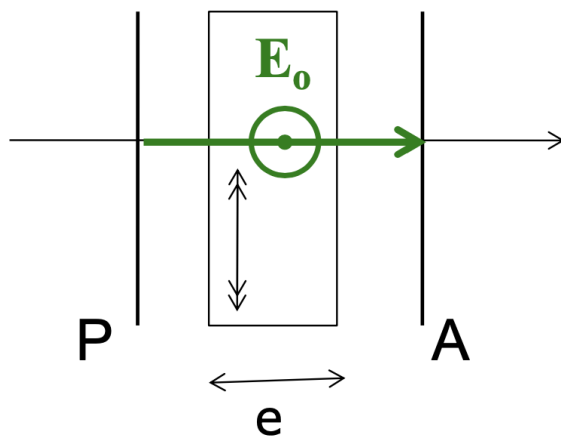


FIGURE 3.6 – Chemin Optique Ordinaire

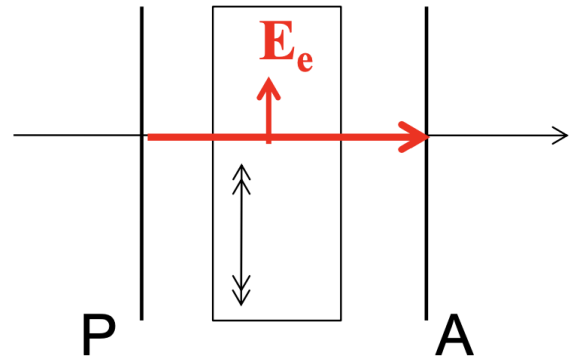


FIGURE 3.7 – Chemin Optique Extraordinaire

Les rayons ne sont pas déviés. L'onde ordinaire, avec un indice de réfraction n_o , parcourt une distance optique

$$L_o = n_o e,$$

où e est l'épaisseur de la lame.

De même, l'onde extraordinaire, avec un indice de réfraction n_e , parcourt une distance optique

$$L_e = n_e e.$$

Différence de marche :

La différence de marche entre les deux ondes est donc

$$\delta = L_e - L_o = (n_e - n_o)e.$$

Le déphasage ϕ induit par cette différence de marche est donné par

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o)e,$$

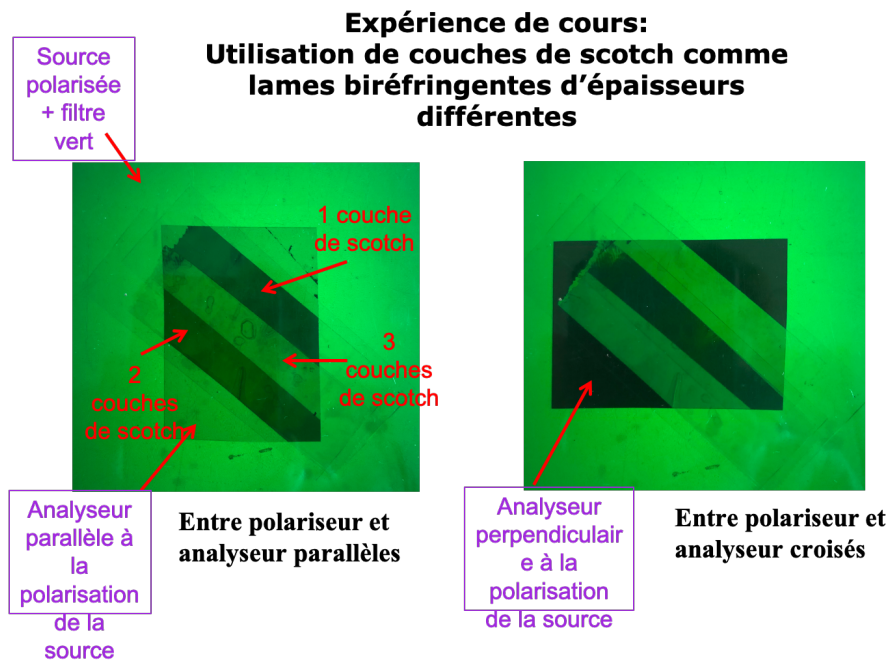
où λ est la longueur d'onde dans le vide.

Intensité en lumière monochromatique :

Après analyse, l'intensité résultante est uniforme et s'écrit

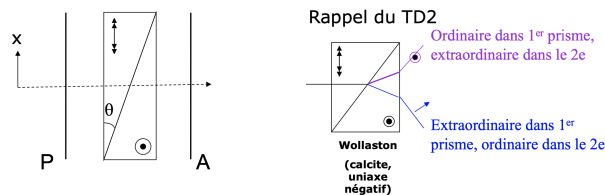
$$I = I_0 \frac{1 \pm \cos \phi}{2},$$

où I_0 est l'intensité incidente, et le signe \pm dépend de l'orientation relative des polariseurs et de la lame.



IV.2 Prisme de Wollaston d'angle faible

On travaille avec un prisme de Wollaston, éclairé en incidence normale, et d'angle faible, ainsi on peut négliger la déviation des rayons.



On considère un dispositif de Wollaston composé de deux prismes biréfringents accolés, avec des axes optiques croisés. L'axe optique est parallèle à la surface d'entrée, et l'éclairage se fait en incidence normale.

Deux chemins optiques possibles :

- **Chemin 1 : onde ordinaire dans le premier prisme, puis onde extraordinaire dans le second**

$$L_{oe} = n_o e_1 + n_e e_2$$

avec : $e_1 = \frac{e}{2} + \theta x$ et $e_2 = \frac{e}{2} - \theta x$

- **Chemin 2 : onde extraordinaire dans le premier prisme, puis onde ordinaire dans le second**

$$L_{eo} = n_e e_1 + n_o e_2$$

avec : $e_1 = \frac{e}{2} + \theta x$ et $e_2 = \frac{e}{2} - \theta x$

Différence de marche :

$$\delta = L_{eo} - L_{oe} = (n_e - n_o)(e_1 - e_2) = (n_e - n_o)(2\theta x) = 2(n_e - n_o)\theta x$$

En lumière monochromatique, cette différence de marche crée des franges d'interférences rectilignes et parallèles, dont la **période** spatiale est donnée par :

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2(n_e - n_o)\theta}$$

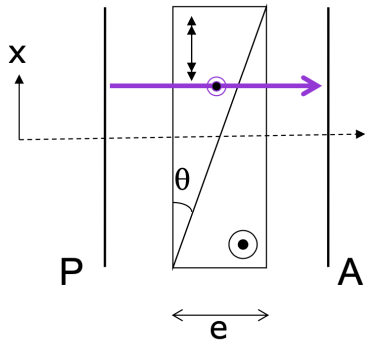


FIGURE 3.8 – Onde ordinaire dans le premier prisme, puis onde extraordinaire dans le second

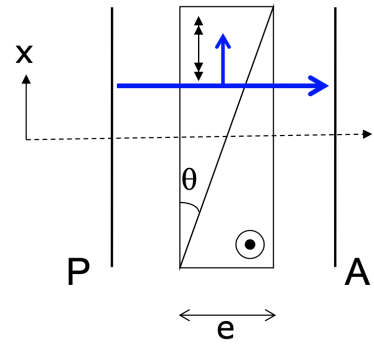
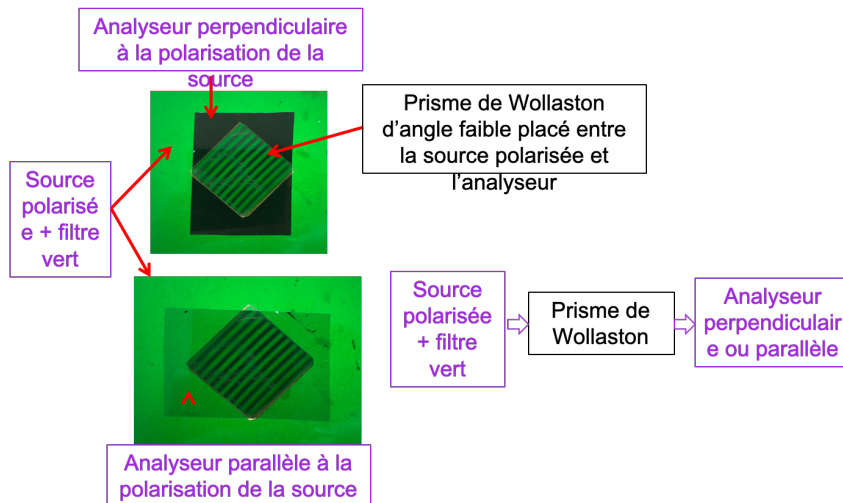


FIGURE 3.9 – Onde extraordinaire dans le premier prisme, puis onde ordinaire dans le second

**Expérience de cours:
Utilisation d'un prisme de Wollaston d'angle faible**



V Modifications des conditions d'observation

Lorsqu'on utilise une lame biréfringente entre un polariseur P et un analyseur A , les conditions d'observation changent si l'angle entre l'axe optique de la lame et la polarisation incidente s'écarte de 45° . Les figures ci-dessous illustrent cette situation pour les cas P et A parallèles ou perpendiculaires.

- **Si l'axe optique forme un angle $\alpha \neq 45^\circ$ avec la polarisation incidente :**
 - Les composantes ordinaire E_o et extraordinaire E_e ne sont plus de même amplitude.
 - Les projections sur la direction de A ont des amplitudes différentes (cf figure ci-dessous).
- **Cas où P et A sont *parallèles* :**
 - Le contraste diminue lorsque α s'éloigne de 45° .
- **Cas où P et A sont *croisés* :**
 - Le contraste des franges reste maximal, quelle que soit l'orientation de l'axe optique.

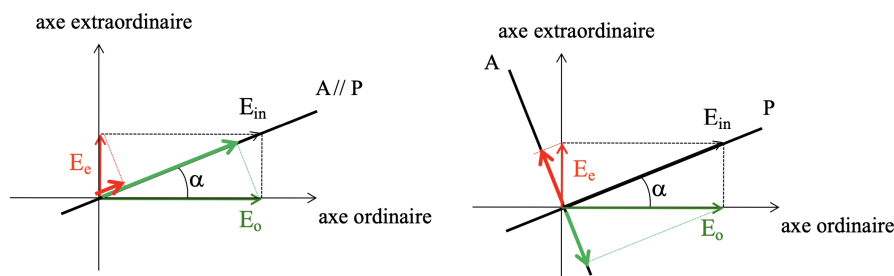


FIGURE 3.10 – Décomposition du champ électrique selon les axes ordinaire et extraordinaire pour un angle $\alpha \neq 45^\circ$

VI Interférences en lumière blanche

VI.1 Principe des interférences en lumière blanche

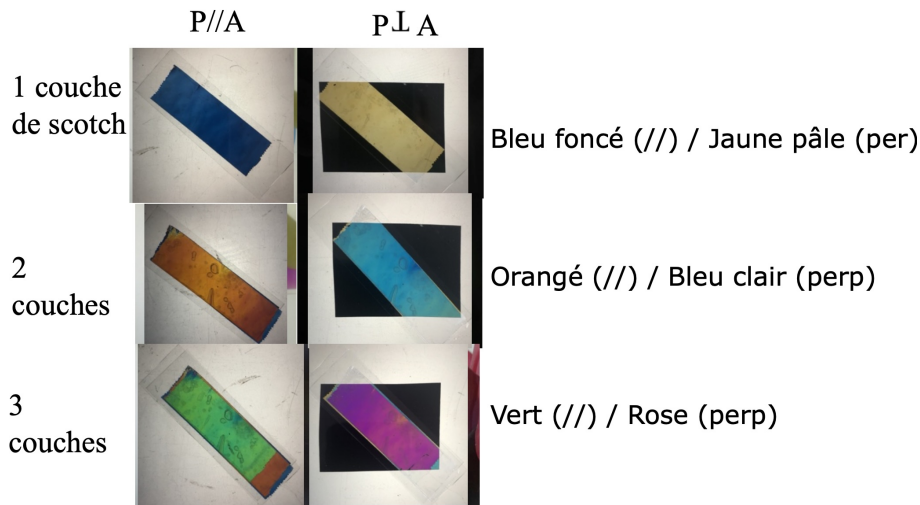
Le phénomène d'interférences en lumière blanche permet de mettre en évidence de très faibles différences de marche optique à travers l'apparition de couleurs vives. Ce principe est particulièrement adapté à l'étude des matériaux biréfringents, pour lesquels la différence de marche $\delta = (n_e - n_o) e$ est généralement faible.

Lorsque cette différence reste inférieure à environ $2,5 \mu\text{m}$, le système présente des teintes caractéristiques appelées *teintes de Newton*, qui dépendent directement de la valeur de δ . En lumière blanche, chaque longueur d'onde λ est transmise avec une intensité modulée par le déphasage $\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$, si bien que le spectre résultant dépend fortement de la valeur de δ . Lorsque cette dernière est suffisamment faible, une teinte bien définie apparaît, correspondant à une valeur donnée de la différence de marche, que l'on peut identifier grâce à l'échelle des teintes de Newton. Le centre de la figure d'interférence est alors blanc si le polariseur et l'analyseur sont parallèles ($P \parallel A$), et noir lorsqu'ils sont croisés ($P \perp A$).

La *teinte sensible*, souvent de couleur pourpre (résultant d'un équilibre entre les composantes spectrales bleue et rouge), est d'un grand intérêt car elle permet de détecter des variations de δ inférieures à 100 nm , ce qui rend cette méthode particulièrement efficace pour des mesures de très haute sensibilité.

En revanche, lorsque δ dépasse $2,5 \mu\text{m}$, les teintes ne sont plus discernables à l'œil nu. Dans ce cas, on peut observer un *spectre cannelé* à l'aide d'un dispositif dispersif tel qu'un prisme ou un réseau. En lumière monochromatique, la position des cannelures sombres dépend de l'orientation

comparant aux couleurs obtenues pour des différences de marche connues.



La figure ci-dessus montre des photos d'interférences pour des couches de scotch superposées éclairées en lumière blanche et placées entre polariseurs parallèles ou perpendiculaires. A partir des couleurs obtenues et de l'échelle des teintes de Newton, on peut en déduire que la différence de marche pour une couche de ce scotch vaut $\delta \approx 350nm$.

Application : filtre interférentiel de Lyot

Le filtre interférentiel de Lyot repose sur l'utilisation de plusieurs lames biréfringentes d'épaisseurs croissantes, placées entre deux polariseurs croisés. Pour une seule lame biréfringente d'épaisseur e , la transmission en fonction de la longueur d'onde λ s'exprime par :

$$T_1(\lambda) = \cos^2\left(\frac{\pi\Delta n e}{\lambda}\right)$$

où $\Delta n = n_e - n_o$ est la biréfringence du matériau. Cette expression résulte de l'interférence entre les composantes ordinaire et extraordinaire de la lumière polarisée, qui subissent un déphasage dû à la différence de marche $\delta = \Delta n e$.

En combinant plusieurs lames d'épaisseurs croissantes (typiquement $e, 2e, 4e, 8e$) intercalées entre des polariseurs tous parallèles (voir figure 3.11), la transmission totale devient le produit des transmissions individuelles :

$$T(\lambda) = \cos^2\left(\frac{\pi\Delta n e}{\lambda}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi\Delta n e}{\lambda}\right) \cos^2\left(\frac{4\pi\Delta n e}{\lambda}\right) \cos^2\left(\frac{8\pi\Delta n e}{\lambda}\right)$$

Ce produit de fonctions périodiques engendre une transmission globale qui ne présente des maxima que lorsque toutes les conditions de transmission des lames sont simultanément satisfaites, ce qui se produit à des longueurs d'onde bien précises.

Caractéristiques du filtre :

- **Période spectrale** : Elle est déterminée par la lame la plus fine (épaisseur e), qui a la période la plus grande.
- **Sélectivité spectrale (ou finesse)** : La largeur des pics de transmission est principalement gouvernée par la lame la plus épaisse (ici $8e$). En augmentant l'épaisseur maximale, on affine la sélection spectrale.

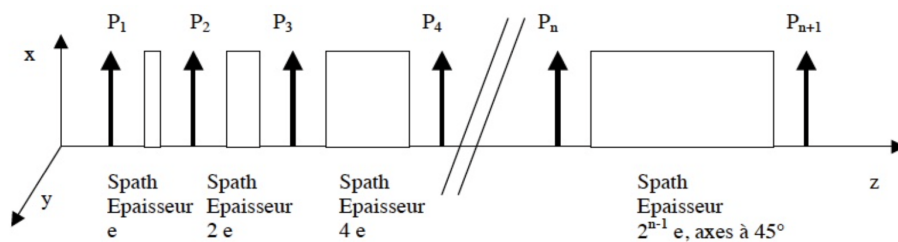
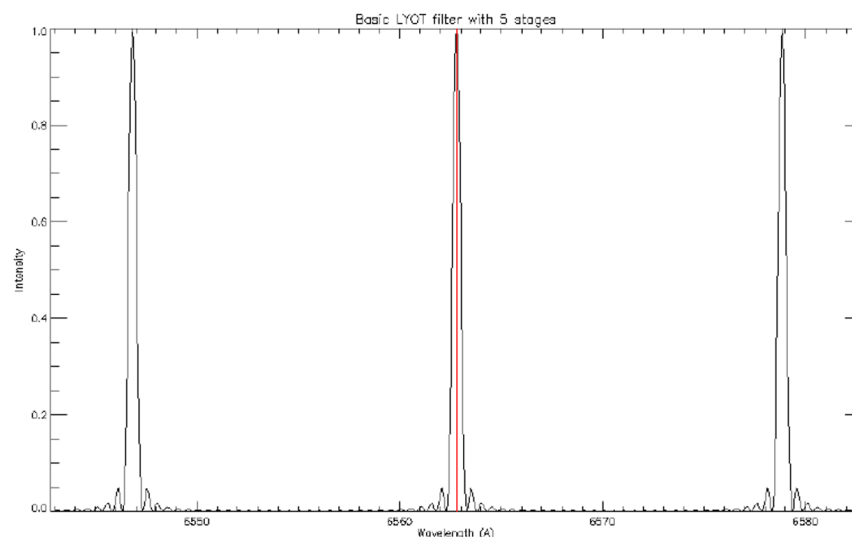


FIGURE 3.11 – Schéma de principe du filtre interférentiel de Lyot



Spectre cannelé d'un filtre de LYOT de base à $n=5$ étages, $e=1.5$ mm, 0.5Å de bande passante

FIGURE 3.12 – Transmission d'un filtre de Lyot à 5 lames

VI.3 Prisme de Wollaston d'angle faible

On travaille avec un prisme de Wollaston éclairé en incidence normale. Pour un angle d'incidence θ faible, on peut négliger la déviation des rayons, et la différence de marche s'écrit alors $\delta = 2(n_e - n_o)x\theta$, où x est la coordonnée transversale sur l'échantillon.

En lumière blanche, cette configuration conduit à l'observation de franges rectilignes, continues, colorées, dont les couleurs suivent l'échelle des teintes de Newton. Ces franges présentent une frange blanche centrale lorsque les polariseurs sont parallèles ($P \parallel A$), et une frange centrale noire lorsqu'ils sont croisés ($P \perp A$).

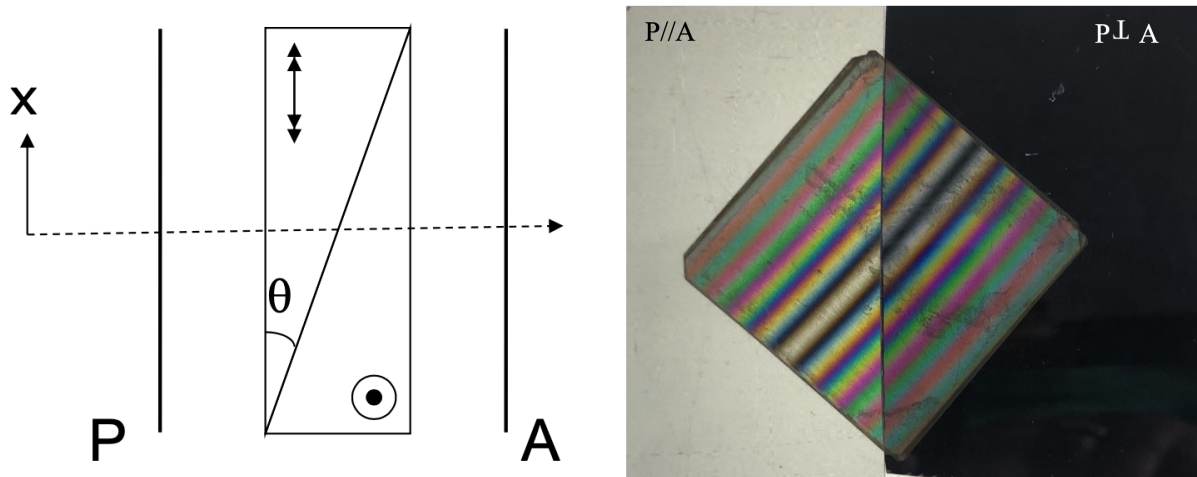


FIGURE 3.13 – Interférence en lumière blanche avec un prisme de Wollaston

Application à la mesure du déphasage d'une lame cristalline : compensateur de Babinet

On ajoute une lame de déphasage inconnu, d'axes parallèles, entre le prisme de Wollaston et l'analyseur.

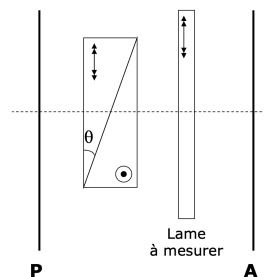


FIGURE 3.14 – Schéma de principe du compensateur de Babinet

Le déplacement des franges dû à une lame compensatrice est donné par :

$$\Delta x = \frac{\delta_{\text{lame}}}{\lambda} \times p$$

où :

- δ_{lame} : différence de marche introduite par la lame biréfringente (m),
- λ : Longueur d'onde (m),
- p : Période des franges (m).

VII Cohérence de polarisation

Pour observer des interférences en lumière polarisée, il est indispensable que le dispositif soit placé entre un polariseur, situé en amont, et un analyseur, placé en aval. Le polariseur garantit que les deux ondes candidates à l'interférence sont cohérentes entre elles, tandis que l'analyseur permet que ces ondes aient une polarisation parallèle, évitant ainsi qu'elles soient orthogonales et n'interfèrent pas.

En effet, en l'absence de polariseur, la lumière incidente peut contenir une infinité d'états de polarisation distribués aléatoirement (cas d'une lumière non polarisée ou partiellement polarisée). Chacun de ces états se décomposerait différemment selon les axes ordinaire et extraordinaire du cristal, donnant lieu à des déphasages variés. Lors de l'observation, l'intensité résultante correspond alors à une moyenne sur tous ces états, ce qui **efface les franges d'interférence** et conduit à un *contraste nul ou très faible*. Le polariseur en entrée agit donc comme un élément de préparation de l'état de polarisation, garantissant une **cohérence** nécessaire pour observer des interférences contrastées à la sortie du système.

Par ailleurs, les axes du polariseur et de l'analyseur doivent être orientés à 45° par rapport aux axes du dispositif biréfringent ; une orientation parallèle ou colinéaire aux axes biréfringents empêcherait la formation des interférences, car dans ce cas, soit une seule polarisation propre se propage dans le milieu (lorsque le polariseur est parallèle à un des axes), soit une seule polarisation propre sera détectée sans interférence derrière l'analyseur (lorsque l'analyseur est parallèle à un des axes).

VIII Allure des franges dans des cas plus complexes (incidence non normale)

VIII.1 lame d'axe optique perpendiculaire aux faces

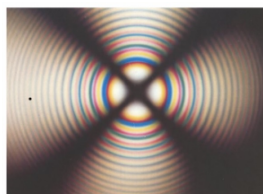


FIGURE 3.15 – lame de spath d'axe optique perpendiculaire à la face d'entrée ; *Extrait du site HAL SFO, photo prise à SupOptique par M. Cagnet et al*

Les figures d'interférence observées en lumière polarisée résultent de la combinaison des propriétés de polarisation et de la biréfringence du milieu. En incidence normale, lorsque le polariseur P et l'analyseur A sont croisés, l'intensité au centre de la figure s'annule ($I_{\text{out}} = 0$). Ce phénomène s'explique par l'alignement de la propagation avec l'axe optique, où toutes les polarisations perçoivent uniquement l'indice ordinaire n_o , conduisant à une différence de marche nulle ($\delta = 0$).

Pour une incidence inclinée d'un angle α , la double réfraction sépare la lumière en une onde ordinaire (d'indice n_o) et une onde extraordinaire (d'indice $n_e(\alpha)$), induisant une différence de marche $\delta(\alpha)$. Cette dépendance angulaire génère des franges d'interférence circulaires.

Par ailleurs, une croix noire apparaît lorsque les directions du polariseur P ou de l'analyseur A coïncident avec le plan d'incidence. Dans ces configurations spécifiques, le contraste des franges s'annule : le premier axe de la croix correspond à une polarisation incidente suivant exclusivement le trajet extraordinaire (bloquée par $A \perp P$), tandis que le second axe correspond au trajet

ordinaire (également éteint par A). Si P et A sont parallèles, la croix noire devient blanche, révélant l'importance de l'orientation relative des polariseurs.

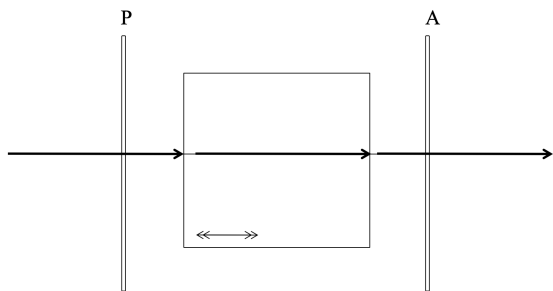


FIGURE 3.16 – Incidence normale : propagation suivant l'axe optique, toutes les polarisations voient l'indice ordinaire, la différence de marche est nulle

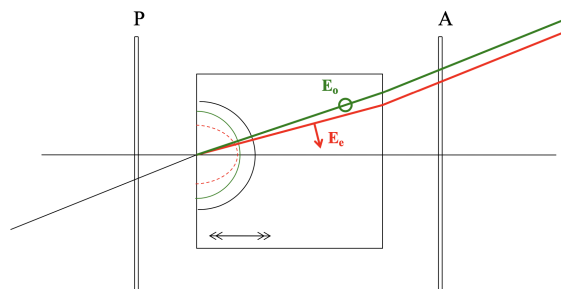


FIGURE 3.17 – Pour un rayon incliné de α : 2 ondes ordinaire (vert) et extraordinaire (rouge) et donc une différence de marche non nulle qui ne dépend que de l'angle α

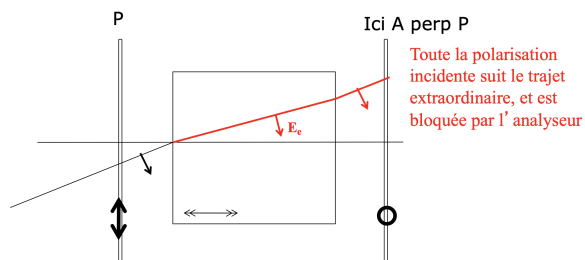


FIGURE 3.18 – Cas d'un rayon dont le plan d'incidence contient la direction du polariseur : intensité nulle si P et A sont perpendiculaires

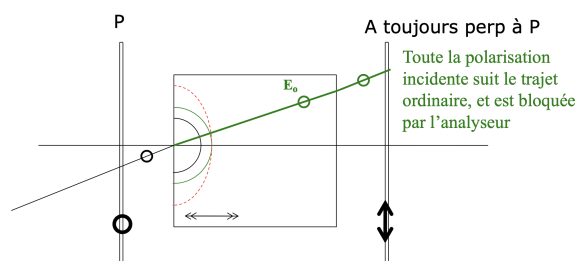


FIGURE 3.19 – Cas d'un rayon dont le plan d'incidence est perpendiculaire au polariseur : intensité nulle si P et A sont perpendiculaires

VIII.2 Calcul de la différence de marche(DDM) pour une lame à faces parallèles en fonction de l'angle d'incidence

Pour des franges localisées à l'infini, la différence de marche δ entre les ondes ordinaire et extraordinaire s'obtient en calculant les chemins optiques jusqu'à un front d'onde plan commun.

La surface d'onde extraordinaire (Σ_{ext}) passe par le point O et le point J_e . Elle est en retard de δ sur la surface d'onde ordinaire qui passe par O , J_o et K . Le point O étant commun aux deux surfaces, la différence de marche δ égale à la distance J_eK est le retard de l'extraordinaire sur l'ordinaire. Elle peut s'écrire :

$$\delta = J_eJ_o \sin i$$

En utilisant les relations $OH = \sin i$ et $OI = e$, nous pouvons exprimer J_eJ_o en termes de e , N_e , et N_o :

$$\frac{J_eJ_o}{OI} = \frac{N_eN_o}{OH}$$

En substituant OH et OI , nous obtenons :

$$\frac{J_eJ_o}{e} = \frac{N_eN_o}{\sin i}$$

Ainsi, la distance δ peut être exprimée comme :

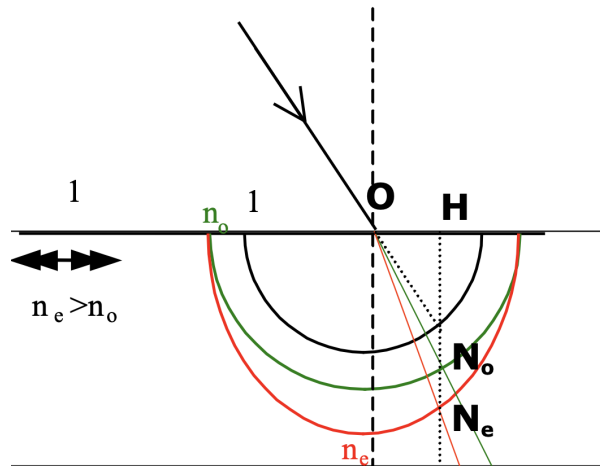


FIGURE 3.20 – Construction des vecteurs d’onde réfractés en utilisant les surfaces des indices

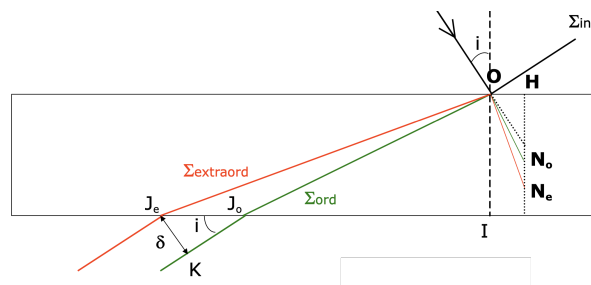


FIGURE 3.21 – Schéma pour une lame à faces parallèles en fonction de l’angle d’incidence

$$\delta = eN_eN_o$$

où les points N_o et N_e sont déterminés à partir des surfaces des indices en construisant les vecteurs d’onde \mathbf{k}_o et \mathbf{k}_e selon les lois de réfraction pour un milieu anisotrope.

VIII.3 Trouver l’axe lent d’une lame quart d’onde

Une lame quart d’onde est un composant optique constitué d’un cristal biréfringent dont l’axe optique est parallèle aux faces de la lame. Elle est généralement réalisée dans un matériau uniaxe positif, pour lequel l’axe optique correspond à l’axe extraordinaire, également appelé axe lent, en raison de la vitesse de propagation plus faible des ondes polarisées selon cette direction.

Lorsqu’on place une telle lame entre un polariseur et un analyseur croisés avec ses axes à 45° , et que l’on éclaire le système en lumière blanche, l’observation des couleurs varie en fonction de l’angle d’inclinaison de la lame. En particulier, lorsqu’on effectue une rotation de la lame autour de son axe lent, perpendiculaire à son axe optique, la différence de marche augmente, modifiant ainsi la teinte observée. Cette évolution chromatique suit l’échelle de teintes de Newton.

À titre d’exemple, pour une lame quart d’onde d’ordre zéro conçue pour une longueur d’onde de 550 nm, l’épaisseur correspondante est $d = \frac{550}{4} = 137,5$ nm. Dans cette configuration, la couleur perçue entre le polariseur et l’analyseur croisés est initialement grise, mais vire au jaune clair lorsque l’on fait légèrement tourner la lame autour de son axe lent, tandis qu’elle deviendra plus sombre si on l’incline autour de l’autre axe. Ceci permet donc d’identifier son axe lent.

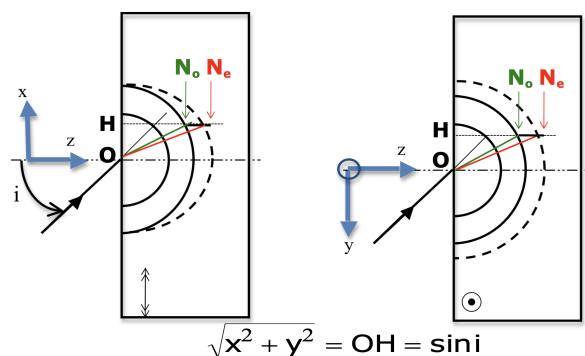


FIGURE 3.22 – Différence de marche en fonction de l'angle d'incidence. Gauche : rotation autour d'un axe perpendiculaire à l'axe optique. La distance $N_o N_e$ (donc la différence de marche) diminue quand l'angle d'incidence augmente. Droite : rotation autour de l'axe optique. La ddm augmente quand i augmente. Pour un rayon dont le plan d'incidence est quelconque, la projection OH vaut $\sqrt{x^2 + y^2}$.

VIII.4 Calcul de la différence de marche en fonction de l'angle d'incidence

Considérons une lame biréfringente d'épaisseur e , dont l'axe optique est parallèle aux faces. Un rayon incident se propage dans une direction faisant un angle d'incidence i avec la normale à la lame.

La différence de marche δ entre les ondes extraordinaire et ordinaire s'exprime par :

$$\delta = e N_e N_o = e(z_{N_e} - z_{N_o})$$

où N_e et N_o sont les points d'intersection des surfaces des indices avec la normale à la surface passant par H . Les distances $z_{N_e} = HN_e$ et $z_{N_o} = HN_o$ sont données par les équations des surfaces des indices :

$$z_{N_e} = n_e \sqrt{1 - \frac{x^2}{n_o^2} - \frac{y^2}{n_e^2}}$$

$$z_{N_o} = n_o \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{n_o^2}}$$

En développant au premier ordre (approximation paraxiale), on obtient :

$$\delta \cong e(n_e - n_o) \left(1 - \frac{1}{2n_o} \left(\frac{x^2}{n_o} - \frac{y^2}{n_e} \right) \right)$$

Pour des franges d'interférence, la condition $\delta = m\lambda$ (avec m entier) conduit à :

$$\frac{x^2}{n_o} - \frac{y^2}{n_e} = \text{constante}$$

Cette équation représente une famille d'**hyperboles** dans le plan (x, y) .

IX Interféromètre de polarisation pour une expérience d'optique quantique

Cette dernière partie présente un exemple d'utilisation des différents composants de polarisation qui ont été vus dans le cours dans une expérience d'interférométrie quantique.

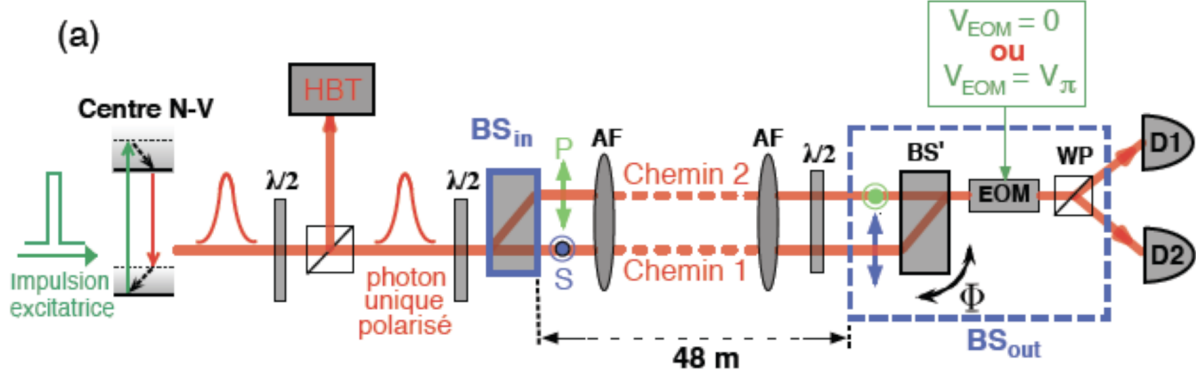
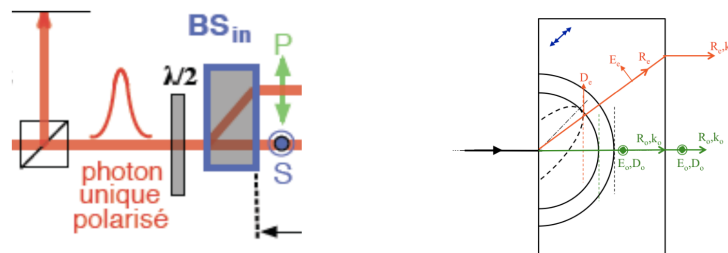


FIGURE 3.23 – Thèse de Vincent Jacques, ENS Cachan, «Source de photons uniques et interférences à un seul photon. De l'expérience des fentes d'Young au choix retardé », soutenue en nov 2007, manuscrit complet disponible en ligne à <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00281163/document>.

L'interféromètre comporte une première séparatrice (BS_{in} pour BeamSplitter) biréfringente, deux chemins parallèles 1 et 2, et une séparatrice de sortie BS_{out} contrôlable électriquement constituée d'une lame BS' , d'un modulateur électrooptique EOM et d'un prisme de Wollaston WP. Le fonctionnement de chaque élément est détaillé dans la suite, sous la forme de questions/réponses.

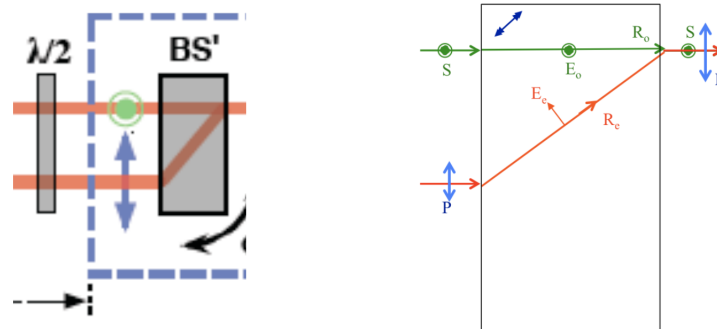
IX.1 Analyse du fonctionnement de la séparatrice BS_{in}



BS_{in} est une lame à faces parallèles taillée dans un matériau biréfringent uniaxe positif, le Vanadate d'Ytterbium (YVO_4). Son axe optique est contenu dans le plan de la figure et forme un angle γ proche de 45° avec la normale à la face d'entrée. Le schéma de droite détaille le trajet des rayons dans cette lame, à partir de la construction utilisant les surfaces des vitesses. La question posée est celle de l'orientation optimale de la lame demi-onde qui précède BS_{in} , afin que les deux voies de sortie de la séparatrice présentent des intensités égales.

Étant donné que la lame demi-onde est précédée d'un cube polariseur transmettant uniquement la polarisation P , parallèle au plan de la figure, il est nécessaire d'orienter les axes neutres de la lame demi-onde à $22,5^\circ$ des directions P et S . Cette configuration permet de transformer la polarisation linéaire P en une polarisation à 45° , assurant ainsi une répartition équitable de l'intensité lumineuse dans les deux axes propres du cristal biréfringent BS_{in} .

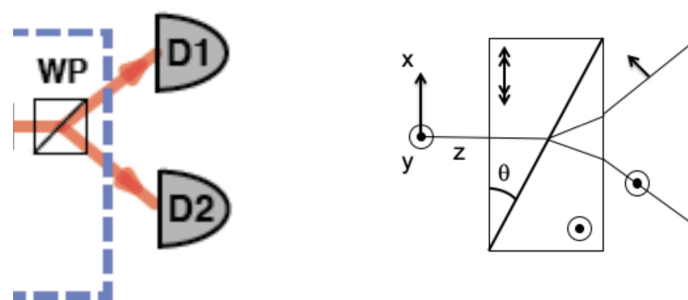
IX.2 Analyse du fonctionnement du bloc « séparatrice BS' + lame demi onde qui précède »



Dans l'analyse du trajet des rayons à travers le dispositif optique, on peut négliger les deux systèmes afocaux (notés AF), le premier ayant pour rôle d'élargir le faisceau incident afin d'en réduire la divergence, et le second de ramener ce faisceau à son diamètre initial. La séparatrice BS' est identique à la lame BSin : elle est constituée du même matériau biréfringent uniaxe positif (YVO_4), présente la même épaisseur et possède un axe optique orienté de manière équivalente comme indiqué sur le schéma de droite.

À la sortie de BSin, les rayons lumineux se propagent suivant deux directions parallèles, qui vont être recombinées dans un même rayon grâce à la séparatrice BS' . Pour recombiner ces deux rayons, il est essentiel d'insérer une lame demi-onde dont les axes neutres sont orientés à 45° par rapport aux directions de polarisation P et S . Cette orientation permet d'échanger les polarisations des deux composantes, assurant ainsi une symétrie parfaite du trajet optique.

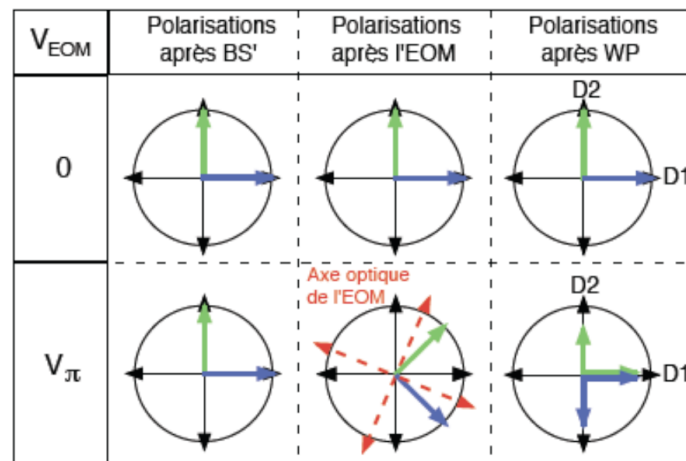
IX.3 Analyse du fonctionnement du prisme de Wollaston



Le dernier élément du montage, placé juste avant les deux détecteurs D_1 et D_2 , est un prisme de Wollaston. Ce composant est constitué de deux prismes biréfringents accolés, fabriqués dans le même matériau, mais dont les axes optiques sont orientés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre (c'est-à-dire à 90°), conformément au schéma usuel de ce type de dispositif. L'objectif est que la composante de polarisation selon l'axe y soit déviée vers le détecteur D_2 , situé en position inférieure (vers le bas).

Pour que cette déviation se produise dans la direction souhaitée, le prisme de Wollaston doit être réalisé dans un matériau biréfringent uniaxe **positif**. Dans ce cas, la polarisation suivant y , qui est ordinaire dans le 1er prisme et extraordinaire dans le 2e prisme, passera d'un indice plus petit à un indice plus grand à l'interface entre les 2 prismes et sera bien déviée vers le bas.

IX.4 Analyse du fonctionnement du modulateur électrooptique (EOM)



Le modulateur présenté est analogue à celui étudié en cours, réalisé en KDP (dihydrogéné-nophosphate de potassium). Son comportement optique est illustré dans la figure ci-dessus. À tension nulle, le modulateur n'a aucun effet sur l'état de polarisation de la lumière incidente ; il se comporte donc comme une lame neutre. En revanche, lorsqu'une tension égale à V_{π} lui est appliquée, il devient équivalent à une lame demi-onde dont les axes neutres sont orientés à $22,5^{\circ}$ par rapport aux directions de polarisation P et S . La polarisation P (en vert) bascule à 45° , et la polarisation S à -45° . Du coup, sur la voie D1 du Wollaston on a la moitié de l'amplitude de P et la moitié de S , et c'est pareil pour la voie D2. On obtient alors des interférences sur les 2 détecteurs.

IX.5 Analyse du fonctionnement de l'interféromètre complet

L'ensemble du dispositif, allant du cube polariseur jusqu'au prisme de Wollaston, constitue un interféromètre à deux bras parallèles. Dans ce montage, la différence de marche induite par la séparatrice BSin est rigoureusement compensée par celle induite par la séparatrice BS', identique à BSin. Ainsi, en l'absence d'inclinaison de BS', la différence de marche est nulle, ce qui empêche la formation de franges d'interférence. Pour obtenir un déphasage et donc des franges, il est nécessaire d'introduire une légère inclinaison de BS'. Par ailleurs, à tension nulle, le modulateur électro-optique (EOM) n'a aucun effet et le prisme de Wollaston agit alors comme un analyseur aligné avec les axes de la BS', ce qui ne permet pas la superposition cohérente des états de polarisation : aucune interférence n'est alors observable. En revanche, à tension V_{π} , l'ensemble EOM suivi de la lame demi-onde équivaut à un analyseur orienté à 45° des polarisations P et S , permettant ainsi d'obtenir un contraste et une intensité d'interférences maximales. Dans ces conditions, le dispositif est optimal pour l'observation de franges d'interférence.