

# Plan du cours 2024

## Partie 1: Propagation dans les milieux anisotropes

ellipsoïde des indices, surface des vitesses, constructions de rayons

**OBJECTIF 1: Réaliser un tracé de rayons dans un milieu anisotrope uniaxe**

Pouvoir rotatoire

## Partie 2 : Lumière polarisée

Etats de polarisation: représentations graphiques et matricielles

Composants de polarisation passifs et actifs, fonction et réalisation

pratique: polariseurs, lames retard, isolateur optique, cristaux liquides, ...

**OBJECTIF 2: Calculer un état de polarisation à la sortie d'un système**

**OBJECTIF 3: Analyser un état de polarisation inconnu**

**OBJECTIF 4: Concevoir un système utilisant les états de polarisation**

## Partie 3: Interférences en lumière polarisée

connexion avec les interférences vues en optique physique

**OBJECTIF 5: Interpréter une expérience d'interférences utilisant de la lumière polarisée**

## Partie 2 : lumière polarisée

- I. Différents états de polarisation et représentation
- II. Modification de l'état de polarisation et représentation
- III. Calcul de l'état de polarisation à la sortie d'un système
- IV. Analyse d'un état de polarisation inconnu
- V. Conception d'un système utilisant les états de polarisation
  - 1) Composants passifs
  - 2) Composants actifs
  - 3) Exemples de systèmes

# I. Différents états de polarisation et représentation

Onde plane monochromatique (polarisation totale)

## Champ complexe

$$\overrightarrow{E}_{\text{complexe}} = \overrightarrow{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

$$\overrightarrow{E}_0 = E_{0x} \overrightarrow{u}_x + E_{0y} e^{+i\varphi} \overrightarrow{u}_y$$

$E_{0x}, E_{0y}$  réels

$\varphi$  retard de  $y$  par rapport à  $x$

## Champ réel

$$\overrightarrow{E}_{\text{réel}} = \text{Re}(\overrightarrow{E}_{\text{complexe}})$$

**Représentation graphique:** Extrémité du vecteur  $\overrightarrow{E}_{\text{réel}}$

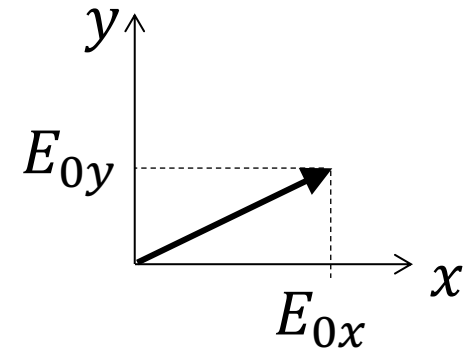
# I. Différents états de polarisation et représentation

## Polarisation linéaire

$$\vec{E}_{réel} = (E_{0x} \vec{u}_x + E_{0y} \vec{u}_y) \cos \omega t$$

$$\vec{E}_{complexe} = (E_{0x} \vec{u}_x + E_{0y} \vec{u}_y) e^{-i\omega t}$$

$E_{0x}, E_{0y}$  réels



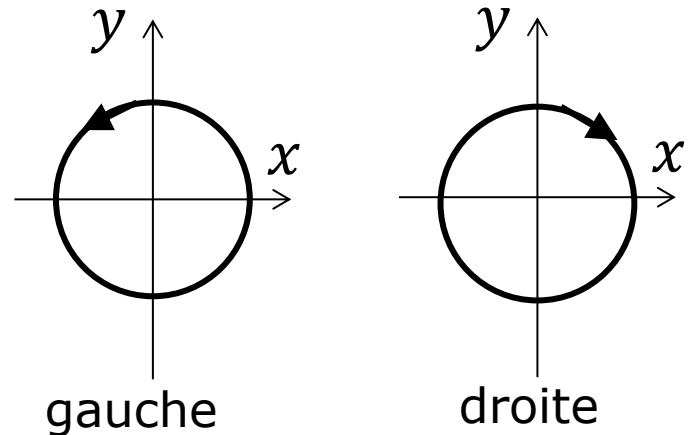
## Polarisation circulaire

$$\vec{E}_{réel} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\cos \omega t \vec{u}_x + \sin \omega t \vec{u}_y)$$

$$\vec{E}_{complexe} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\vec{u}_x \pm i \vec{u}_y) e^{-i\omega t}$$

+ circulaire gauche  
(y en retard sur x de  $\pi/2$ )

– circulaire droite



Animation: <https://emanim.szialab.org/index.html#>

# I. Différents états de polarisation et représentation

## Polarisation elliptique

Cas le plus général de la polarisation totale

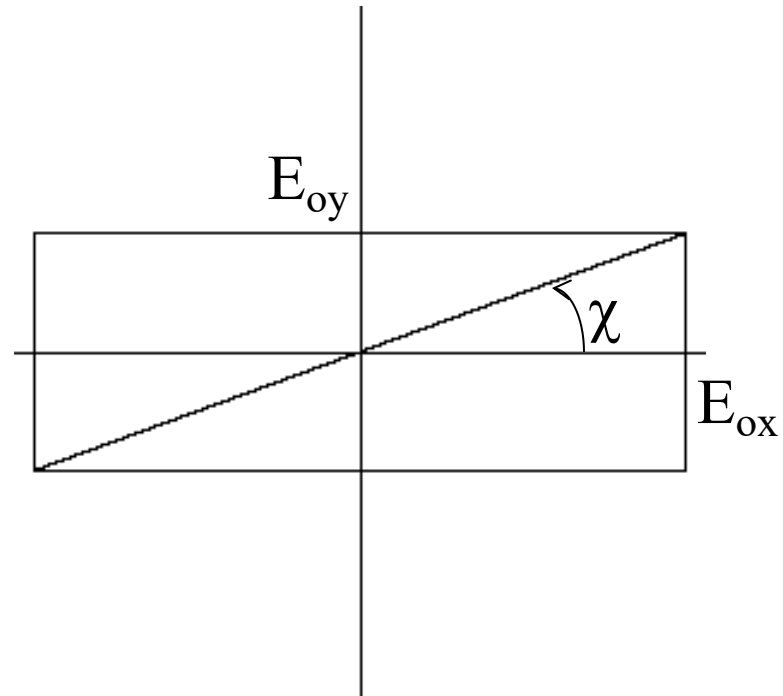
$$\begin{aligned}\overrightarrow{E_{réel}} &= (E_{0x} \cos \omega t \overrightarrow{u}_x + E_{0y} \cos(\omega t - \varphi) \overrightarrow{u}_y) \\ \overrightarrow{E_{complexe}} &= (E_{0x} \overrightarrow{u}_x + E_{0y} e^{i\varphi} \overrightarrow{u}_y) e^{-i\omega t}\end{aligned}$$

Paramètres caractérisant la polarisation elliptique:

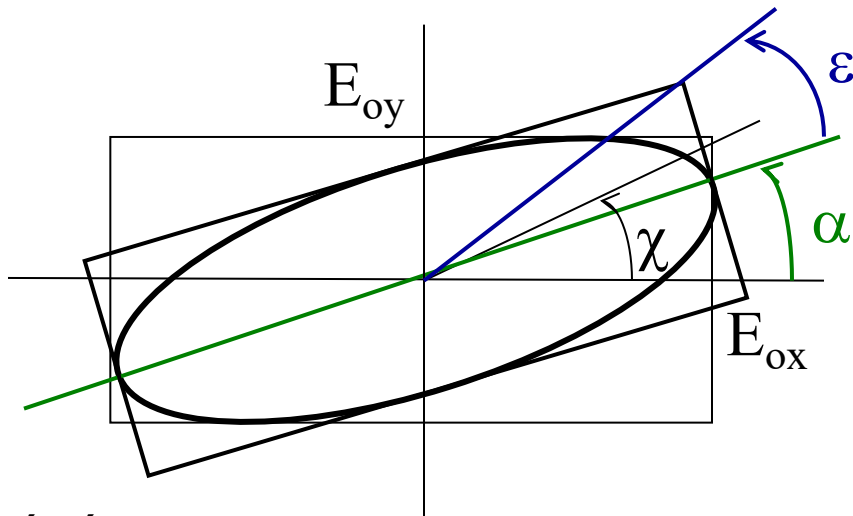
- intensité:  $E_{0x}^2 + E_{0y}^2$
- angle  $\chi$  tel que:  $\tan \chi = E_{0y}/E_{0x}$
- déphasage  $\varphi$

*Attention à l'expression de l'intensité en fonction de  $E_{réel}$  ou  $E_{complexe}$  :*  
 $I = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = E_{complexe} \cdot E_{complexe}^* = 2 \langle E_{réel}^2 \rangle$  (car  $\langle \cos^2 \omega t \rangle = 1/2$ )

Représentation graphique :  
on fixe  $\chi$  et on fait varier  $\varphi$  de 0 à  $\pi$



## Caractérisation de l'ellipse par son azimuth et son ellipticité

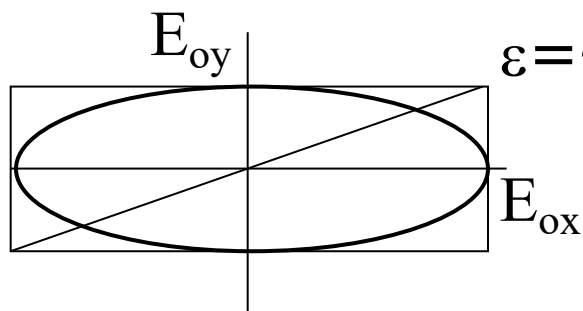


$\varepsilon$  : ellipticité (0 pour linéaire,  $\pm 45^\circ$  pour circulaire)

$\alpha$  : azimuth (direction des axes)

- En général les axes de l'ellipse ne sont ni  $Ox$  et  $Oy$ , ni la diagonale du rectangle
- Intensité proportionnelle au carré de la diagonale ( $E_{0x}^2 + E_{0y}^2$ )  $\Rightarrow$  tous les rectangles dans lesquels s'inscrit une même ellipse ont même diagonale

Cas particulier:  $\varphi = \pi/2$



$$\overrightarrow{E_{\text{complexe}}} = (E_{0x} \overrightarrow{u_x} + i E_{0y} \overrightarrow{u_y}) e^{-i\omega t}$$

$$\overrightarrow{E_{\text{réel}}} = (E_{0x} \cos \omega t \overrightarrow{u_x} + E_{0y} \sin \omega t \overrightarrow{u_y})$$

Ellipse d'axes  $Ox$  et  $Oy$ :  $\alpha = 0$  (ou  $\pi/2$ ),  $\varepsilon = \chi$

# I. Différents états de polarisation et représentation

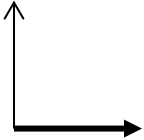
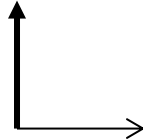
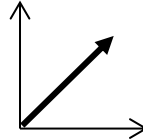
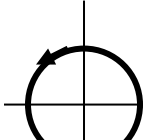
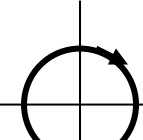
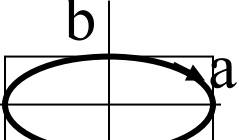
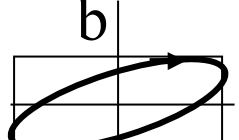
## Représentation de Jones

L'état de polarisation est représenté par un vecteur de Jones, vecteur colonne représentant le champ électrique complexe, éventuellement normé

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\varphi} \end{pmatrix}$$



## Représentation des principaux états de polarisation

Linéaire			Circulaire		Elliptique	
						
$\epsilon_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\epsilon_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\epsilon_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	$\epsilon_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ -ib \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ be^{i\varphi} \end{pmatrix}$

- Polarisations orthogonales  $\epsilon \cdot \epsilon_{\perp}^* = 0$

$$\epsilon_x \cdot \epsilon_y^* = 0$$

$$\epsilon_g \cdot \epsilon_d^* = 0$$

$$\begin{pmatrix} a \\ -ib \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b \\ ia \end{pmatrix}^* = 0$$

- Espace vectoriel: toute polarisation peut être représentée comme combinaison linéaire de deux polarisations orthogonales

linéaire=circulaire droite+circulaire gauche

$$\epsilon_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_g + \epsilon_d)$$

## II. Modification de l'état de polarisation et représentations

### Représentation matricielle

**Matrices de Jones:**  $2 \times 2$  à coefficients complexes, représentant la transformation d'un vecteur de Jones dans une base de polarisations orthogonales (en général linéaires)

définie à un terme de phase global près,  
unitaire si intensité conservée

Vecteurs propres, valeurs propres: états de polarisation non modifiés à la traversée, éventuellement atténués en intensité ou déphasés

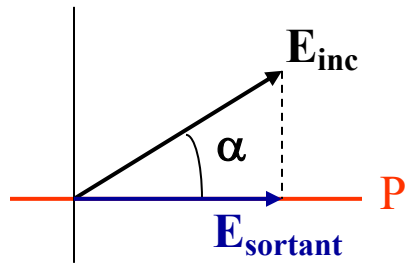
### Principales fonctions

- Polariseurs
- Lame demi-onde
- Lame quart d'onde
- Rotateur

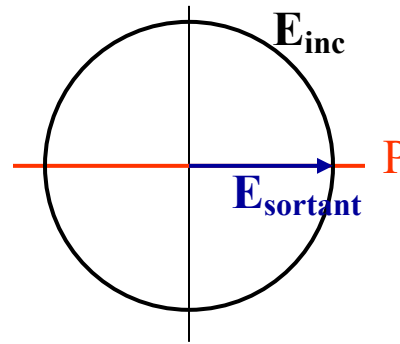
# Polariseur

Projection sur l'état de polarisation transmis par le polariseur

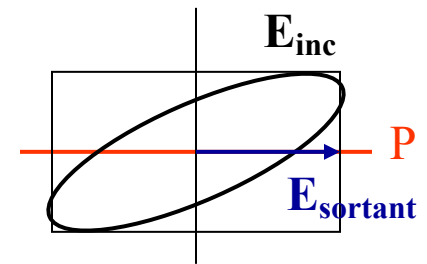
Représentation graphique



$$I_{sort} = I_{inc} \cos^2 \alpha$$



$$I_{sort} = I_{inc} / 2$$



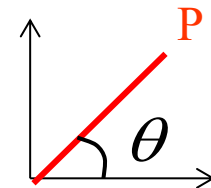
Matrice de Jones du polariseur

$$P_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ polarise la lumière dans l'état x}$$

$$P_Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ polarise la lumière dans l'état y}$$

Polariseur d'orientation  $\theta$

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \Rightarrow P_\theta = \vec{u}\vec{u}^+ = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$



## Lames retards (demi onde, quart d'onde)

Lame biréfringente à faces parallèles taillée parallèlement à l'axe optique Ox

Déphasage produit en incidence normale:  $\varphi = 2\pi/\lambda (n_e - n_o)e$

Uniaxe positif (quartz en général)

Vibration ordinaire //Oy: indice  $n_o < n_e$       axe rapide

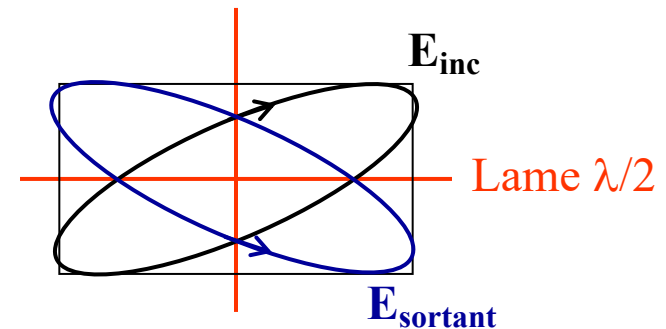
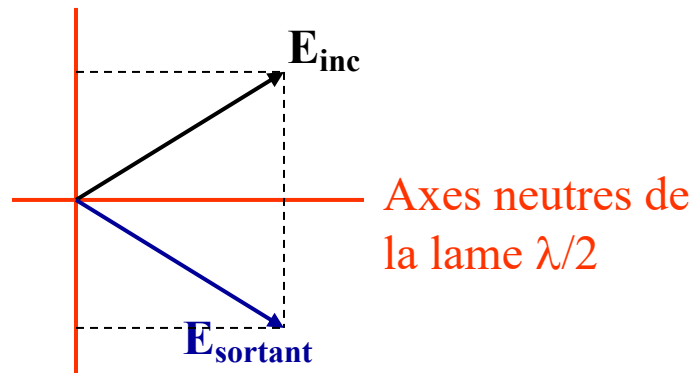
Vibration extraordinaire //Ox: indice  $n_e$       axe lent

Les deux axes sont appelés les lignes neutres de la lame

## Lame demi onde

Déphase les deux composantes suivant ses axes neutres de  
 $\varphi = \pi$ , modulo  $2\pi$        $\delta = \lambda/2$ , modulo  $\lambda$

Symétrie de la polarisation incidente par rapport aux axes de la lame demi onde



Lame d'ordre 0:  $\varphi = \pi$

Lame d'ordre k:  $\varphi = \pi + 2k\pi$

Matrice de Jones	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
lame demi-onde :	

# Lame quart d'onde

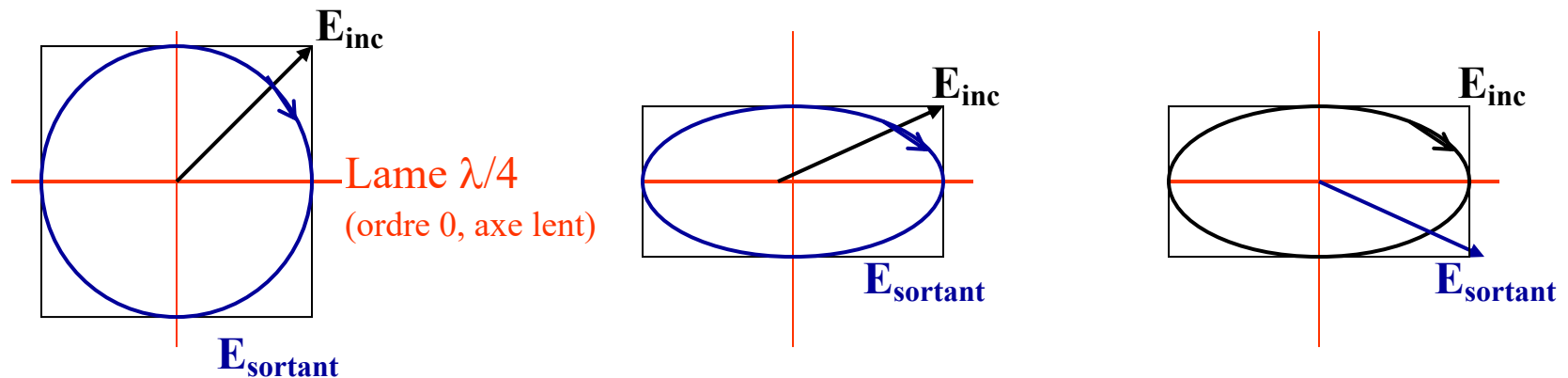
$\varphi = \pi/2$ , modulo  $\pi$  ou  $2\pi$

$\delta = \lambda/4$ , modulo  $\lambda/2$  ou  $\lambda$

Transforme une linéaire à  $45^\circ$  en une circulaire

Transforme une rectiligne quelconque en une elliptique dont les axes sont ceux de la lame quart d'onde

(et vice-versa à une symétrie par rapport aux axes près)



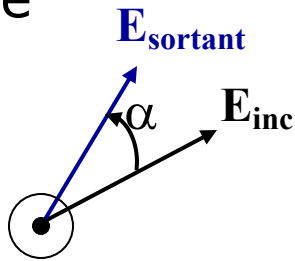
Rmq: Si l'elliptique incidente a des axes différents des axes neutres de la lame quart d'onde, la polarisation sortante est elliptique d'axes et d'ellipticité quelconques (pas de relation simple dans ce cas)

Matrice de Jones  
Lame quart d'onde :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$$

## Rotateur

Provoque une rotation d'un angle  $\alpha$  sur une polarisation linéaire



**Lumière venant vers  
l'observateur**

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Quel effet sur une polarisation circulaire ou elliptique?

## Principales matrices de Jones

Polariseur //Ox	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur //Oy	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Lame demi-onde d'axes Ox et Oy	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Lame quart d'onde axe lent Ox	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$
Rotateur d'angle $\alpha$	$\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$



### III Calcul de l'état de polarisation en sortie d'un système

$$\varepsilon_{out} = M \varepsilon_{in}$$

$\varepsilon_{in}$ : vecteur de Jones de la polarisation incidente

M: matrice de Jones du système

$\varepsilon_{out}$ : vecteur de Jones de la polarisation sortante

$$\varepsilon_{in} \longrightarrow (\text{syst } 1) \longrightarrow (\text{syst } 2) \longrightarrow \dots \longrightarrow (\text{syst } n) \longrightarrow \varepsilon_{out}$$

Pour un système composé de plusieurs éléments polarisants

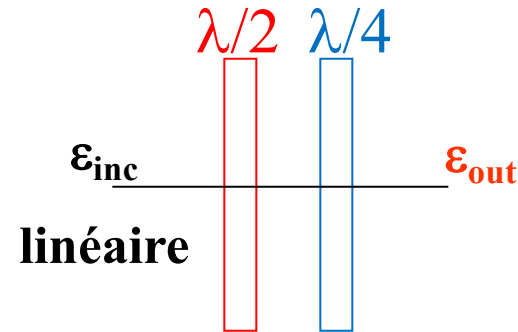
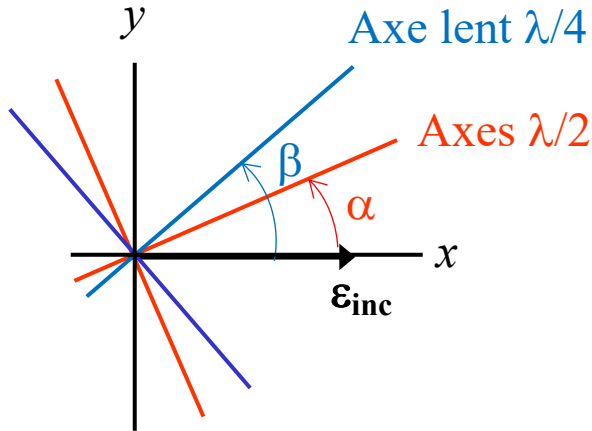
$$M = M_n M_{n-1} \dots M_2 M_1$$

Pour chaque élément on peut écrire sa matrice à partir de celle dans ses axes propres en changeant de repère

$$M_{axes\ x,y} = R_{+\theta} M_{axes\ propres\ X,Y} R_{-\theta}$$

où  $\theta$  est l'angle entre l'axe  $x$  et l'axe propre  $X$  de cet élément

# Exemple 1: effet d'une lame demi-onde suivie d'une lame quart d'onde d'orientations quelconques



$$\varepsilon_{out} = M_{\lambda/4} M_{\lambda/2} \varepsilon_{in}$$

$$M_{\lambda/2} = R_{\alpha} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} R_{-\alpha}$$

$$M_{\lambda/4} = R_{\beta} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} R_{-\beta}$$

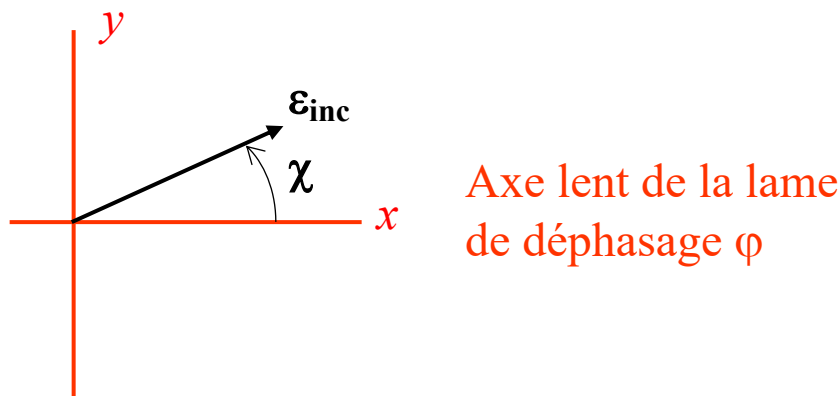
$$\varepsilon_{in} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Calculs à voir en TD**

**Crée une polarisation elliptique contrôlée:**

- **Azimut par  $\lambda/4$**
- **Ellipticité par  $\lambda/2$**

## Exemple 2: effet d'une lame retard quelconque sur une polarisation linéaire



Matrice de Jones d'une lame de déphasage  $\varphi$   $\begin{pmatrix} e^{+i\varphi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi/2} \end{pmatrix}$  ou  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$

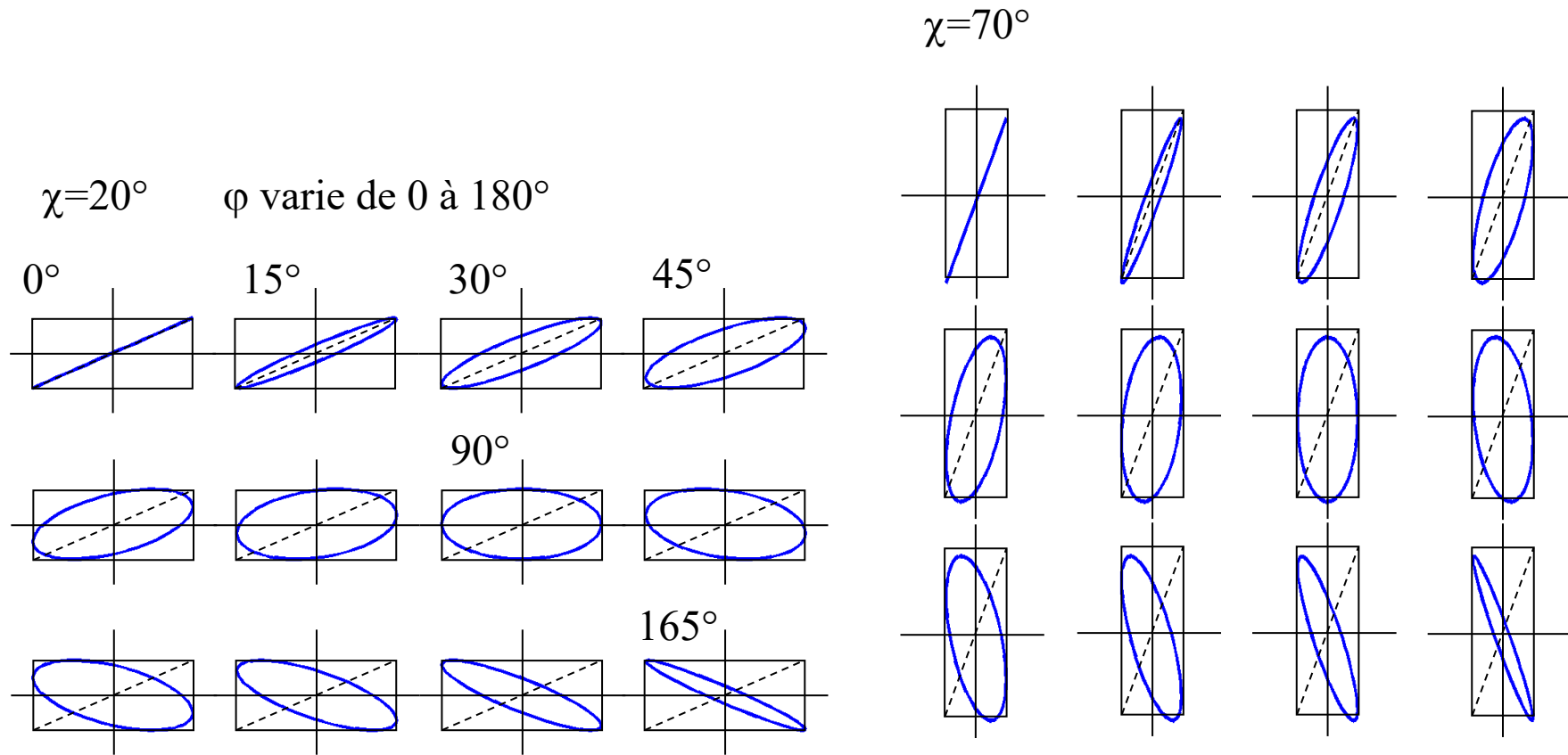
Effet sur une polarisation rectiligne d'angle  $\chi$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

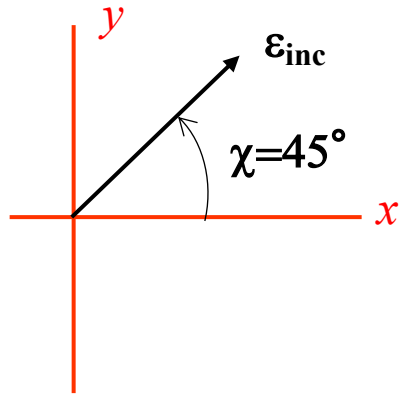
On trouve une polarisation elliptique définie par  $(\chi, \varphi)$

# Effet d'une lame quelconque sur une polarisation linéaire

De façon générale on obtient une polarisation elliptique dont les axes et l'ellipticité dépendent du déphasage de la lame.



## Cas particulier : effet d'une lame retard quelconque sur une polarisation linéaire à 45° de ses axes neutres



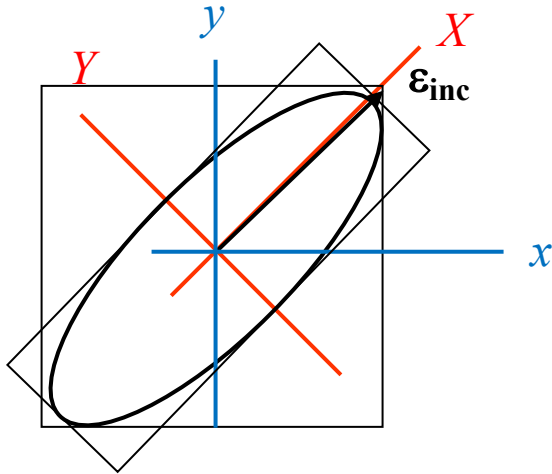
Axe lent de la lame  
de déphasage  $\varphi$

Polarisation rectiligne d'angle  $\chi = 45^\circ$   $\epsilon_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\epsilon_{out} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

polarisation elliptique  
d'azimut 45°

## Cas particulier : effet d'une lame retard quelconque sur une polarisation linéaire à 45° de ses axes neutres



Dans le repère  $X, Y$  tourné de  $45^\circ$  par rapport à  $x, y$

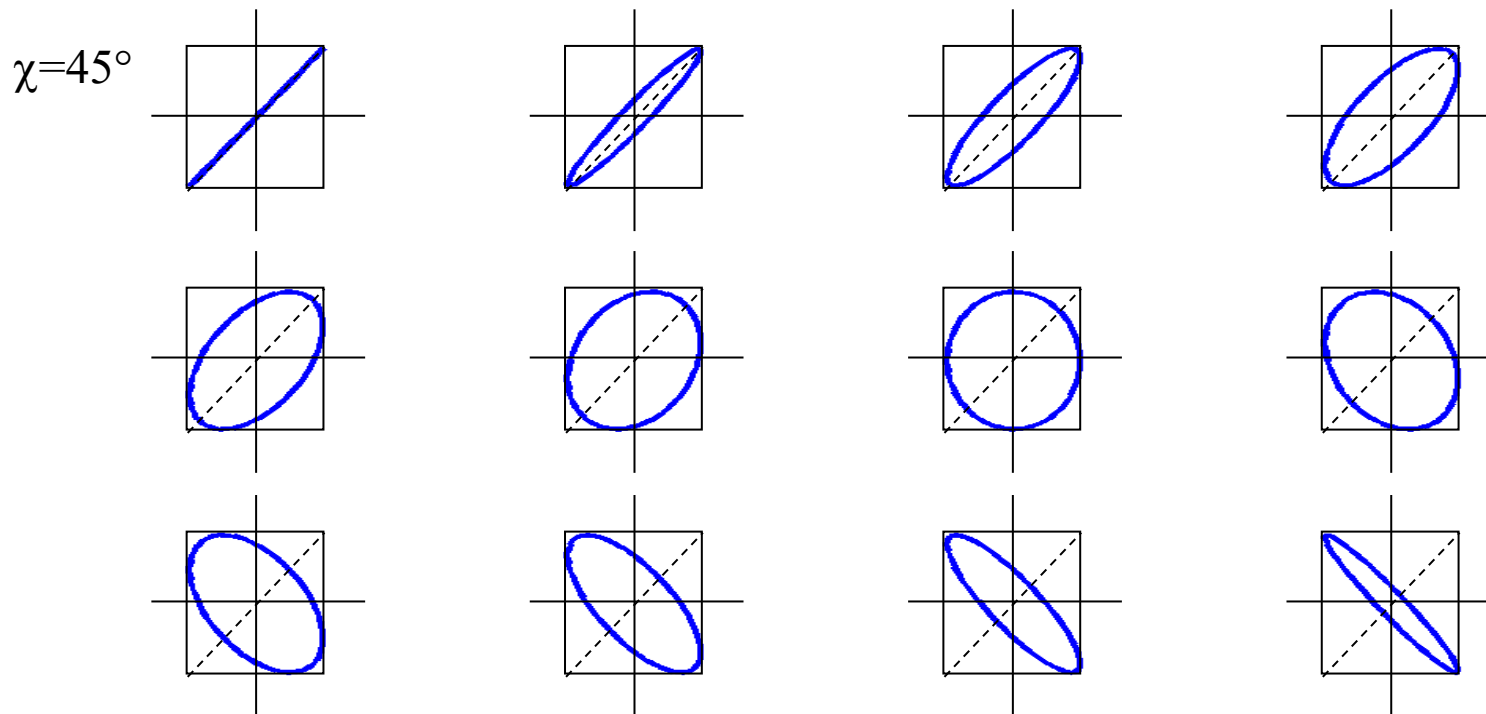
$$\begin{pmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\varphi} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+e^{-i\varphi} \\ -1+e^{-i\varphi} \end{pmatrix} = e^{-i\varphi/2} \begin{pmatrix} \cos \varphi/2 \\ i \sin \varphi/2 \end{pmatrix}$$

polarisation elliptique d'axes  $X$  et  $Y$

$$\text{d'ellipticité: } \varepsilon = \varphi/2$$

Cas particulier: la polarisation incidente fait un angle de  $45^\circ$  avec les axes de la lame

$\varphi$  varie de  $0$  à  $180^\circ$



- axes fixes à  $45^\circ$
  - seule l'ellipticité varie avec le déphasage introduit par la lame
- ⇒ On peut s'en servir pour mesurer le déphasage de la lame

## IV. Analyse d'un état de polarisation inconnu

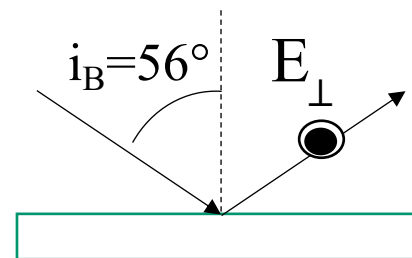
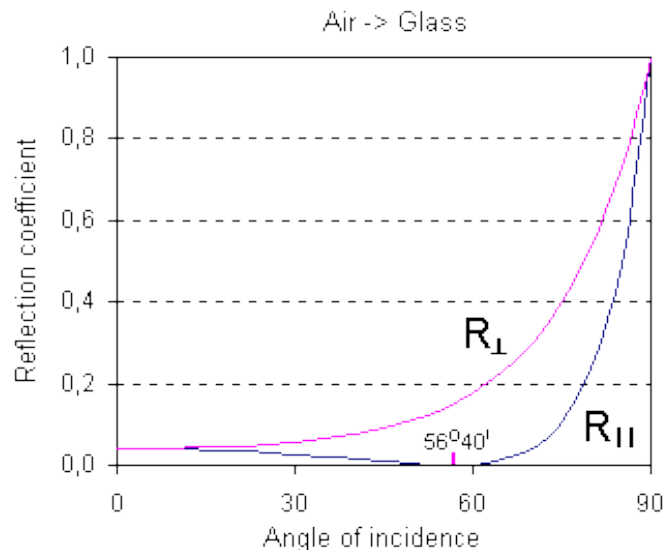
### 1) Repérer la direction d'une polarisation linéaire

a) **Avec un polariseur tournant** on cherche une extinction

⇒ La polarisation est orthogonale à l'axe du polariseur

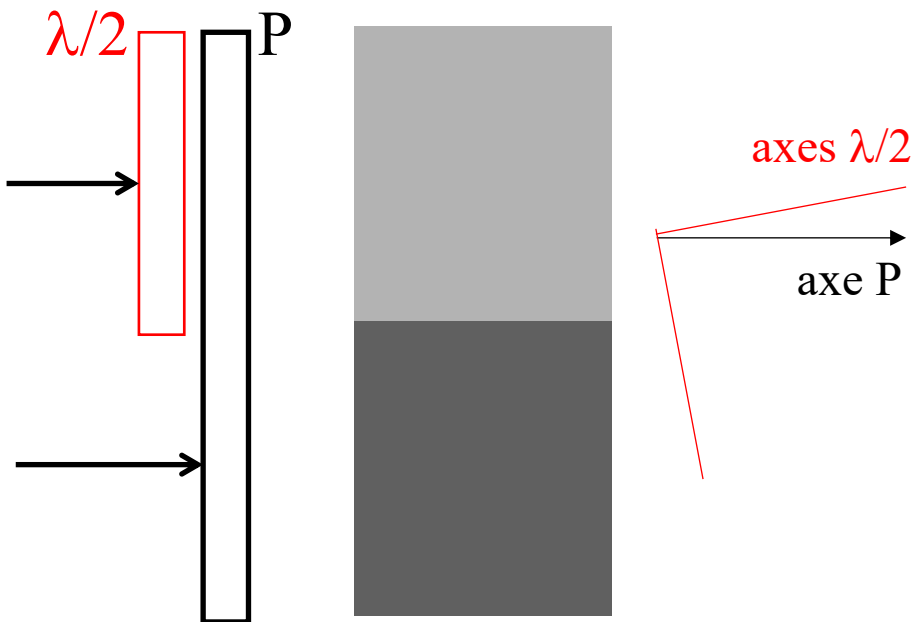
### • Comment connaître l'axe d'un polariseur?

On peut utiliser la lumière réfléchie à l'incidence de Brewster qui est polarisée parallèlement à la surface





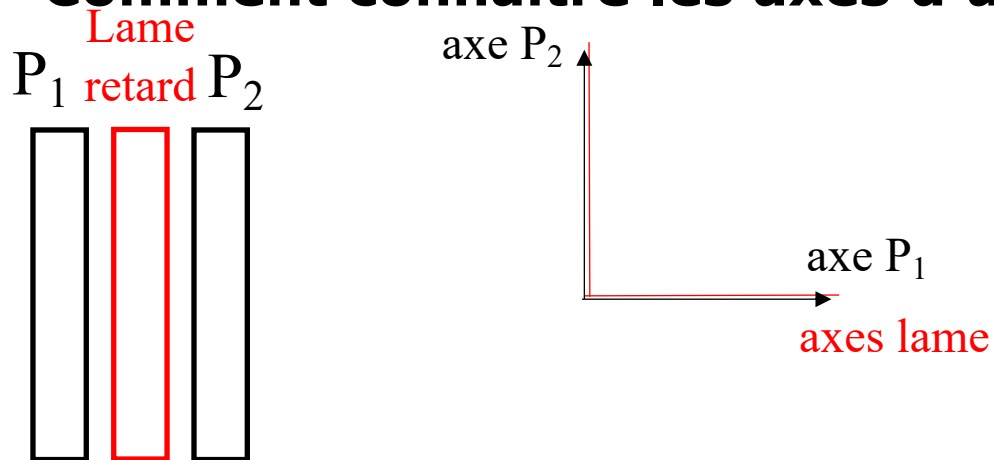
## b) avec un analyseur à pénombre



L'analyseur à pénombre est constitué d'un polariseur devant lequel on place une lame demi onde couvrant la moitié du champ et dont l'un des axes neutres fait un petit angle  $\alpha$  avec la direction du polariseur.

Seules les directions de polarisation parallèles aux axes de la demi onde donnent une égalité d'éclairement des deux plages, et c'est celle donnant deux éclairements faibles que l'on repère avec précision.

## • Comment connaître les axes d'une lame retard?



On la place entre deux polariseurs croisés  
On la tourne pour retrouver une extinction  
Ses axes sont parallèles à ceux des deux polariseurs

## 2) Analyser une polarisation circulaire ou elliptique

Deux approches:

- ✓ Utiliser une mesure d'intensité avec un détecteur
- ✓ La transformer en une polarisation rectiligne  
=> retour au cas précédent (méthode visuelle)

### **a) Polarimétrie à l'analyseur tournant**

En mesurant l'intensité transmise par un analyseur rectiligne tournant, on obtient un signal sinusoïdal dépendant du temps dont la modulation et la phase donnent accès à la forme de la polarisation elliptique incidente (axes et ellipticité).

Ainsi dans le cas idéal:

- Une rectiligne donne une sinusoïde de modulation 1, la phase donnant sa direction
- Une circulaire donne une intensité constante
- Une elliptique donne une sinusoïde de modulation inférieure à 1

## b) Analyse de polarisation par méthode visuelle

Quel composant de polarisation permet de transformer une polarisation circulaire ou elliptique en polarisation linéaire?

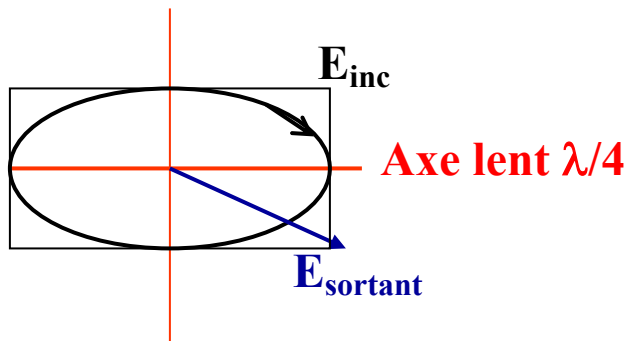
Réponse: une lame quart d'onde!

Quelle orientation pour ce composant?

Réponse:

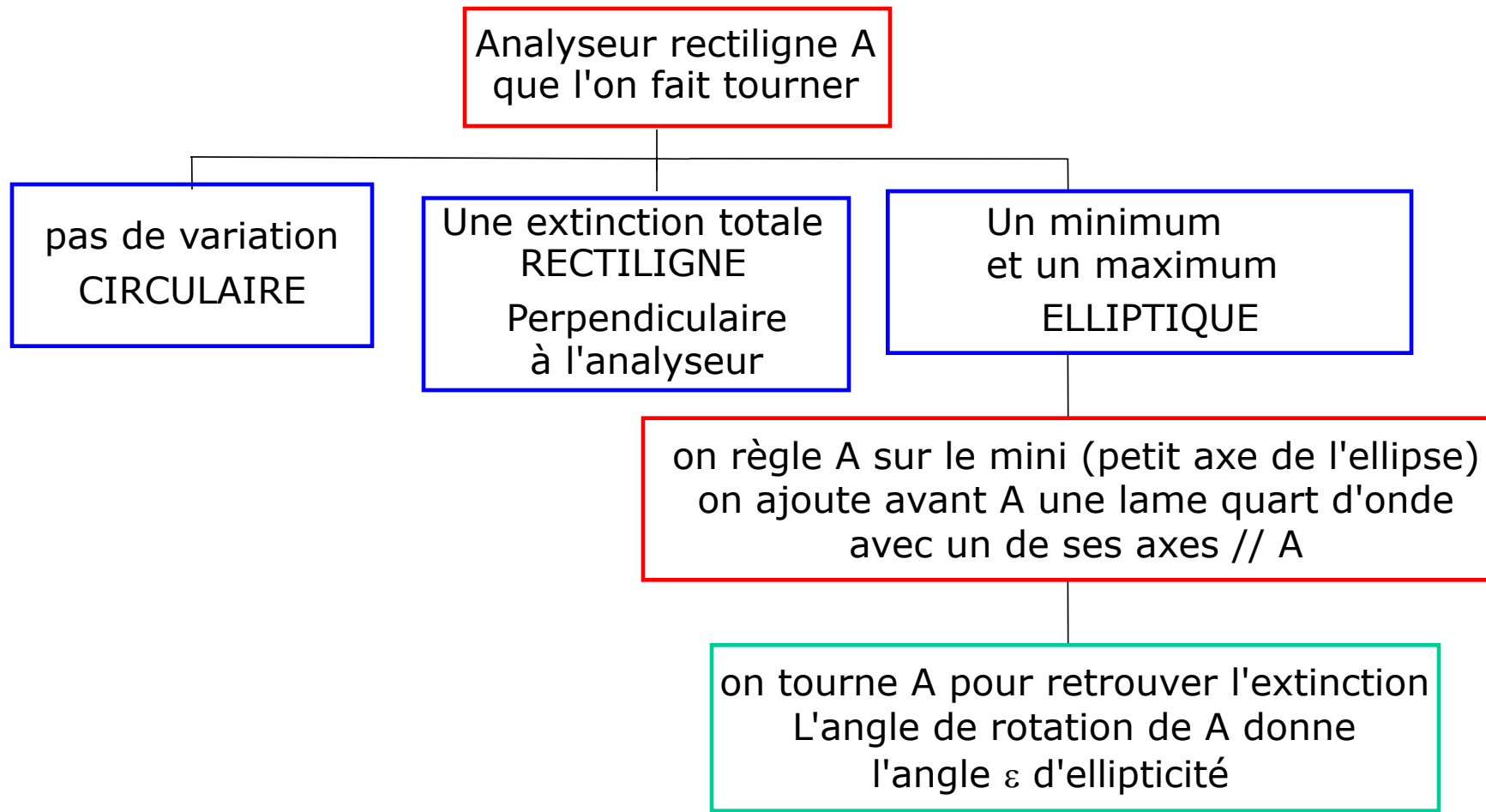
pour une circulaire: peu importe

Pour une elliptique: axes de la  $\lambda/4$  confondus avec ceux de l'ellipse



# Analyse de polarisation par méthode visuelle

## cas d'une polarisation totale



# Analyse de polarisation par méthode visuelle

cas d'une polarisation totale dont on veut le sens de rotation

Analyseur rectiligne A  
que l'on fait tourner

pas de variation  
CIRCULAIRE

Une extinction totale  
RECTILIGNE  
Perpendiculaire  
à l'analyseur

Un minimum  
et un maximum  
ELLIPTIQUE

on ajoute avant A  
une lame quart d'onde  
**d'ordre 0 ou pair**  
**d'axe rapide // A**

on règle A sur le mini (petit axe de l'ellipse)  
on ajoute avant A une lame quart d'onde  
**d'ordre 0 ou pair**  
avec **son axe rapide // A**

on tourne A pour  
retrouver l'extinction

**Le sens de rotation de A**

**Donne le sens de la circulaire**

on tourne A pour retrouver l'extinction  
L'angle de rotation de A donne  
l'angle  $\varepsilon$  d'ellipticité

**et son sens donne le sens de rotation**

## V. Conception d'un système utilisant la polarisation

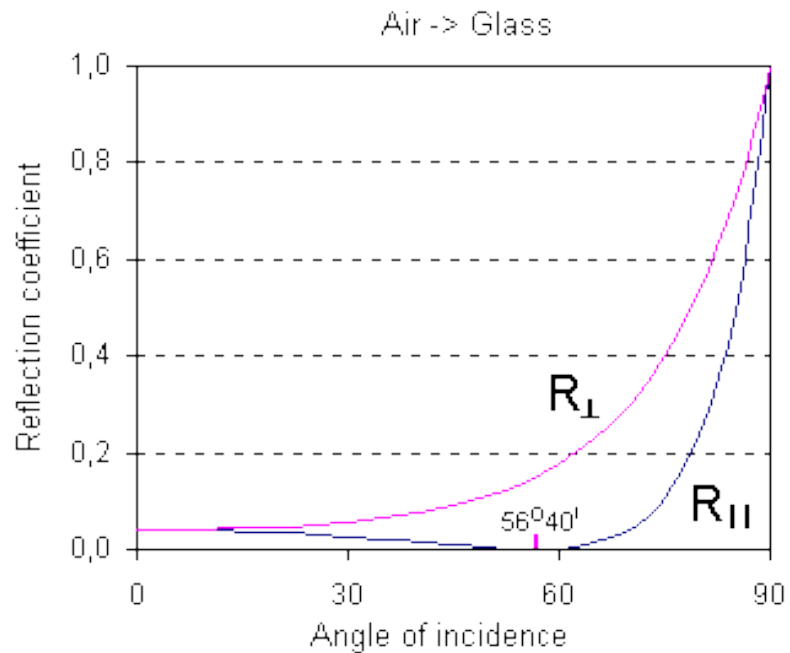
- 1) Composants de polarisation passifs
  - a) polariseurs et séparateurs de polarisation
  - b) lames demi et quart d'onde: aspects pratiques
  
- 2) Composants de polarisation actifs
  - a) effet électrooptique Pockels
  - b) cristaux liquides
  - c) déformation mécanique
  - d) effet magnétooptique
  
- 3) Exemples de systèmes
  - a) création polarisation quelconque
  - b) lunettes 3D
  - c) isolateur optique

# 1) Composants de polarisation passifs

## a) Polariseurs et séparateurs de polarisation

- polariseurs dichroïques: absorption sélective en polarisation
- polariseurs à grille: réseau de fils métalliques de période inférieure à  $\lambda$  (vus au cours 3)
- polariseurs biréfringents: séparation angulaire (Rochon, Wollaston) ou réflexion totale (Nicol, Glan Taylor, Glan Thompson) (vus au cours 3)
- empilement de lames à Brewster: coefficients de Fresnel en incidence oblique dépendant de la polarisation
- cubes séparateurs de polarisation à couches minces: interférences à ondes multiples

# Utilisation de l'incidence de Brewster à l'interface air/verre



- Empilement de 10 lames à Brewster:

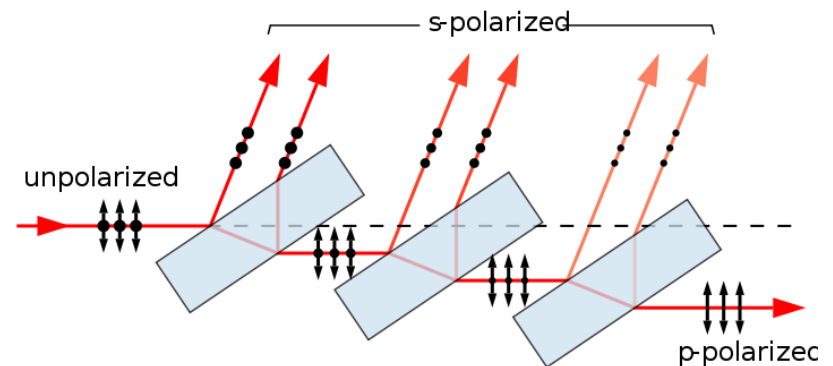
$$T_{\perp} / T_{\parallel} = (1 - 0.15)^{20} = 4\%$$

- Polarisation réfléchie:

⊥ au plan d'incidence ou s ou TE

- Polarisation transmise:

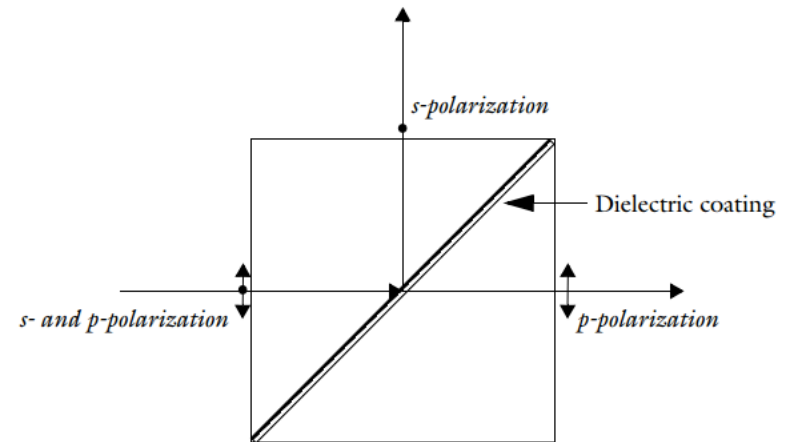
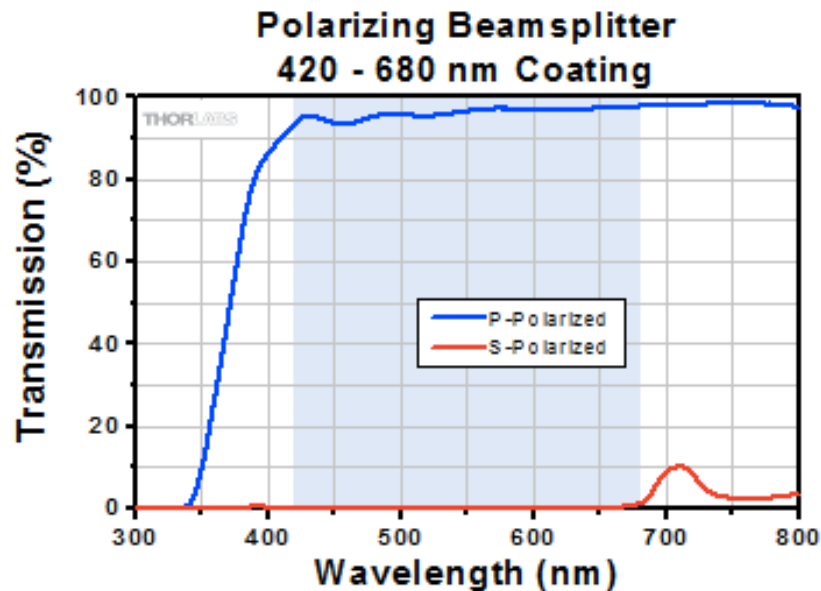
// au plan d'incidence ou p ou TM





# cube séparateur de polarisation à couches minces

- C'est le traitement multicouches qui conduit à une réflexion quasi 100% pour la polarisation s (=TE)



## b) Lames demi et quart d'onde : aspects pratiques

Ordre zéro ou ordre multiple:

Lame demi-onde d'ordre zéro en quartz:

$\lambda=0.5\mu\text{m}$        $n_e - n_o = 0.009 \Rightarrow e = 28\mu\text{m}$ : très mince!

- Lame d'ordre multiple  $k$  ( $\delta = \lambda/2 + k\lambda$ ) avec  $k$  pas trop élevé
- Lame d'ordre zéro avec deux lames  $\delta_1 = k\lambda$  et  $\delta_2 = \lambda/2 + k\lambda$  d'axes neutres croisés:  $\delta_{\text{global}} = \delta_2 - \delta_1$
- Utilisation de polymère étiré: moins biréfringent ( $n_e - n_o$  nettement plus faible que le quartz), donc  $e$  plus grand

Connaissance des axes lent et rapide:

- Inutile pour la lame demi-onde
- nécessaire pour la lame quart d'onde si on veut le sens de rotation de la polarisation en sortie, mais alors il faut aussi connaître l'ordre exact ( $\delta = \lambda/4$  et  $\delta = 3\lambda/4$  donnent le même état de polarisation mais le sens est inversé)
- Pas facile à déterminer (voir cours sur les interférences)

## 2) Composants de polarisation actifs

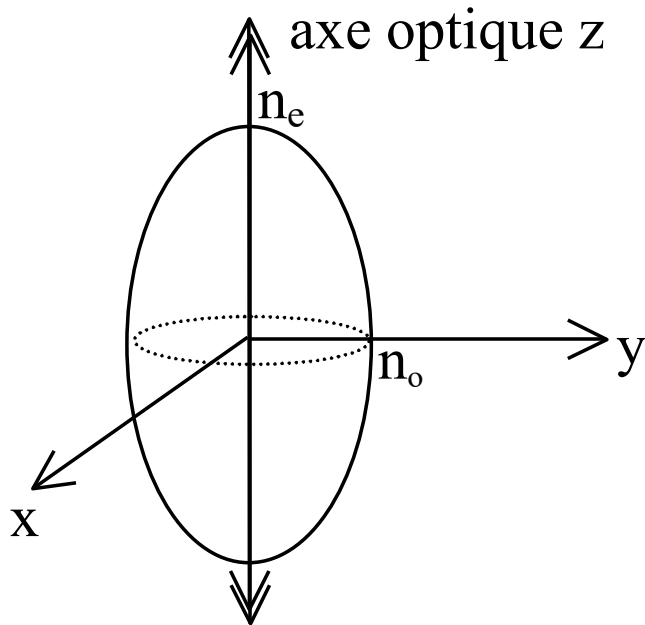
### a) Effet électrooptique Pockels

Variation d'indice sous l'effet d'un champ électrique  $\mathbf{E}$

Rappel sur l'ellipsoïde des indices et ses propriétés

On porte la valeur de  $n$  dans la direction de  $\mathbf{D}$

Pour un milieu uniaxe positif par exemple:



Équation de l'ellipsoïde dans ses axes propres:

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1$$

Sous l'effet d'un champ électrique, la maille cristalline est déformée ce qui se traduit par une modification de l'ellipsoïde des indices

# Déformation de cette ellipsoïde - Effets Pockels et Kerr

On caractérise l'effet du champ  $E$  par la déformation de l'ellipsoïde qui devient dans

le cas général :

$$\frac{x^2}{n_{xx}^2} + \frac{y^2}{n_{yy}^2} + \frac{z^2}{n_{zz}^2} + \frac{2xy}{n_{xy}^2} + \frac{2xz}{n_{xz}^2} + \frac{2yz}{n_{yz}^2} = 1$$

Chaque terme  $1/n_{ij}^2$  peut a priori contenir

- des termes proportionnels à  $\mathbf{E}$  : **effet Pockels**
- et des termes en  $E^2$  : **effet Kerr**

Pas de termes en  $E$  si le milieu est initialement isotrope

## Effet Pockels

La variation des termes  $1/n_{ij}^2$  en fonction des composantes  $E_x, E_y, E_z$  du champ appliqué se déduit des propriétés électrooptiques du milieu:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{n_{xx}^2} - \frac{1}{n_o^2} \\ \frac{1}{n_{yy}^2} - \frac{1}{n_o^2} \\ \frac{1}{n_{zz}^2} - \frac{1}{n_e^2} \\ \frac{1}{n_{yz}^2} \\ \frac{1}{n_{xz}^2} \\ \frac{1}{n_{xy}^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Matrice qui caractérise la réponse électrooptique du milieu

# Exemple: effet Pockels dans le KDP

Matrice électro-optique du KDP

$$\Delta\left(\frac{1}{n_{ij}^2}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix}$$

Champ appliqué :  $\mathbf{E} // \text{Oz}$  (axe optique initial)

$$\Delta\left(\frac{1}{n_{xy}^2}\right) = r_{63} E_z$$

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2xyr_{63} E_z = 1$$

$$\frac{x'^2}{n_x'^2} + \frac{y'^2}{n_y'^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1$$

Ordres de grandeur

$$r_{ij} = 10^{-10} \text{ à } 10^{-12} \text{ m/V}$$

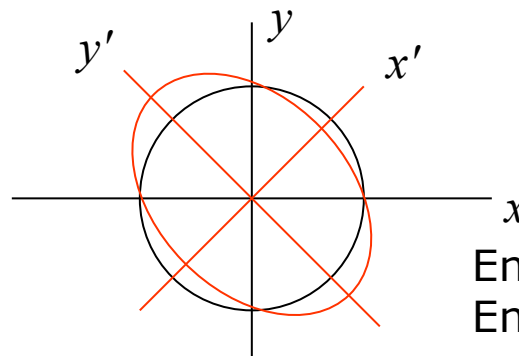
$$\text{LiNbO}_3 \quad \Delta n \sim 10^{-3} \text{ pour}$$

$$10^7 \text{ V/m} = 10 \text{ V}/\mu\text{m}$$

ADP, KDP (visible)

AsGa (infrarouge)

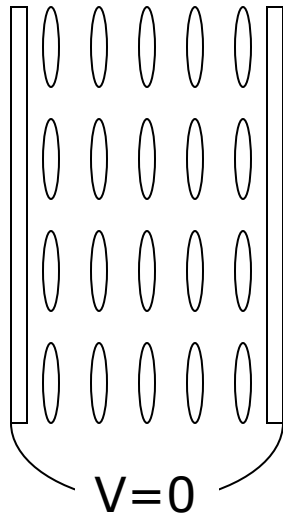
Allure en coupe de l'ellipsoïde



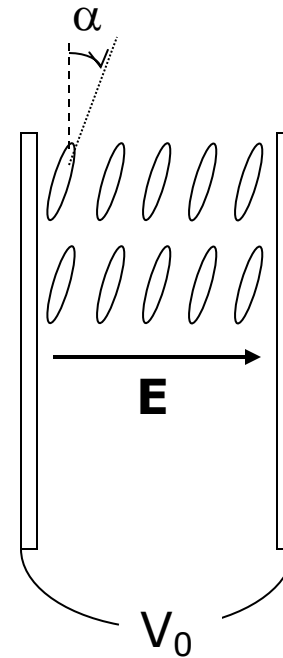
$$\begin{cases} n'_x = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z \\ n'_y = n_0 + \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z \end{cases}$$

En noir: sans champ appliqué  
En rouge: avec champ  $E_z$ ,  
nouveaux axes  $x'$  et  $y'$

## b) cristaux liquides



Biréfringence  
axe // molécules



Biréfringence  $\downarrow$  quand  $\alpha \uparrow$  (ie  $V \uparrow$ )  
 $\alpha = 90^\circ \rightarrow$  plus de biréfringence

Application à l'affichage:

- état noir entre polariseurs parallèles si le déphasage vaut  $\pi$  et la tension  $V$  est **..nulle** et l'axe optique du CL est à  $45^\circ$  des polariseurs
- état « blanc » si la tension est **... $V_0$  telle que  $\alpha=90^\circ$**

## c) Effets photoélastiques

### Effets photoélastiques observés sur le rétroprojecteur

- Différents éléments en plastique, déformables manuellement (disque en plastique souple) ou contraints par procédé de fabrication (équerre, rapporteur, couvercle de boîte en plastique), sont placés sur le rétroprojecteur entre deux polariseurs croisés ou parallèles entre eux. La biréfringence induite par déformation se manifeste sous la forme d'interférences en lumière blanche.

Interprétation: Variation d'indice sous l'effet d'une contrainte mécanique

- Biréfringence linéaire d'axe // direction de la force de pression
- Phénomène pouvant être:
  - gênant: ne pas induire de contraintes lors du montage d'éléments optiques
  - utile: pour mesurer des contraintes, pour moduler, défléchir, déphaser un faisceau
- Voir aussi: passage d'un train sur un pont en plexiglas au Palais de la Découverte

## d) Effet Faraday : pouvoir rotatoire dû à un champ magnétique

- En appliquant un champ magnétique longitudinal à de nombreux matériaux isotropes, on obtient une rotation de la polarisation:

$$\alpha = V_e B_{\text{appliqué}} L \quad (L: \text{longueur de matériau traversée})$$

$V_e$  : **constante de Verdet** (deg. T<sup>-1</sup> . m<sup>-1</sup>)

- **Le sens de rotation** est fixé par le sens de **B**, et il est **indépendant du sens de propagation de la lumière** ≠ pouvoir rotatoire naturel (effet non-réciproque).

### • Quelques valeurs caractéristiques :

L'effet Faraday existe dans presque tous les milieux mais avec une constante de Verdet très faible (Eau:  $V_e = 218^\circ \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ , Flint - verre fortement dispersif:  $V_e = 528^\circ \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ )

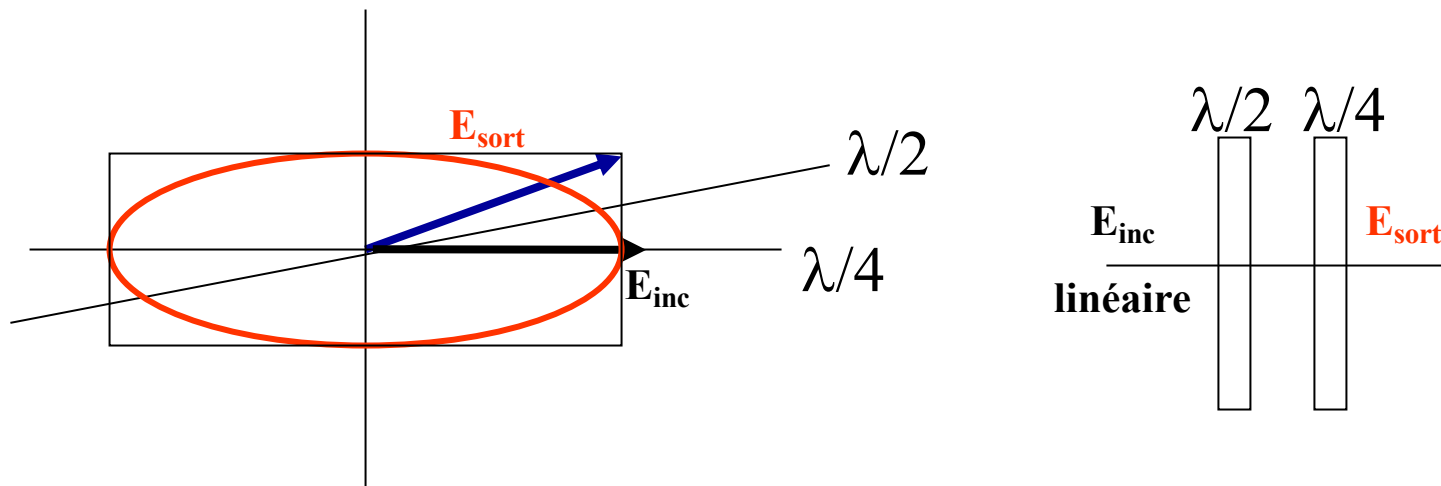
Il existe des verres spéciaux comme le TGG (Terbium Gallium Garnet:  $V_e = 12500^\circ \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ) qui permettent d'atteindre des rotations importantes avec des champs créés par des aimants permanents ( $45^\circ$  pour  $B=0.36\text{T}$ )



### 3) Exemples de systèmes

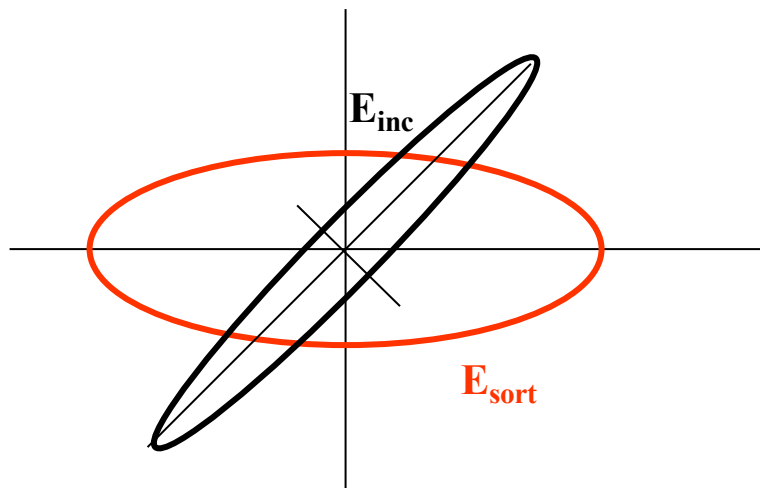
#### a) Création d'une polarisation quelconque à partir de composants simples

A partir d'une polarisation rectiligne incidente:  
une lame demi-onde et une lame quart d'onde bien orientées suffisent, avec deux possibilités suivant la lame qui est placée en premier (vu en TD)

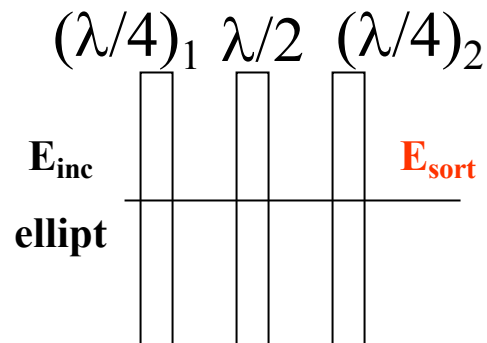
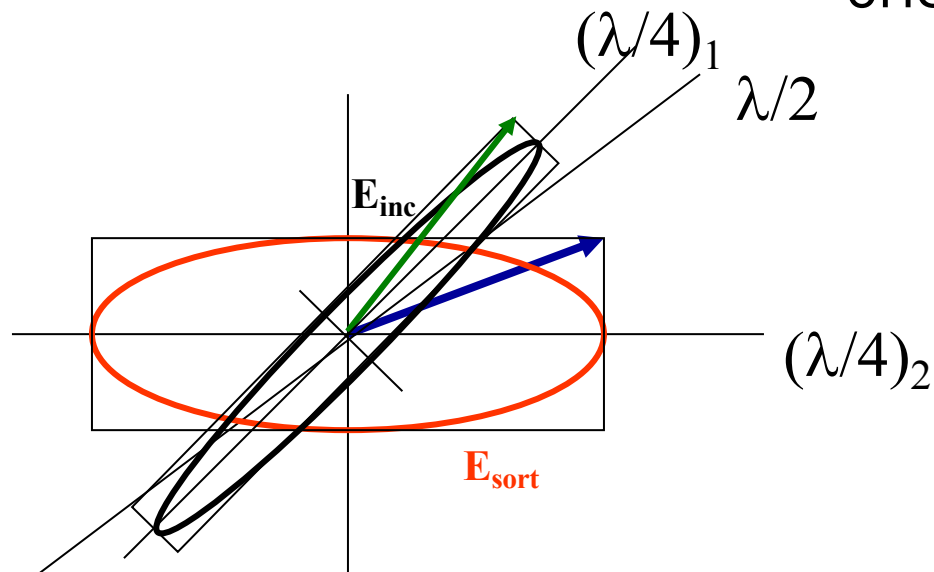


# Création d'une polarisation quelconque

A partir d'une polarisation elliptique quelconque:



il suffit d'ajouter aux deux autres lames une lame quart d'onde orientable indépendamment

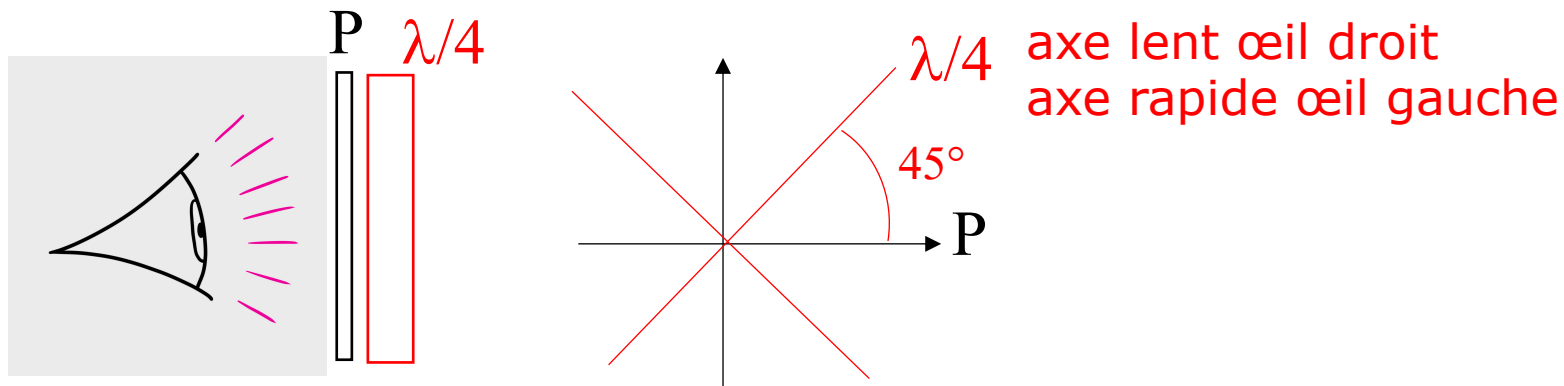


## b) Lunettes 3D

Pour voir en 3D il faut une image décalée latéralement pour chaque œil. On projette ces deux images avec des polarisations circulaires droite et gauche.

Concevoir des lunettes 3D à partir de composants simples:

- L'œil gauche voit uniquement la polarisation circulaire gauche
- L'œil droit voit uniquement la polarisation circulaire droite

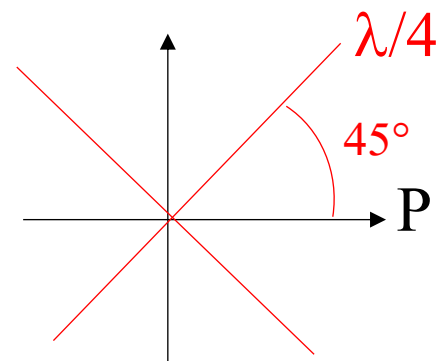
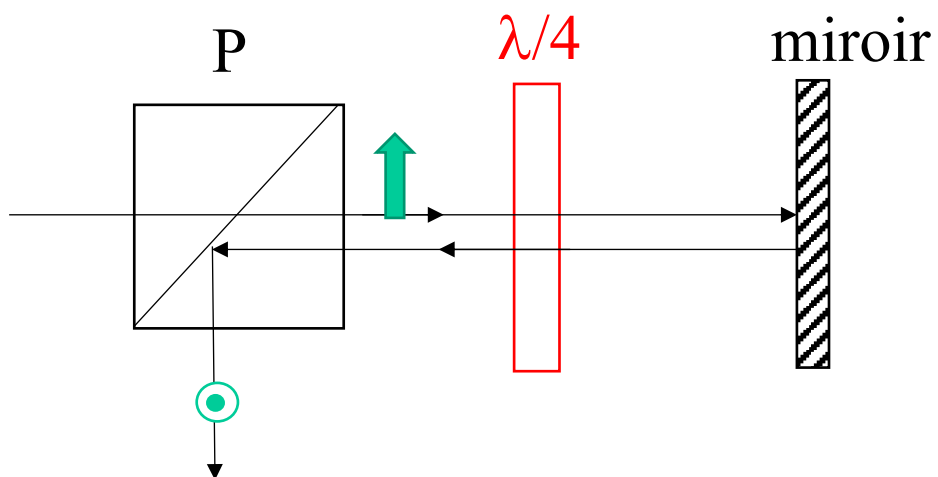


Tester les lunettes 3D pour voir si leur fonctionnement suit votre idée de conception

### c) Isolateur optique

Concevoir un système tel que la lumière passe dans un sens et soit bloquée ou déviée dans le sens retour

Avec des composants passifs type polariseur et lames retard



Avec un rotateur à effet Faraday

