

PARTIEL de RELATIVITÉ*Durée : 2 heures**Les calculatrices sont autorisées. Il y a un formulaire en fin d'énoncé.**Barème approximatif : A = 3 pts ; B = 9 pts ; C = 8 pts.***A Muons cosmiques**

Le muon est un lepton qui se désintègre en donnant un électron et deux neutrinos : $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. Les muons cosmiques arrivent sur Terre avec une vitesse $v \simeq 0.995c$. On dispose de deux détecteurs identiques, l'un situé à une altitude de 2000 m qui détecte 560 muons par heure, l'autre au niveau de la mer qui détecte 400 muons par heure.

En supposant que, dans le référentiel terrestre, les muons se désintègrent selon une loi exponentielle correspondant à une durée de vie¹ τ , donner la valeur τ_0 de cette durée de vie dans le référentiel propre du muon (on demande la valeur numérique de τ_0).

B Désintégration rare du K_L^0

La violation combinée de la symétrie de conjugaison de charge et de la parité est mise en évidence par la désintégration rare du kaon K_L^0 en deux pions chargés : $K_L^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. On notera M la masse du kaon et m la masse commune des deux pions. $M = 500 \text{ MeV}/c^2$ et $m = 140 \text{ MeV}/c^2$.

1/ Montrer que, dans le référentiel propre \mathcal{R}_0 du kaon, les pions sont émis dans des directions opposées. Donner la valeur de leur impulsion et de leur énergie.

2/ Dans le référentiel \mathcal{R} du laboratoire on a réalisé un faisceau de kaons d'énergie 1200 MeV. On note θ l'angle d'émission du π^+ par rapport au faisceau dans \mathcal{R} et θ_0 l'angle correspondant dans \mathcal{R}_0 .

(a) Montrez que

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta_0}{\gamma(\cos \theta_0 + \beta A)}, \quad (\text{B1})$$

où A est une constante sans dimension que vous exprimerez en fonction des données du problème. Précisez à quelle vitesse se rapportent les quantités β et γ dans l'expression (B1) et comment on peut les déterminer à partir des données du problème.

(b) Que vaut θ lorsque $\theta_0 = 60^\circ$, 90° ou 120° ? (On demande les valeurs numériques).

(c) Si l'on note $\tilde{\theta}$ l'angle d'émission du π^- dans le labo, quelle est l'expression de $\tan \tilde{\theta}$?

(d) Montrez que, dans le laboratoire, la moitié des pions sont émis avec une vitesse dont la direction est comprise dans un cône dont l'axe est le faisceau et dont vous donnerez l'angle d'ouverture.

(e) Quelle est la valeur de l'angle $\Delta\theta = \theta - \tilde{\theta}$ entre les trajectoires des deux pions dans le laboratoire lorsque $\theta_0 = 60^\circ$, 90° ou 120° ? (On demande les valeurs numériques).

¹C'est à dire que, dans un échantillon donné, le nombre de muons décroît avec le temps selon une loi en $\exp(-t/\tau)$.

C Photographier n'est pas mesurer

On considère un référentiel \mathcal{R} dans lequel une barre horizontale de longueur propre L_0 se déplace à vitesse $-V$ ($V > 0$) le long de l'axe Ox . On note L la longueur de la règle dans \mathcal{R} .

Un observateur, ayant au préalable placé des graduations sur tout l'axe, réalise le montage suivant : Un appareil photographique est placé à l'origine $x = 0$ des coordonnées. Il se déclenche à l'instant où l'avant de la barre arrive en $x = 0$: le diaphragme s'ouvre pendant un instant très bref et photographie tout l'axe des x . L'observateur relève ensuite sur la photo la graduation correspondant à la position de l'arrière de la règle. Il note cette valeur \mathcal{L} .

1/ Tracez un diagramme de Minkowski dans \mathcal{R} avec les lignes d'univers de l'avant et de l'arrière de la règle. Prenez soin de bien identifier ces 2 lignes. Placez l'évènement d'ouverture du diaphragme et la ligne d'univers du photon issu de l'arrière de la règle qui arrive à l'origine au moment où le diaphragme s'ouvre. Reporter les longueurs L et \mathcal{L} sur le diagramme.

2/ Donnez la relation entre \mathcal{L} et L_0 qu'obtient l'observateur dans les trois cadres théoriques suivants :

- L'observateur connaît la théorie de la relativité.
- L'observateur sait que la vitesse de la lumière est finie et vaut c , mais il ne connaît que la mécanique de Galilée.
- L'observateur pense que la vitesse de la lumière est infinie.

3/ Même pour l'observateur qui connaît la théorie de la relativité, la mesure de \mathcal{L} ne permet pas de déterminer L_0 si la vitesse de la barre n'est pas connue. Afin de déterminer à la fois L_0 et V l'observateur fait une mesure supplémentaire : il place à l'origine ($x = 0$) un chronomètre qui se déclenche à l'arrivée de l'avant de la barre et s'arrête lorsque l'arrière de la barre passe en $x = 0$. Soit \mathcal{T} le temps mesuré.

Donnez les expressions de V et de L_0 en fonction de \mathcal{L} et \mathcal{T} obtenues par chacun des observateurs (a) et (b) ci-dessus.

Formulaire – Rappel de cours

Soient \mathcal{R} et \mathcal{R}' deux référentiels inertiels. \mathcal{R}' est animé par rapport à \mathcal{R} d'un mouvement de translation rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{V} = V\vec{e}_x$. Si un quadri-vecteur a pour expressions respectives \underline{A} et \underline{A}' dans \mathcal{R} et \mathcal{R}' , on a $A'^\mu = \Lambda^\mu_\nu A^\nu$ où l'expression de Λ^μ_ν est donnée dans (F1), où $\beta = V/c$ et $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

$$\Lambda^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{F1})$$

Pour inverser la relation entre \underline{A} et \underline{A}' il suffit de changer le signe devant β dans l'expression (F1).

On rappelle le phénomène de contraction des longueurs : une règle immobile, de longueur L_0 et portée par l'axe $O'x'$ dans \mathcal{R}' apparaîtra comme ayant une longueur L_0/γ dans \mathcal{R} .