

EXAMEN de RELATIVITÉ*Durée : 1 heure et 30 minutes \implies 3 heures**Barème approximatif : A = 7 pts ; B = 4 pts ; C = 9 pts.***A Encore un train et un tunnel**

Un train de longueur ℓ (dans son référentiel propre) se dirige vers un tunnel de longueur L (dans son référentiel propre \mathcal{R}) à la vitesse V (mesurée dans \mathcal{R}). Un opérateur, au repos dans \mathcal{R} , est placé à la sortie du tunnel, qui est fermée par une porte. Lorsque la queue du train entre dans le tunnel, un signal optique est envoyé depuis l'entrée du tunnel vers l'opérateur qui ouvre la porte dès qu'il reçoit le signal.

1/ Tracer un diagramme de Minkowski dans \mathcal{R} avec les lignes d'univers : (1) de l'entrée et (2) de la sortie du tunnel, (3) de la tête et (4) de la queue du train, (5) du photon signalant à l'opérateur l'entrée de la queue du train dans le tunnel. Il est important de spécifier de façon claire où vous choisissez de placer l'évènement origine. Placer précisément sur le diagramme l'évènement A "l'arrière du train entre dans le tunnel" et l'évènement B "ouverture de la porte de sortie".

2/ Déterminer en fonction de L et de $\beta = V/c$ la longueur maximale ℓ_{\max} que peut avoir le train sans emboutir la porte du tunnel. Tracer sur un graphique ℓ_{\max}/L en fonction de β . Tracer sur ce même graphique la prédiction non relativiste pour ℓ_{\max}/L . Discuter les limites $\beta = 0$ et $\beta = 1$.

B Sélecteur de vitesse

Dans une région de l'espace règnent un champ électrique uniforme dirigé selon l'axe y ($\vec{E} = E \vec{e}_y$, avec $E > 0$) et un champ magnétique uniforme dirigé selon z ($\vec{B} = B \vec{e}_z$, avec $B > 0$). Un tel dispositif peut être réalisé en plaçant un long condensateur entre les pôles d'un aimant. Soit une particule de masse m , de charge q se déplaçant entre les armatures du condensateur avec une vitesse dirigée selon Ox .

1/ Déterminer en fonction de E et B la vitesse v pour laquelle la particule ne sera pas déviée¹.

2/ On étudie ce dispositif en travaillant maintenant dans un référentiel \mathcal{R}' se déplaçant à vitesse V selon l'axe Ox .

- Donner l'expression des champs électromagnétiques (soient \vec{E}' et \vec{B}') dans \mathcal{R}' .
- Quelle est, dans \mathcal{R}' , la vitesse v' pour laquelle la particule ne sera pas déviée ?
- Déduire de la question précédente une expression de v' en fonction de v et V . Commenter.

¹Un tel dispositif peut donc servir de sélecteur de vitesse pour les particules chargées.

C Faisceau laser

Un laser de masse $M = 10 \text{ kg}$ émet en direction de la Terre $N_0 = 10^{20}$ photons/s de longueur d'onde $\lambda_0 = 6000 \text{ \AA}$ dans son référentiel propre. À $t = 0$ le laser est immobile dans le référentiel terrestre.

1/ Quelle puissance \mathcal{P}_0 est reçue sur Terre? Quelle est la perte de masse ΔM du laser après 10 ans de fonctionnement? Faire le calcul en supposant que le laser est resté immobile. On fera les deux applications numériques en prenant $h \simeq 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$.

2/ En fait, le laser se met en mouvement à cause de l'impulsion emportée par les photons. Écrire la conservation de la quadri-impulsion² de l'ensemble {laser+rayonnement}. En déduire qu'après avoir perdu une masse ΔM le laser a acquis une vitesse $v = \beta c$, avec, en première approximation³, $\beta \simeq \Delta M/M$. Donner la valeur de v en km/h.

3/ *Question difficile*⁴. On évaluera plus la qualité de votre raisonnement que la parfaite exactitude du résultat que vous obtiendrez. Montrer que si l'on tient compte du déplacement du laser, la puissance reçue sur Terre au bout de 10 ans est $\mathcal{P} \simeq (1 - 2\beta)\mathcal{P}_0$.

²On suppose que le laser est astreint à se déplacer sur un axe passant par le centre de la Terre, et ne subit aucune autre interaction que la réaction des photons.

³Expliciter quelles hypothèses ont été faites pour obtenir ce résultat.

⁴Il y a deux effets à prendre en compte, que l'on peut tous les deux présenter comme un effet Doppler.