

1.5 Représentation et notation de Dirac

1.5.1 Calcul formel en notation de Dirac

Associativité : Soit λ un scalaire, $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle$ des états physiques, on notera :

$$A = |u\rangle\langle v|, \quad B = |w\rangle\langle u|, \quad C \text{ un opérateur quelconque}$$

1. Vérifier que A et B sont des opérateurs puis calculer les produits AB et BA .
2. Donner la nature (scalaire, vecteur ou opérateur) des objets suivants et les simplifier, le cas échéant.
 - $C|u\rangle$
 - $\langle v|\lambda C|w\rangle$
 - $A\langle u|v\rangle\langle w|u\rangle$
 - $AC\lambda B$
3. D'après ce qui précède, justifier que l'expression $|u\rangle\langle v|C\lambda|w\rangle\langle u|$ a un sens.

Conjugaison : Soit λ un scalaire, $|u\rangle, |v\rangle, |w\rangle$ des états physiques, A un opérateur. La conjuguée hermitique d'une séquence donnée s'obtient en prenant la séquence dans **l'ordre inverse**, et en remplaçant chaque terme par son conjugué, suivant la correspondance suivante :

$$\lambda \longleftrightarrow \bar{\lambda} \quad (1.6)$$

$$|x\rangle \longleftrightarrow \langle x| \quad (1.7)$$

$$A \longleftrightarrow A^\dagger \quad (1.8)$$

Calculer la conjuguée des objets suivants et préciser leur nature :

- $A|u\rangle$
- $A|u\rangle\langle v|\lambda i$
- $|u\rangle\langle v|A|w\rangle\langle x|\lambda i|y\rangle\langle z|$